Meßtheoretische Vorüberlegungen

Am Anfang jeder statistischen Auswertung steht das 'Messen' bestimmter Phänomene bzw. Merkmale. Betrachten wir zunächst den folgenden, etwas vereinfacht dargestellten Meßvorgang. In einer Schulklasse wurde das Geschlecht ermittelt. Dabei wurde an jedem der Schüler ein Schild angebracht mit den Zahlen 1 oder 2 (je nach Geschlecht). Auf dem gleichen Prinzip beruht auch eine Längenmessung: Wir ermitteln die Körpergröße von Schülern, indem wir sie an eine Meßlatte treten lassen und die abgelesene Zahl dem jeweiligen Schüler zuordnen. Diese simplen Beispiele zeigen, worauf das Messen letzten Endes hinausläuft: Messen ist eine Zuordnung von Zahlen zu Objekten (Probanden). Diese Behauptung ist freilich nur eine grobe Vereinfachung und keine brauchbare Definition. Will man sie präzisieren, so sind die mit dem Vorgang des Messens verbundenen Einzelschritte in der richtigen Reihenfolge zu untersuchen.

Zunächst werden bestimmte *Merkmale* für eine psychologische Untersuchung ausgewählt. Da sich pro Proband beliebig viele Merkmale feststellen lassen, ist es wichtig, vorerst die für die Untersuchung *relevanten* Merkmale auszuwählen (Beispiele: Geschlecht, Schulnoten, Körpergröße).

Für jedes der ausgewählten Merkmale kann pro Proband nur jeweils *eine* Merkmalsausprägung beobachtet werden (so wird beispielsweise beim Geschlecht pro Proband entweder die Merkmalsausprägung "männlich" oder "weiblich" festgestellt).

Für n Probanden erhalten wir - nach Beobachtung der Probanden - pro Merkmal n zugehörige Beobachtungseinheiten (= Merkmalsausprägungen von Probanden). Wir bezeichnen diese n verschiedenen Beobachtungseinheiten als die Menge der $m(o_i)$, wobei der Index i den jeweiligen Probanden angibt (Beispiel: $m(o_1)$ ist die Merkmalsausprägung des ersten Probanden hinsichtlich eines bestimmten Merkmals). Vergleicht man nun zwei beliebige Probanden o_i und o_j jeweils paarweise miteinander, so unterscheiden sie sich in bezug auf die beobachteten Merkmalsausprägungen $m(o_i)$ und $m(o_j)$. Die *Bedeutung* dieses Unterschieds bzw. die Kriterien, wodurch sich die Probanden hinsichtlich eines Merkmals unterscheiden, hängt allerdings vom jeweiligen Merkmal ab. So ist beim Geschlecht der einzig feststellbare Unterschied die Gleichheit bzw. Verschiedenheit der Probanden. Bei zwei Probanden o_i und o_j ist $m(o_i)$ und $m(o_j)$ entweder gleich oder eben ungleich. Das Merkmal Geschlecht führt daher zu einer *Klassifikation* der Probanden. Die Unterscheidung von Schülern im Hinblick auf Schulnoten führt dahingegen zu einer *Ordnung* der Schüler gemäß ihrer Leistung. Bei einem Vergleich zweier Schüler o_i und o_j lassen sich die zugehörigen Merkmalsausprägungen $m(o_i)$ und $m(o_j)$ in eine Rangordnung bringen.

Die Menge der $m(o_i)$'s, deren Elemente in genau definierten Beziehungen (Relationen) zueinander stehen (Beispiele: Gleichheit/Verschiedenheit; Ordnungsrelation), wird in der Meßtheorie als empirisches Relativ bezeichnet.

In einem weiteren Schritt ist für die verschiedenen Merkmalsausprägungen ein *Codierschema* festzulegen. Darunter versteht man eine Zuordnungsvorschrift, derzufolge jeder Merkmalauspägung eines Merkmals eine Zahl zugeordnet wird. Beim Merkmal

'Geschlecht' läßt sich dies beispielsweise wie folgt bewerkstelligen: Das 'Geschlecht' hat nur zwei *Merkmalsausprägungen* - 'männlich' und 'weiblich'. Beide Merkmalsausprägungen werden nach einem bestimmten *Codierschlüssel* durch je eine Zahl codiert ('männlich' bedeute die Zahl '1' und 'weiblich' die Zahl '2').

Nach der Festlegung des Codierschemas beginnt der eigentliche 'Meßvorgang'. Dabei geschieht im Grunde nichts anderes, als daß den Merkmalsausprägungen eines Merkmals für jeden Probanden die aufgrund des Codierschlüssels vereinbarten Zahlen zugeordnet werden. Formal kann man das so formulieren: Die verschiedenen $m(o_i)$'s werden in einen numerischen Zahlencode ($z(o_i)$'s) übersetzt. Allgemein gilt:

> Messen ist ein Vorgang, bei dem Merkmalsausprägungen von Objekten (Probanden, Versuchspersonen) auf Zahlen abgebildet werden, u.zw. (das ist wichtig!) *unter ganz bestimmten Bedingungen*.

Die Festlegung dieser Bedingungen ist das Grundproblem der Meßtheorie. Dieses Problem läßt sich am Beispiel einer Schulnote verdeutlichen. Im Zuge eines Meßvorgangs werden den Schulnoten der Schüler im Fach Mathematik Zahlen zugeordnet. Dabei wird der folgende Codierschlüssel zugrunde gelegt: Den Schulnoten 'sehr gut', 'gut', 'befriedigend', 'genügend' und 'nicht genügend' entsprechen die Zahlen von '1' bis '5'. Nach abgeschlossenem Meßvorgang erhält man statt der ursprünglichen Notenliste (den verschiedenen Schulnoten 'sehr gut' bis 'nicht genügend' pro Schüler) eine Zahlenliste von '1' bis '5' (wir haben also die verschiedenen $m(o_i)$'s durch entsprechende $z(o_i)$'s ersetzt).

Wie wir bereits wissen, hat der Unterschied zwischen den Schülern in bezug auf die Schulnote im Fach Mathematik eine ganz bestimmte *Bedeutung*: Schüler mit einem 'sehr gut' sind besser als Schüler mit einem 'gut', letzere besser als Schüler mit einem 'befriedigend' usw. Dieser Ordnungsrelation zwischen Merkmalsausprägungen in der ursprünglichen Notenliste (dem empirischen Relativ) entspricht - folgen wir unserer intuitiven Mathematik - auch eine Ordnungsrelation in der Zahlenliste: Ist die Zahl kleiner, so hat der Schüler eine bessere Schulnote. Formal ausgedrückt bedeutet dies: Wenn $z(o_i) < z(o_j)$ -> $m(o_i)$ 'besser als' $m(o_j)$. Die Zahlen von 1 bis 5 lassen sich ebenso in eine Ordnung bringen wie die ursprünglichen Merkmalsausprägungen 'sehr gut' bis 'nicht genügend' (Zahlen sind der Größe nach geordnet).

Eine Menge von Zahlen, die in ganz bestimmten Beziehungen (Relationen) zueinander stehen, bezeichnet man auch als *numerisches Relativ* (im vorliegenden Beispiel ist die Beziehung die 'kleiner als'-Relation).

Im Falle der Zuordnung von Notenliste und Zahlenliste kann aus der 'kleiner als'-Relation zwischen den Zahlen im numerischen Relativ auf eine entsprechende Ordnung zwischen den Merkmalsausprägungen im empirischen Relativ rückgeschlossen werden. Das bedeutet: Die 'kleiner als'-Relation im numerischen Relativ ist eine *relationstreue* Darstellung der 'besser als'-Relation im empirischen Relativ.

Dies scheint im gegebenen Beispiel der Schulnoten ebenso selbstverständlich wie trivial zu sein. Ein Vergleich mit dem Merkmal 'Geschlecht' zeigt aber, daß dem keineswegs immer so sein muß. Die Zahl '1' ist zwar kleiner als die Zahl '2', dieser Ordnung zwischen den Zahlen entspricht aber keine Ordnung zwischen den Merkmalsausprägungen 'männlich' und 'weiblich'.

Das liegt eben daran, daß der Unterschied zwischen den Geschlechtern eine andere *Bedeutung* hat als der Unterschied zwischen den Schulnoten - nur im letzteren Falle sind die Schüler *geordnet*, im Falle des Merkmals 'Geschlecht' sind sie nur *klassifiziert*.

Es ist also im Falle des Geschlechts nicht sinnvoll, von einer Ordungsrelation, die wir aufgrund unserer intuitiven Mathematik im numerischen Relativ vermuten, auf eine entsprechende Ordnungsrelation im empirischen Relativ zu schließen. Die Zahlen '1' und '2' (als Codierungen der Merkmalsausprägungen 'männlich' und 'weiblich') *repräsentieren* keine Ordnung zwischen den Schülern, sie lassen sich dahingegen nur als *Klassifikation* der Schüler interpretieren.

Daraus läßt sich folgern: Nicht jeder Unterschied, den wir aufgrund unserer intuitiven Mathematik den Zahlen im numerischen Relativ zuschreiben, repräsentiert auf sinnvolle Weise Unterschiede der Merkmalsausprägungen im empirischen Relativ. Beim Messen dürfen nur solche Relationen im numerischen Relativ in Betracht gezogen werden, die auch in den zugehörigen empirischen Daten Gültigkeit haben.

Vor diesem Hintergrund läßt sich nun die folgende Präzisierung des Messens angeben:

> Messen ist ein Vorgang, bei dem Merkmalsausprägungen von Objekten auf Zahlen so abgebildet werden, daß im numerischen Relativ nur solche Relationen vorausgesetzt werden, die auch im empirischen Relativ nachweisbar sind.

Ein auf diese Weise definierter Meßvorgang wird als *Skalierung* bezeichnet. Das dem empirischen Relativ über den Meßvorgang zugeordnete numerische Relativ nennt man eine *Skala*. Eine Skala besteht aus *Skalenwerten* (bzw. *Meßwerten*), wobei die Beziehungen zwischen diesen Skalenwerten entsprechende Beziehungen zwischen den beobachteten Merkmalsausprägungen im empirischen Relativ repräsentieren.

Je nachdem, welche Beziehungen repräsentiert werden, erhält man verschiedene *Skalenniveaus*. Die Frage nach dem jeweils vorliegenden Skalenniveau läßt sich nur empirisch beantworten. Die Antwort hängt - wie die Gegenüberstellung von 'Geschlecht' und 'Schulnoten' gezeigt hat - von den Eigenschaften des empirischen Relativs ab. Im Falle des Merkmals 'Geschlecht' ist beispielsweise die einzig relevante Beziehung zwischen den Zahlen im numerischen Relativ deren Gleichheit bzw. Verschiedenheit: Aus der Gleichheit bzw. Verschiedenheit der Zahlen im numerischen Relativ können wir auf eine entsprechende Gleichheit bzw. Verschiedenheit der Merkmalsausprägungen im empirischen Relativ rückschließen.

Ein *weiteres* wesentliches Grundproblem der Meßtheorie ist die Frage, welche Veränderungen (Transformationen) der Skalenwerte auf einem bestimmten Skalenniveau *zulässig* sind. Zulässig sind nur solche Veränderungen, bei denen auch nach durchgeführter Transformation das ursprüngliche Skalenniveau erhalten bleibt. Dieses Problem ist insofern wichtig, da wir ja mit den Skalenwerten statistische Operationen durchführen (beispielsweise - wenn erlaubt - die Bildung eines Mittelwertes). Durch diese statistischen Operationen werden aus den ursprünglichen Skalenwerten neue Werte berechnet. Soll das Skalenniveau nach der Rechenoperation erhalten bleiben, dann müssen auch die *neu berechneten Werte* die gleichen Beziehungen zwischen den Meßobjekten im empirischen Relativ zum Ausdruck bringen wie die *ursprünglichen* Skalenwerte.

Verdeutlichen wir uns dies am Beispiel der Schulnotenskala. In diesem Falle ist jede Transformation - nennen wir sie *T* - zulässig, die folgende Bedingung erfüllt: Gilt für zwei ursprüngliche Skalenwerte die Beziehung $x > y$, so müssen auch für die transformierten Werte T (x) und T (y) die Beziehung gelten $T(x) > T(y)$. (So wäre beispielsweise auch die Zahlenfolge 1, 4, 9, 16, 17 eine gültige Schulnotenskala)

Intuitiv kann man sich dieses wichtige Problem der Meßtheorie am Beispiel eines Flugsimulators veranschaulichen: Nur solche 'Operationen' am Flugsimulator sind zulässig, bei denen dessen Modellcharakter erhalten bleibt (drastisch ausgedrückt bedeutet dies: Operationen, die nur am Simulator durchführbar sind, beim konkreten Fliegen aber zu einem Absturz führen, sind nicht zulässig).

Vor dem Hintergrund dieser Überlegungen lassen sich nachstehende Skalentypen zusammenstellen. Für jede dieser Skalentypen sind insbesondere die drei Fragen zu beantworten: 1) Welche Relationen werden in der jeweiligen Skala berücksichtigt? 2) Welche Veränderungen sind auf der jeweiligen Skala erlaubt? 3) Welche statistischen Operationen sind auf dem jeweiligen Skalenniveau erlaubt? Nach Beantwortung der drei Fragen werden in einem vierten Schritt erläuternde Beispiele angegeben.

Die Nominalskala

1) Berücksichtigte Relation

Bei der Nominalskala wird nur die Gleichheit bzw. Verschiedenheit der Zahlen vorausgesetzt. Sie ist die einzige Relation, die vom numerischen Relativ auf das empirische Relativ übertragen wird (bzw. im empirischen Relativ verifiziert werden kann). Die Information, die sich aus dieser Relation herauslesen läßt, ist die Klassifikation der Probanden (sind die Zahlen gleich, so gehören die Probanden zur gleichen Gruppe; sind die Zahlen verschieden, so gehören die Probanden auch zu verschiedenen Gruppen).
Aus diesem Grunde muß der *Codierschlüssel* zwischen Merkmalsausprägungen und Probanden *umkehrbar eindeutig* sein. Das bedeutet, daß der Codierschlüssel sowohl rechts- als auch linkseindeutig sein muß. Nicht zulässig sind nachstehende Codierungen:
M -> 1
M -> 2

Ein derartiger Codierplan ist nicht rechtseindeutig (in dem Beispiel werden *verschiedene* Zahlen zur Codierung der *gleichen* Gruppe verwendet).

Unzulässig ist auch:

M -> 1
W -> 1

Dieser Codierplan ist nicht linkseindeutig (*gleiche* Zahlen werden zur Codierung *verschiedener* Gruppen verwendet).

2) Erlaubte Transformationen

Erlaubt sind alle Transformationen, bei denen die in den ursprünglichen Skalenwerten enthaltene Information erhalten bleibt. Das bedeutet, daß nominalskalierte Werte in *beliebige* Zahlen transformiert werden können, sofern nur die aufgrund der ursprünglichen Skalenwerte getroffene *Klassifikation* der Probanden auch aus den transformierten Werten abgelesen werden kann.

Bei einer Nominalskala (*Nomen*, lat., bedeutet *Benennung*) dienen die Skalenwerte daher nur als Namen zur Identifikation der Klassenzugehörigkeit der Probanden. Jede Transformation, bei der die ursprüngliche Klasseneinteilung erhalten bleibt, führt lediglich zu einer Umbennung der Klassen, zu einem anderen Codierschlüssel. Es können daher auch beliebige Zahlen verwendet werden, um die Probanden in verschiedene Klassen einzuteilen.

3) Erlaubte statistische Operationen

Die statistische Auswertung beschränkt sich bei der Nominalskala auf eine Auszählung. Man erhält *Häufigkeitsverteilungen*. Werden dabei mehrere Variablen berücksichtigt, so bekommt man mehrdimensionale Häufigkeitsverteilungen, sogenannte *Mehrfeldertafeln* (Beispiel: Häufigkeitsverteilung des Geschlechts bezogen auf die Anteile der Raucher bzw. Nichtraucher in einem Kolektiv).

4) Beispiele für Nominalskala

Merkmal 'Geschlecht'

Merkmalsausprägungen	numerische Verschlüsselung
männlich	1
weiblich	2

Merkmal 'Haarfarbe'

Mermalsausprägungen	numerische Verschlüsselung
schwarz	1
blond	2
braun	3
rot	4
usw.	

Die Ordinalskala

1) Berücksichtigte Relation

Bei der Ordinalskala (*ordo*, lat., bedeutet Ordnung, Reihe) läßt sich aus der Ordnung der Zahlen (größer-kleiner-Relation) auf eine entsprechende Ordnung der Merkmalsausprägungen im empirischen Relativ schließen.

2) Erlaubte Transformationen

Erlaubt sind alle Transformationen, bei denen auch in den transformierten Werten die Rangordnung der ursprünglichen Zahlenwerte erhalten bleibt. Transformationen, bei denen die Rangordnung der Meßwerte unverändert bleibt, bezeichnet man als *monotone* Transformationen. Monoton bedeutet, daß die Beziehung zwischen den ursprünglichen und den transformierten Rangzahlen kontinuierlich steigend oder fallend ist. Formal bedeutet dies: Gilt für zwei Meßwerte x und y, daß $x > y$, so gilt auch für die transformierten Meßwerte $t(x)$ und $t(y)$, daß $t(x) > t(y)$.

Man beachte aber, daß bei ordinalskalierten Meßwerten der *Abstand zwischen den Werten* nicht definiert ist. Was dies in der Praxis heißt, sei an den folgenden drei Beispielen verdeutlicht:

a) Bei Schulnoten ist oft der Unterschied zwischen Rang 1 und Rang 2 wesentlich geringer als der Unterschied zwischen Rang 4 und 5. Numerisch gleiche Unterschiede ($5 - 4 = 2 - 1$) können also an verschiedenen Stellen der Skala ungleich groß sein.

b) Gelegentlich kommen bei einer Messung Werte vor, die mit dem Meßinstrument nicht mehr erfaßt werden können. Beispiele: höhere Geschwindigkeiten als auf dem Tachometer angegeben; größere Gewichte als auf der Waage erfaßbar usw. Gibt ein Tachometer nur Geschwindigkeiten bis 200 km/h an, so werden höhere Geschwindigkeiten nurmehr insofern erkennbar, als das Meßinstrument das oberste Ende der angegebenen Skala anzeigt (bzw., um im angegebenen Beispiel zu bleiben, die Tachonadel am oberen Meßbereich ankommt). Von solchen speziellen Messungen können wir lediglich sagen, daß sie mindestens gleich groß oder größer sind als die maximal erfaßbare Messung, wir können aber nicht sagen, *um wieviel größer*. 205 Stundenkilometer ergeben beispielsweise den gleichen Meßwert wie 300 Stundenkilometer. Will man auch diese Messungen für eine statistische Auswertung berücksichtigen (weil im vorliegenden Experiment etwa nur wenige Messungen insgesamt verfügbar sind), so dürfen wir nur die *ordinale* Information der Messungen in Betracht ziehen. Da bei ordinalskalierten Meßwerten der Abstand zwischen den Werten nicht definiert ist, spielt bei diesen Messungen die Frage, um wieviel Maßeinheiten eine Messung größer ist als eine andere, keine Rolle.

c) Da auf Ordinalskalenniveau die Abstände zwischen den Meßwerten *nicht definiert* sind, ist eine geometrisch-räumliche Darstellung von Distanzen zwischen den Meßwerten nicht möglich. Das bedeutet, vereinfacht ausgedrückt, daß der Abstand von zwei - als Punkte in einem kartesischen Koordinatensystem - dargestellten Meßwerte nicht als meßbare Strecke interpretiert werden kann. Damit läßt sich die Verbindung zwischen den beiden Punkten nicht graphisch (etwa durch eine Linie) darstellen.

Ordinalskalierte Meßwerte sind im strengen Sinne des Wortes keine Maßeinheiten. Das der Ordinalskala zugrunde liegende Meßmodell beschreibt keine metrische Topologie (*topos,* gr., bedeutet Ort). Worüber bei ordinalskalierten Meßwerten keine Aussage möglich ist, zeigt das folgende - etwas futuristische - Beispiel:

Man stelle sich ein Universum vor, in dem die räumlichen Abstände zwischen den Himmelskörpern A, B und C nicht bestimmbar sind. Bekannt sei nur, daß B weiter entfernt ist als A und C weiter als B. Schickt man ein Raumschiff mit einer konstanten Geschwindigkeit zu diesen Himmelskörpern, so können wir nur die Reihenfolge wissen, in der es die Himmelskörper erreichen wird, nicht aber die Zeit.

3) Erlaubte statistische Operationen

Erlaubt sind alle statistische Verfahren, die nur die Rangfolge der Meßwerte berücksichtigen.

4) Beispiele

Grade von Ängstlichkeit; Schulnoten; Sympathiewerte.
Alle Klassifikationen, bei denen nur die Reihenfolge der Zeichen festgelegt ist (z.B. schlecht, mittelmäßig, gut; sehr klein, klein, mittelgroß, groß, sehr groß).

Die Intervallskala

1) Berücksichtigte Relation

Bei der Intervallskala wird vorausgesetzt, daß numerisch gleiche Abstände zwischen den Meßwerten an verschiedenen Stellen der Skala auch entsprechend gleiche Abstände zwischen den beobachteten Merkmalsausprägungen reflektieren. Man kann dies auch so formulieren: Die Größe des Unterschieds zwischen zwei intervallskalierten Meßwerten ist eine *abstandsgetreue* Abbildung des tatsächlichen Unterschieds zwischen zwei empirisch gegebenen Merkmalsausprägungen. Erst ab Intervallskala haben wir es mit definierten Maßeinheiten zu tun. Die Intervallskala ist daher im engeren Sinne des Wortes erst eine *metrische* Skala. Intervallskalierte Meßwerte sind nicht nur der Größe nach geordnet, sondern enthalten zusätzlich noch die Information, um wieviele Maßeinheiten sich ein Meßwert von einem anderen unterscheidet.

2) Erlaubte Transformationen

Erlaubt sind Transformationen, bei denen die in der Intervallskala enthaltene Information - gemeint sind die aus den Meßwerten ablesbaren Abstände zwischen den Merkmalsausprägungen - erhalten bleibt. Dies sind alle *linearen Transformationen*. Es ist

daher möglich, eine abstandsgetreue Abbildung in eine andere durch eine Lineartransformation umzuwandeln.
Beispiel: Umwandlung der Fahrenheit-Skala in Celsius (Formel: C° = (5/9) (F° - 32)). Betrachten wir zunächst die Temperatur gemessen an vier Tagen in Fahrenheit:

1. Tag: 60°; 2. Tag: 68°; 3. Tag: 71°; 4. Tag: 79°

Zwischen dem ersten und dem zweiten Tag und zwischen dem dritten und vierten Tag besteht der *numerisch gleiche* Temperaturunterschied, nämlich jeweils 8° Fahrenheit. Diese numerisch gleichen Abstände zwischen den beiden Meßwertpaaren bedeuten nun - Intervallskala (!) - einen gleichen Temperaturunterschied zwischen den Tagen. Transformiert man nun diese Fahrenheit-Skala in Celsius, so bleibt diese Information erhalten:

1. Tag: 15,6°; 2. Tag: 20°; 3. Tag: 21,7°; 4. Tag: 26,1°

Wird die Temperatur statt in Fahrenheit in Celsius angegeben, so läßt sich daraus der gleiche Unterschied zwischen den Tagen 1 und 2 und den Tagen 3 und 4 ablesen, nämlich jeweils 4,4 C°.

3) Erlaubte statistische Operationen

Da zu den linearen Transformationen die Rechenoperationen Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren gehören, können auf Intervallskalenniveau Mittelwert und Streuungsmaße (Varianz) berechnet werden. Beide Maße sind wesentliche Bausteine für viele Verfahren in der (parametergebundenen) Statistik.

4) Beispiele

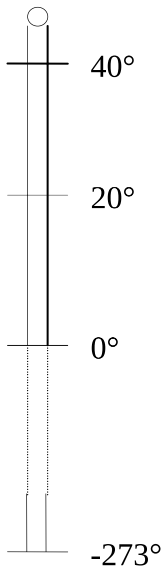
Temperaturskalen; kalendarische Jahreszahlen; Uhrzeiten

Die Verhältnisskala (Proportionalskala)

Da die Verhältnisskala eher in den Naturwissenschaften, speziell in der Physik, vorkommt und da die meisten in der Psychologie verwendeten statistischen Verfahren bereits mit intervallskalierten Meßwerten durchgeführt werden können, wird auf sie nur kurz eingegangen.

1) Berücksichtigte Relation: Die Verhältnisskala ist eine *quotientengetreue* Abbildung von zwei empirisch gegebenen Merkmalsausprägungen. Das bedeutet: Ist ein Meßwert a numerisch doppelt so groß wie ein Meßwert b, so entspricht dies den tatsächlichen Verhältnissen (= Proportionen) der Merkmalsausprägungen im empirischen Relativ. So läßt sich beispielsweise aus den beiden numerischen Altersangaben 40 und 20 auf ein

entsprechendes Altersverhältnis zwischen den Probanden schließen. Voraussetzung für die Verhältnisskala ist das Vorhandensein eines absoluten Nullpunktes.
Man kann sich diese Voraussetzung am Beispiel der (intervallskalierten) Celsius Skala verdeutlichen. So bedeutet etwa 40° C keine Verdoppelung der Wärme gegenüber 20° C. Der Nullpunkt der Celsius Skala ist willkürlich festgesetzt (Gefrierpunkt des Wassers). Der absolute Nullpunkt liegt bei -273° C. Die Strecke von 40° C zu -273° C ist aber nicht das doppelte der Strecke von 20° C zu -273° C. Daher ist die Celsius Skala intervallskaliert, nicht jedoch verhältnisskaliert. Verdeutlichen wir uns diesen Umstand am Beispiel der folgenden Graphik:



2) Einzig erlaubte Transformation bei der Verhältnisskala (erlaubt heißt: das ursprüngliche Quotientenverhältnis der Meßwerte bleibt auch bei den transformierten Werten erhalten) ist ein multiplikativer Faktor ($y = b\,x$; wobei $b > 0$).

Abschließende Bemerkungen

1) Die vier beschriebenen Skalentypen - Nominalskala, Ordinalskala, Intervallskala, Verhältnisskala - wurden in der Reihenfolge ihrer *Wertigkeit* angeführt, wobei die Nominalskala die niederwertigste Skala und die Verhältnisskala die hochwertigste Skala ist. Wichtig ist der folgende Umstand:

Der jeweils höherwertigere Skalentyp *erbt* die Eigenschaften aller niederwertigeren Skalentypen. So wird beispielsweise bei der Intervallskala auch die bei der Ordinalskala und der Nominalskala jeweils berücksichtigte Relation vorausgesetzt (bei intervallskalierten Werten kann aus der Ordnung der Zahlen auf eine entsprechende Ordnung der Eigenschaftsausprägungen geschlossen werden - Ordinalskala! - und gleiche (bzw. verschiedene) Meßwerte reflektieren gleiche (bzw. verschiedene) Merkmalsausprägungen - Nominalskala!).

2) Die hier beschriebenen meßtheoretischen Voraussetzungen für statistische Anwendungen verstehen sich lediglich als 'Wenn-dann'-Bedingungen. Sie enthalten keine Anweisungen darüber, welche statistischen Verfahren in einer bestimmten Untersuchung erlaubt sind. Die Antwort auf diese Frage hängt vom jeweiligen Skalenniveau ab. Welches Skalenniveau angemessen ist, darüber hat ausschließlich der Psychologe - und eben nicht: der Statistiker - zu befinden.

Wird daher bei einer Untersuchung ein falscher Test eingesetzt, so ist dafür auch allein der Anwender verantwortlich. Nicht die Rechenverfahren als solche sind falsch, sondern deren Anwendung unter falschen inhaltlichen Voraussetzungen. Die Statistik rechnet mit 'Zahlen' und diese Zahlen als solche geben uns keine Auskunft darüber, auf welchem Skalenniveau die Meßwerte angesiedelt sind. Gerade deswegen sind Fehler bei der Interpretation der 'Zahlen' gravierend. So ist beispielsweise zu fragen, inwiefern subjektiv empfundene 'Distanzen' (man denke etwa an Sympathiewerte) als geometrisch-räumliche Distanzen aufgefaßt werden können. 'Rechnet' man mit derartigen Distanzen als wären sie intervallskaliert, so unterschiebt man unter Umständen den tatsächlichen Werten ein falsches Modell und kommt dergestalt zu falschen Rückschlüssen über die Beziehungen in der realen Welt. Dies zu entscheiden ist jedoch, wie bereits erwähnt, Aufgabe des Psychologen und nicht des Statistikers.