

Zur Dynamik des Kesselwandfeners

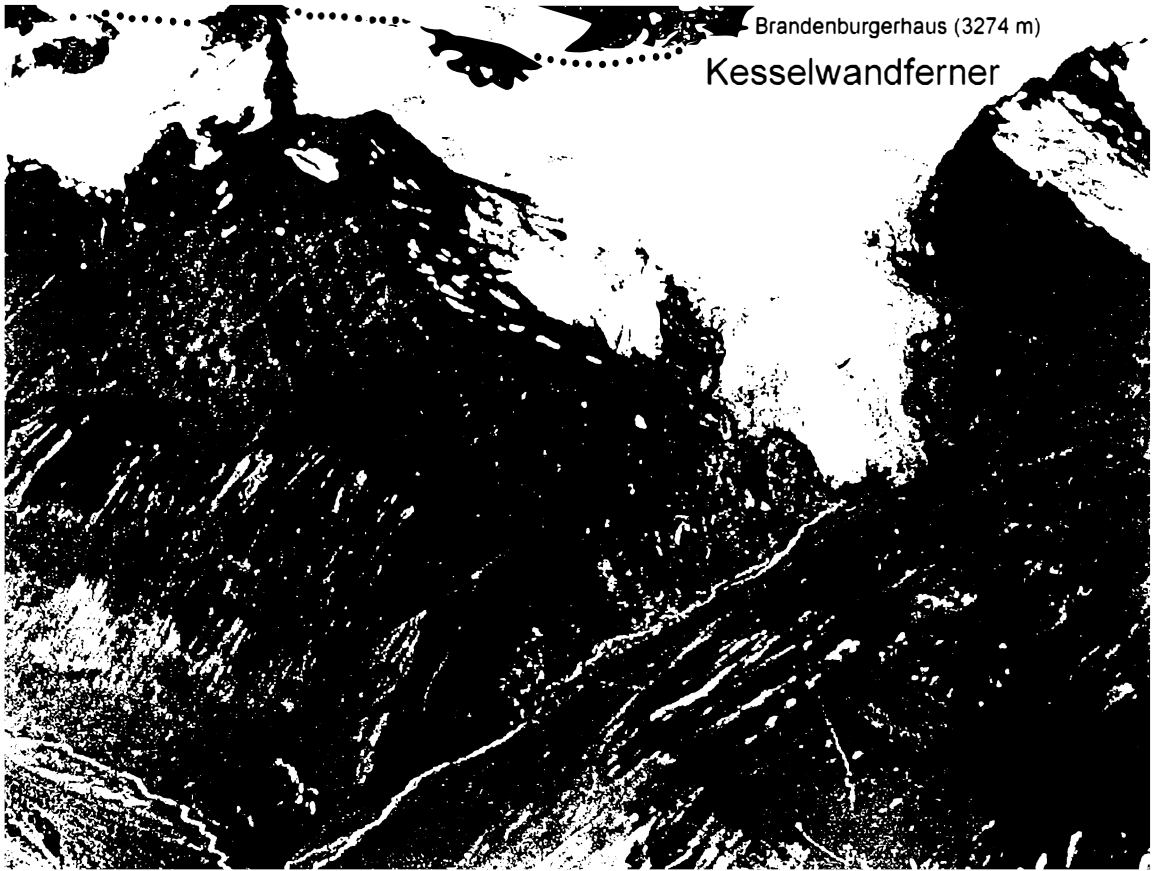
Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades
an der Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Leopold-Franzens-Universität Innsbruck

Eingereicht von
Mag. rer. nat. Norbert Span

Innsbruck, 26-01-1999

Brandenburgerhaus (3274 m)

Kesselwandferner



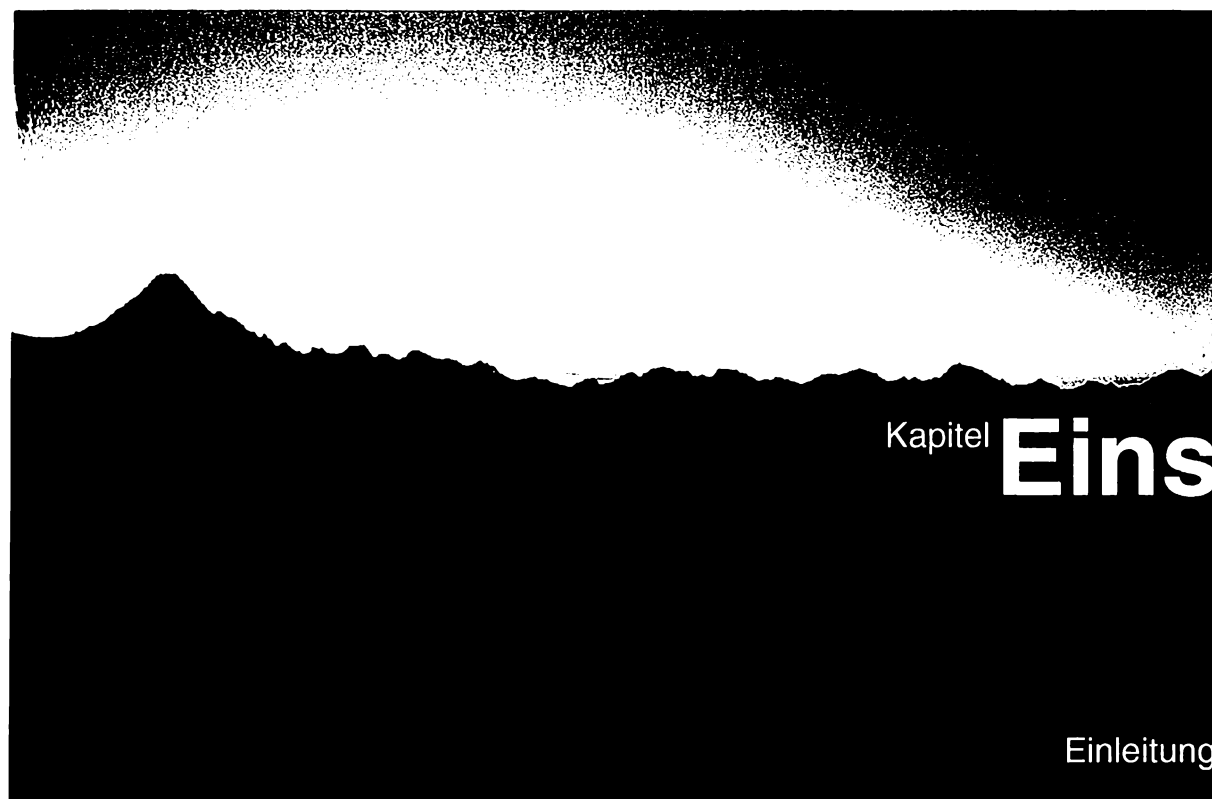


Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Ziel der Arbeit	2
3. Lage und Topographie des Kesselwandferners	3
4. Datenmaterial	7
4.1 Allgemeines	7
4.2 Gewinnung der Daten	9
4.3 Vorhandene Daten	10
4.3.1 Geschwindigkeitsänderungen	12
4.3.2 Höhenänderungen	20
4.3.3 Längenänderungen	26
4.3.4 Massenbilanz	33
4.3.5 Zusammenhang zwischen Volumen- und Längenänderung	35
4.3.6 Firnverformungen	37
4.3.7 Photomaterial	37
5. Bestimmung der Eisdicke am Kesselwandferner	38
5.1 Geschichtliches	38
5.2 Das Radio-Echolot	43
5.2.1 Allgemeines	43
5.2.2 Das Gerät	44
5.3 Feldarbeiten	45
5.3.1 Kampagne vom 18-04-95 bis 22-04-95	46
5.3.2 Kampagne vom 02-05-95 bis 06-05-95	47
5.3.3 Kampagne am 19-09-95	47
5.4 Auswertung der Daten	48
5.4.1 Geometrie	48
5.4.2 Praktische Durchführung	49
5.5 Ergebnisse	52
5.5.1 Die einzelnen Profile	52
5.5.2 Vergleich mit früheren Messungen	52
5.5.3 Rekonstruktion einer Karte des Untergrundes	64
5.5.4 Bestimmung des Volumens des KWF	68

6. Die Bewegungsgleichung für temperiertes Eis	70
6.1 Herleitung der Bewegungsgleichung für ein Stokes'sches Fluid	70
6.2 Bewegungsgleichung für temperiertes Eis	76
7. Testrechnungen zur Verwendbarkeit des FE-Programmes ANSYS	79
7.1 Allgemeines	79
7.2 Grundidee der Finiten-Elemente-Methode (FEM)	80
7.3 Das Programmpaket ANSYS®	81
7.4 Implementierung des Stoffgesetzes von Eis	82
7.5 Vergleich zwischen analytischer und numerischer Lösung	83
7.5.1 Die unendlich ausgedehnte planparallele Platte	83
7.5.2 Der unendlich lange Halbzylinder	88
8. Ein 2-D FE-Modell des Kesselwandferners	94
8.1 Allgemeines	94
8.2 Das 2-D FE-Modell ohne Gleiten	95
8.2.1 Geometrie	95
8.2.2 Randbedingungen	96
8.2.3 Der Fließparameter A	97
8.2.4 Resultate der feinen Geometrie	98
8.2.5 Resultate der groben Geometrie	105
8.3 Das 2-D FE-Modell mit Gleiten	107
8.3.1 Geometrie	107
8.4 Das 2-D FE-Modell zur Bestimmung des Eisalters des Kesselwandferners	114
9. Ein Modell zur Simulation der jährlichen Geschwindigkeitsänderung	120
9.1 Allgemeines	120
9.2 Vergleich zwischen den Daten des Kesselwandferners und Hintereisferners	124
9.3 Die Herleitung eines einfachen Modells	129
9.4 Numerische Behandlung des Modells	130
9.5 Resultate	137
9.6 Schlußfolgerungen	144

10. Ein Fließmodell des Kesselwandfeners	145
10.1 Einleitung	145
10.2 Die Herleitung der bestimmenden Gleichung für die zeitliche Änderung des Kesselwandfeners	146
10.3 Randbedingungen	156
10.4 Das numerische Schema des Fließmodells	157
10.5 Eichung des Modells	159
11. Modellierung der Evolution des Kesselwandfeners	162
11.1 Vergleich der Modellrechnungen für die Jahre 1965 bis 1996	162
11.2 Die langfristige Entwicklung des Kesselwandfeners	168
11.3 "Kurzfristprognosen" bis 2010 über die Möglichkeit eines Vorstoßes des Kesselwandfeners	185
12. Schlußbemerkungen	189
Literaturverzeichnis	191
Anhang	201
Danksagung	211
Lebenslauf	215



Die Idee "Zur Dynamik des Kesselwandfeners" entstand eigentlich durch die Teilnahme an den jährlichen Vermessungsarbeiten, die von H. Schneider vom Institut für Mathematik der Universität Innsbruck durchgeführt werden. Der Autor war 1992 das erste Mal bei einer Feldkampagne dabei und ist seither jedes Jahr bei den ca. dreiwöchigen Arbeiten dabei. Die Freude an den Feldarbeiten am Kesselwandfener (KWF) und auch am Hintereisfener (HEF) bestärkten den Wunsch nach einer Dissertation über die Dynamik des Kesselwandfeners.

Nachdem zwar seit 1965 am KWF verschiedene Parameter, wie Geschwindigkeit, Höhe der Oberfläche und Lage des Zungenendes gemessen wurden, aber noch keine Untersuchung über die Dynamik dieses temperierten Gletschers vorlag, wurde die Idee zu einer Dissertation mit Hilfe dieses Datenmaterials geboren. Mit dem Einverständnis und der tatkräftigen Unterstützung von H. Schneider war es dem Autor möglich diese Arbeit durchzuführen.

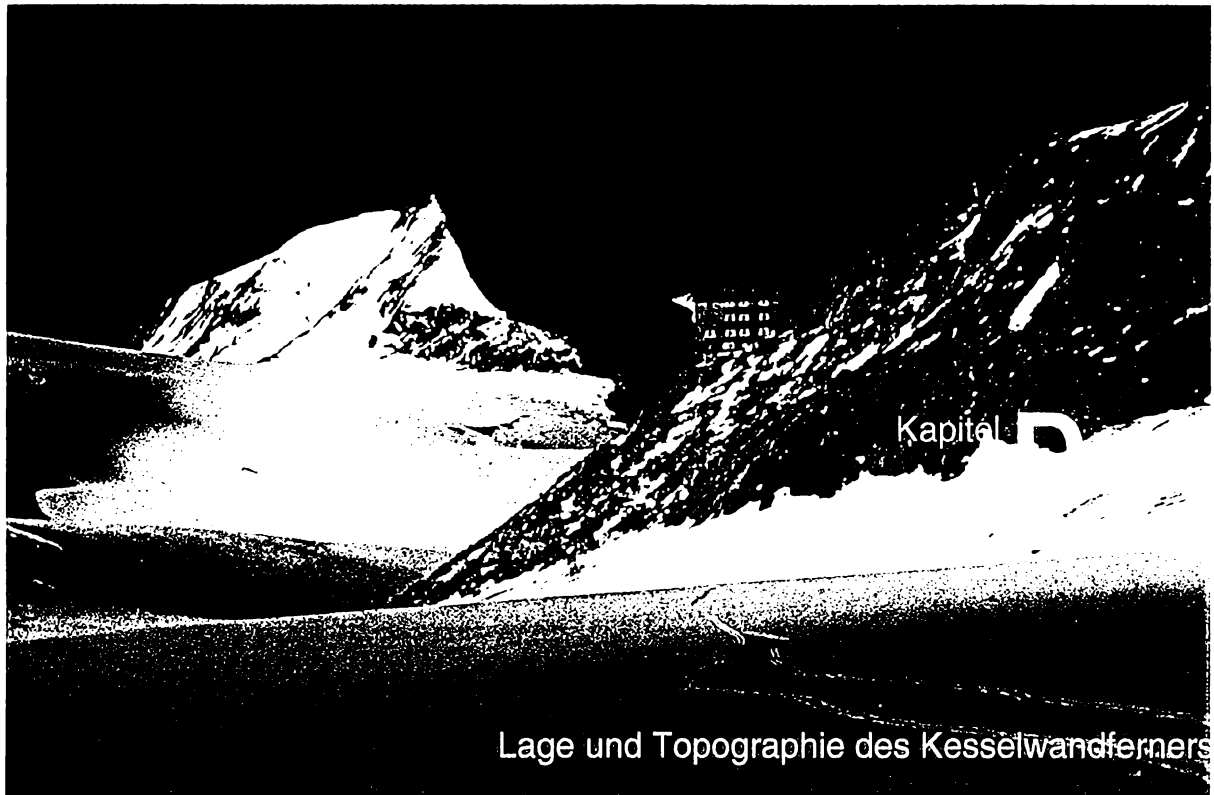
Das Interesse für dieses Thema konnte auch beim Betreuer dieser Arbeit Herrn Prof. M.Kuhn, geweckt werden. Somit stand auch die Infrastruktur des Institutes für Meteorologie und Geophysik (IMGI) der Universität Innsbruck zur Verfügung.



Einen Schwerpunkt der Dissertation bildet die Zusammenstellung und Aufbereitung des gesamten Datenmaterials der letzten 31 Jahre. 33

Mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM) in den Kapiteln 7 und 8 werden die Unterschiede bei der Geschwindigkeits- und Spannungsverteilung mit und ohne Gleiten untersucht. Ein Modell zur Beschreibung der jährlichen Änderung der Oberflächen-geschwindigkeit wird im Kapitel 9 entwickelt und soll zur Klärung des Zusammenhanges zwischen Akkumulation und beschleunigter Bewegung beitragen. Ein eigens entwickeltes 2-D Fließmodell in den Kapiteln 10 und 11 mit den Erkenntnissen aus Kapitel 9 soll die Dynamik des KWF während des Vorstoßes und Rückzugs zwischen 1965 und 1996 näher beleuchten und dem Versuch einer Erklärung unterzogen werden.

Es gibt sehr wenige alpine temperierte Gletscher, für die so lange Datenreihen mit lokalen Geschwindigkeits- und Höhenänderungen mit der hier vorliegenden Genauigkeit existieren. Deshalb bietet sich hier die einmalige Chance, mit dieser Arbeit etwas zur Klärung der Reaktion der Gletscher auf das Klima beizutragen.



Die mittlere Fläche des Kesselwandferners von 1965 bis 1996 betrug $4,22 \text{ km}^2$ und beträgt heute (1997) $4,26 \text{ km}^2$. Der Gletscher ist somit der viertgrößte im Rofental in den zentralen Ötztaler Alpen (Abb. 3.1)

Die vornehmliche Exposition ist Südost. Der höchste Punkt des KWF wird durch den Fluchtkogel mit einer Höhe von 3497 m markiert. Das in einem flachen Becken liegende Akkumulationsgebiet wird von Bergketten umgeben, deren mittlere Höhe ca. 3300 m beträgt (Abb. 3.2).

Der Name "Kesselwandferner" mag wohl von der umschließenden Felskette des flachen Firnbeckens herrühren.

Auf der orographisch linken Seite sind vor allem das obere und untere Guslarjoch hervorzuheben, wobei ersteres ein beliebter Übergang für Bergsteiger und Tourengeher zum Gußlarferner und weiter zur Vernagthütte bekannt ist. Folgt man dem Kamm auf dieser Seite weiter, erblickt man die markante Kesselwandspitze mit 3414 m, deren Gipfelsignal neben dem Brandenburger Haus das in dieser Arbeit immer wieder erwähnte B-Profil markiert. Danach befindet sich in dieser Kette das Brandenburger Jöchel mit einer Höhe von 3246 m, über das früher das BB-Haus versorgt wurde. In einer Höhe von ca. 3050 m mündet auf diesem Rand des KWF der Weg vom Hochjochhospiz zum BB-Haus in den Gletscher ein. Das Zungenende befindet sich in einer Höhe von ca. 2700 m.

Am Beginn des orographisch rechten Teils des KWF befindet sich in der Höhe des D-Profiles die Mutspitze mit 3257 m, die ein Ende dieses Profils markiert. Etwas weiter in Richtung Brandenburgerhaus steht die Vordere Hintereisspitze mit 3437 m, die den Schnittpunkt zwischen einem Seitengletscher des Hintereisferners, dem Gepatschferner und dem Kesselwandferner darstellt. Zwischen diesem Gipfel und dem Brandenburger Haus (3274 m) liegt das eisbedeckte Kesselwandjoch, das die ungefähre Wasserscheide zwischen Gepatsch- und Kesselwandferner bildet. Auf dieser Seite des Gletschers liegt zwischen BB-Haus und dem Fluchtkogel noch eine Kette, mit der Dahmannspitze (3397 m), Erichspitze (3420 m) und einem eisbedeckten Joch zum Gepatschferner.

Auffälligstes Merkmal der Oberfläche ist zweifellos der Eisbruch zwischen dem D- und E-Profil, der durch einen Felsriegel am Untergrund hervorgerufen wird (siehe Kapitel 5). Hier ist die Oberfläche so zerrissen, daß es unmöglich war, hier Pegel zur Geschwindigkeits- und Ablationsmessung einzubohren und über ein Jahr zu verfolgen. Es war aufgrund des spaltigen Terrains auch nicht möglich Eistiefenmessungen mittels Radio-Echolot durchzuführen.

Am heutigen Ende des KWF steht nun ein Felsriegel aus, der zur Zeit des Vorstoßes völlig überfahren wurde und auch zu entsprechenden Spalten in diesem Bereich führte (siehe Photos im Anhang).

Der Kesselwandferner besitzt keinen Seitengletscher, im Gegenteil, der Gletscher war bis 1935 selbst ein Seitengletscher, der in den Hintereisferner einmündete. Seit 1935 war der KWF immer vom HEF getrennt und ist somit als eigenständiger Gletscher zu betrachten.

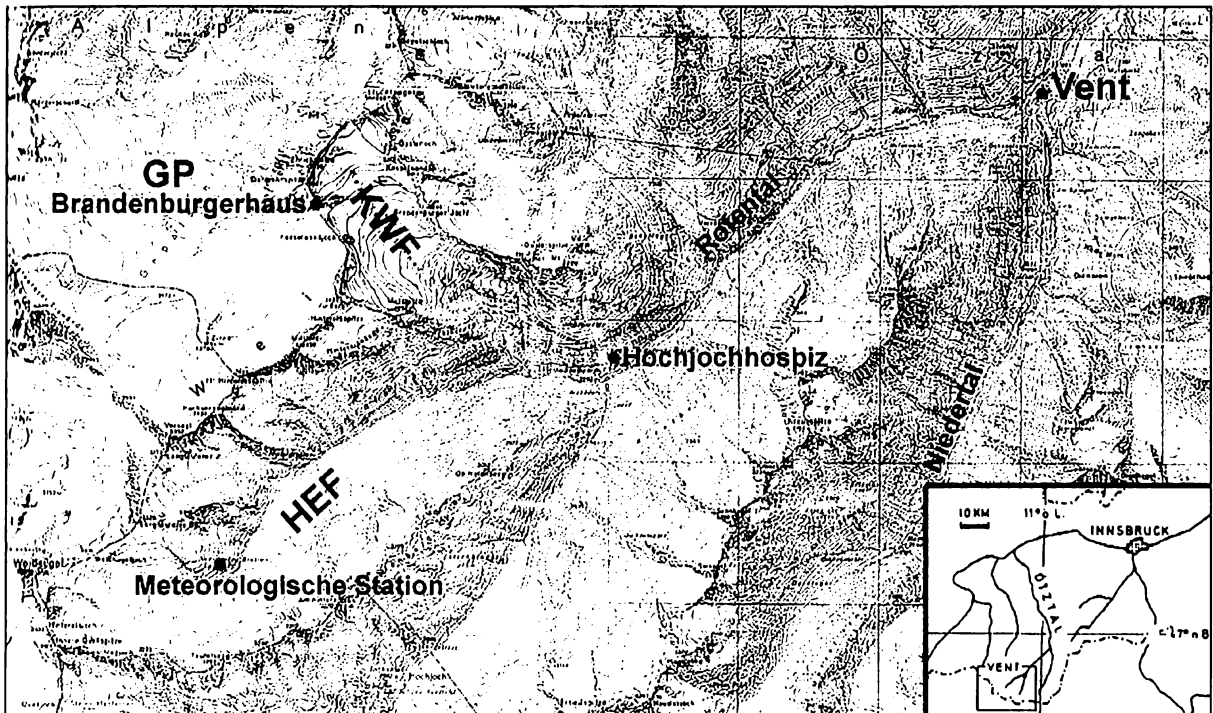


Abb. 3.1: Lageplan des Kesselwandferners (KWF, dunkelblau unterlegt) mit den umliegenden Gletschern Hintereisferner (HEF) und Gepatschferner (GP).
Quelle: 2 ÖK-Karten (1:50000).



Abb. 3.1: Die Karte des Kesselwandferners von 1971 (Schneider 1975).



Kapitel Vier

Datenmaterial

4.1 Allgemeines

Alle Daten über Oberflächengeschwindigkeit, Emergenzbewegung, Oberflächenhöhen und Gletscherlänge, um hier nur die wichtigsten physikalischen Größen zu nennen, wurden von H. Schneider von Institut für Mathematik, Innsbruck, seit 1965 alljährlich in mehrwöchigen Feldarbeiten mit bewundernswertem Einsatz gemessen und ausgewertet.

Eine Geschwindigkeitsangabe an einem bestimmten Pegel in einem bestimmten Jahr ist für die wissenschaftliche Erforschung des KWF nur ein Wert unter vielen, aber es sei an dieser Stelle doch erwähnt, welcher enormer persönlicher Einsatz und moralischer und kräfteaubender Aufwand eigentlich dahinter steht, bis so ein "Wert" schließlich im Feldbüchlein steht. So war es für H. Schneider nicht immer einfach, ein Team von zusätzlich drei "Gletscherknechten" (eine Gletschermagd war auch immer dabei) zusammenzustellen und für jeweils eine Woche harter Arbeit auf dem Gletscher zu motivieren. Während der Feldarbeiten ist bei jedem Schritt auf die alpinen Gefahren Rücksicht zu nehmen. Besonders das Wetter und nicht sichtbare Spalten erschweren die Arbeiten auf einem Gletscher erheblich. Jeder der einmal bei solch einer Kampagne dabei war, weiß davon ein Lied zu singen.

Der Leser sei also daran erinnert, unter welcher Mühe die hier vorgestellten Daten zustandegekommen sind. Manchmal wird vielleicht die Frage auftauchen, warum an jener Stelle nicht noch dies oder das gemessen wurde, aber im hochalpinen Gelände darf vor allem die Gesundheit der Mitarbeiter keinen sinnlosen Risiken wie Gewitter, Spalten oder auch Übermüdung ausgesetzt werden. Dadurch werden einem bei der Arbeit auf dem Gletscher durch menschliche Faktoren und alpine Gefahren natürliche Grenzen gesetzt. Aber bei all der oft schweren Arbeit darf man natürlich die erfreulichen Seiten der Feldmessungen nicht vergessen zu erwähnen. Vor allem das gemeinsame Zusammensitzen nach der Arbeit am Abend in einer meist bewirtschafteten AV-Hütte mit "stärkenden" Getränken (und Speisen) entschädigt schließlich mehr als nur ein Wenig für die Strapazen während des Tages. Aber auch während der Arbeit kam der Spaß nie zu kurz. Und jeder der glaubt, in derselben Zeit mehr Daten zu gewinnen, ist herzlich eingeladen einmal bei einer Kampagne mitzuarbeiten.

Von 1992 bis 1998 war der Autor dieser Arbeit an den alljährlichen Feldarbeiten im Spätsommer oder Herbst beteiligt. Dabei waren auch viele Kampagnen im Winter zu erledigen, wie zum Beispiel die Radio-Echolotmessungen. Seit nun mehr als vier Jahren wurden die gemessenen Daten der letzten 33 Jahre von H. Schneider entsprechend aufbereitet und dem Autor zugänglich gemacht.

Diese lange Messreihe (1965 bis 1998) an 5 fixen Profilen ist eine der längsten Reihen dieser Art. Ähnlich lange Geschwindigkeitsreihen mit fixen Profilen existieren nur noch für den Hintereisferner (Span und Kuhn, 1997) und Pasterze (Wakonigg, 1991), den Storglaciären in Schweden (Hanson und Hooke, 1994), den Findelengletscher (Iken und Truffer, 1997) und Unteraargletscher in der Schweiz (Haefeli, 1970), wobei die Liste dieser vorhandenen Daten sicher nicht vollständig ist, da viele Geschwindigkeitsreihen noch unveröffentlicht sind.

Alle Schwierigkeiten und Mühen treten natürlich auch bei den erforderlichen Arbeiten zur Bestimmung der Massenbilanz auf. Hier sei vor allem das oft mit schwerer körperlicher Arbeit verbundene Ausheben eines Firnschachtes hingewiesen. Im Herbst ist der Firn schon sehr verdichtet und kompakt mit meist noch eingelagerten Eislinsen, so daß das Ausheben noch zusätzlich erschwert wird. Und es sind zur Bestimmung der Massenbilanz immer mehrere Schächte notwendig. Die Feldarbeiten am Hintereisferner wurden seit 1965 von G. Markl jedes Jahr mit demselben bewundernswerten Einsatz ausgeführt.

Die so dringend benötigten Daten der Massenbilanz vom KWF und auch HEF wurden dem Autor von Herrn G. Markl vom selben Institut freundlicherweise zur Verfügung gestellt.

4.2 Gewinnung der Daten

In diesem Abschnitt sollen die erforderlichen Arbeitsschritte zur Gewinnung der Daten nur kurz erläutert werden. Eine sehr gute und ausführliche Zusammenfassung findet der Leser in der Dissertation von H. Schneider (1970).

Jedes Jahr von Ende August bis Mitte September werden die Feldmessungen durchgeführt. Dazu sind vier Personen notwendig, um Verpflegung, Meßgeräte, Bohrausrüstung und Energieversorgung zu transportieren. Ausgangspunkt für alle Kampagnen sind die Rofenhöfe im Rofental, einer Talgabelung des Ötztals. Von hier aus beginnt der Aufstieg zur AV-Hütte "Hochjochhospiz" der Sektion Berlin. Diese Hütte dient als Stützpunkt für die Messungen an der Zunge des Kesselwandferners. Von der Hütte zum E-Profil benötigt man ca. 2 Stunden. Die Arbeiten an der Zunge dauern bei guten Bedingungen ca. 2 Wochen.

Für die Feldarbeiten im Firngebiet des KWF wird das "Brandenburgerhaus" (3274 m) als Ausgangspunkt verwendet. Zu dieser Hütte der Sektion Berlin sind nochmals ca. 3 Stunden Aufstiegszeit vom Hochjochhospiz aus zu rechnen. Bei gutem Wetter sind die Arbeiten im Firnbecken meist in einer Woche erledigt.

Die Hauptarbeit ist die Bestimmung der horizontalen und vertikalen Position der Pegel, die mittels Theodolit von H. Schneider alljährlich durchgeführt werden. Seit 1980 steht auch ein elektrooptischer Entfernungsmesser zur Verfügung. Die Pegel werden jedes Jahr an ihren Ausgangspunkt zurückgesetzt, um lokale Geschwindigkeits- und Höhenänderungen zu erhalten.

Im Firngebiet werden dazu Alupegel mit einem Durchmesser von ca. 6 cm verwendet, die mit einem Siprebohrer von Hand ca. 2 m lotrecht eingebohrt werden. Die Pegel selbst sind 2 m lang und werden zu einer Länge von 8 m zusammengesetzt. Das heißt es ragen noch 6 m aus der Oberfläche heraus. Dies ist notwendig, um die Pegel bei entsprechend großer Akkumulation im nächsten Jahr wiederzufinden. Danach wird noch ein Schneehügel um den Pegel aufgeschüttet, um eine Schrägstellung der Pegel bei eventueller Ablation im Herbst zu verhindern. Um ein Einsinken der Pegel in den Firn zu verhindern, werden am Fußpunkt Aluplättchen oder Holzstöpsel angebracht und das Bohrloch mit etwas Holzwolle ausgepolstert.

Im Ablationsgebiet werden Alupegel mit 2 cm Durchmesser verwendet, die mittels eines Dampfbohrers ca. 8 m in das Eis eingebohrt werden. Diese Einbohrtiefe ist notwendig, um den Pegel während der Ablation bis zum Herbst vor dem Umfallen zu bewahren.

Die Geschwindigkeit wird, außer im B-Profil (Abb. 4.2.1), nur mittels eines Pegels an der Fließlinie bestimmt. Nur im B-Profil stehen vier Pegel mit gleichmäßigen Abständen im Profil, wovon der Pegel B7=L4 die Fließlinie markiert (Abb. 4.2.1).

Da für die Bestimmung der Emergenzbewegung auch die Neigung der Oberfläche notwendig ist, wird die Höhe der Oberfläche beim Pegel und an einigen Punkten entlang der Fließrichtung des Pegels bestimmt.

An den Querprofilen werden die Höhen im Abstand von ca. 25 m aufgenommen. Die Lage des Zungenendes wird mit Hilfe von 30 bis 40 tachymetrisch (seit 1980 mit Entfernungsmesser) eingemessenen Punkten bestimmt.

Zur Gewinnung der in der Arbeit verwendeten Massenbilanzdaten sei der Leser auf die entsprechende Literatur verwiesen (Schimpp, 1960, Hoinkes 1970, Kuhn et al., 1979). Die Bestimmung der Massenbilanz von Hintereisferner und Kesselwandferner wird von G. Markl vom Institut für Meteorologie und Geophysik, Innsbruck durchgeführt. Dabei werden die erforderlichen Feldarbeiten am Hintereisferner alljährlich auch von G. Markl selbst durchgeführt und die benötigten Daten am KWF von H. Schneider zur Verfügung gestellt.

4.3 Vorhandene Daten

Diese Arbeit beschränkt sich auf die Daten, die auf oder in der Nähe der definierten zentralen Fließlinie liegen und die seit 1965 gewonnen wurden. Da das später beschriebene Finite-Elemente-Modell und auch das Fließmodell (finite Differenzen) in nur zwei Dimensionen untersucht werden wird, fanden Daten außerhalb der Fließlinie, falls sie nicht manchmal zur Klärung dynamischer Prozesse benötigt wurden, in dieser Arbeit keine Verwendung.

Für die folgenden Untersuchungen zur Dynamik des KWF stehen dafür 8 Pegel entlang der zentralen Fließlinie zur Verfügung (Abb. 4.2.1). Davon befinden sich 5 Pegel in den 5 Hauptprofilen und 3 Pegel dazwischen.

Diese Profile mit dem dazugehörigen Netz von Signalen wurden von H. Schneider im Jahre 1965 angelegt (Schneider, 1970). Für alle Details über den Bau und die Einmessung des sehr genauen trigonometrischen Netzes sei an dieser Stelle wieder auf die Dissertation von H. Schneider (1970) verwiesen.

Die Daten der Massenbilanz wurden dem Autor freundlicherweise von G. Markl, IMGI zur Verfügung gestellt.

Weiters wurden zum besseren Verständnis der Dynamik des Kesselwandfernes alle verfügbaren Daten vor 1965, wie Karten, Geschwindigkeitsmessungen oder Profilhöhen zusätzlich herangezogen.

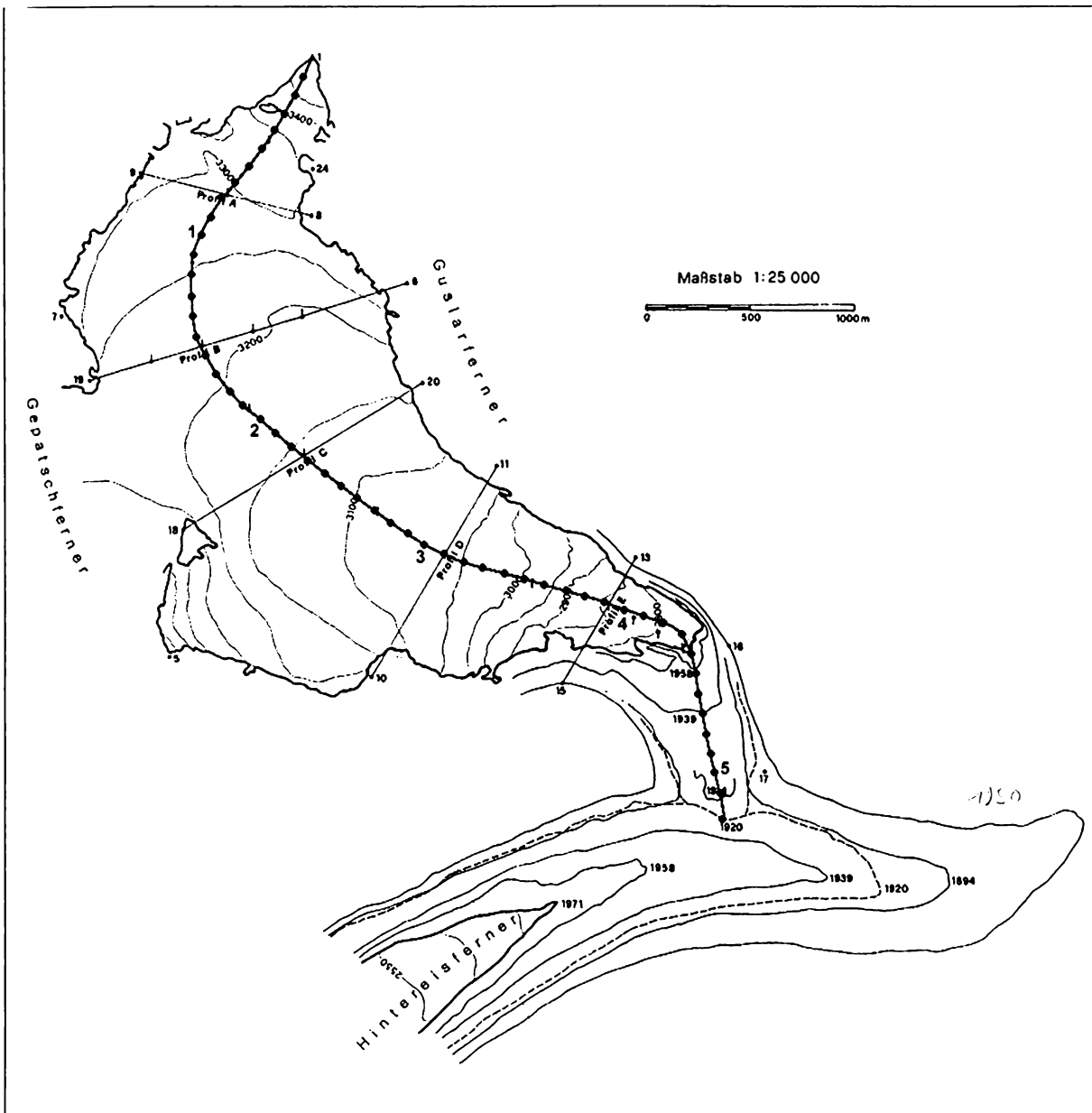


Abb. 4.2.1: Die Lage der Profile und der zentralen Fließlinie am Kesselwandferner und einige Zungenstände von HEF und KWF. Die Zahlen von 1 bis 5 an der Fließlinie geben die Länge in [km] an (Schneider, 1975).

Nachfolgend werden die jeweiligen Datensätze im einzelnen präsentiert.

Eine Interpretation der Daten erfolgt nicht in diesem Abschnitt, sondern in den jeweiligen Kapiteln, in denen diese Daten zur Untersuchung der Dynamik des KWF herangezogen werden.

4.3.1 Geschwindigkeitsänderungen

Die ersten Geschwindigkeitsmessungen mit Hilfe von flachen Steinen wurden schon 1895 von Blümcke und Hess (1899) am Zusammenfluß von Kesselwandferner und Hintereisferner durchgeführt. Das Hauptinteresse der beiden Forscher galt damals aber dem Hintereisferner, sodaß nur 2 Linien im unteren Zungenbereich des Kesselwandfernens angelegt wurden (Abb. 4.3.1.1). Die "obere Linie" (5 Steine), wie sie im Original von den Autoren genannt wurde, befand sich nahe dem Signal IV auf einer Höhe von 2560 m. Die 5 Steine der unteren Linie lagen schon am umgelenkten Teil der Zunge des KWF in einer Höhe von 2500 m. Die Ergebnisse dieser Bewegungsmessungen sind in der untenstehenden Tabelle zusammengefaßt.

	Nummer des Steines (obere Linie)				
	1	2	3	4	5
1895/96	33,4	36,6	33,1	27,6	29,4
1896/98	54,2	65,7	62,0	-	44,6
1898/99	19,1	23,0	30,0	-	20,0

	Nummer des Steines (untere Linie)				
	1	2	3	4	5
1895/96	-	12,1	17,0	16,5	20,8
1896/98	-	25,7	30,8	34,3	-
1898/99	-	14,1	23,3	19,8	-

Tab. 4.3.1.1: Übersicht der Geschwindigkeitsmessungen am KWF im unteren Zungenbereich von 1895 bis 1899. Alle Angaben in $[m \cdot a^{-1}]$ bzw. bei 1896/98: $[m]$ in 2 Jahren.

Leider besteht heute keine Möglichkeit mehr, die damaligen Messungen mit aktuellen Geschwindigkeiten zu vergleichen, da sich der KWF inzwischen weit zurückgezogen hat.

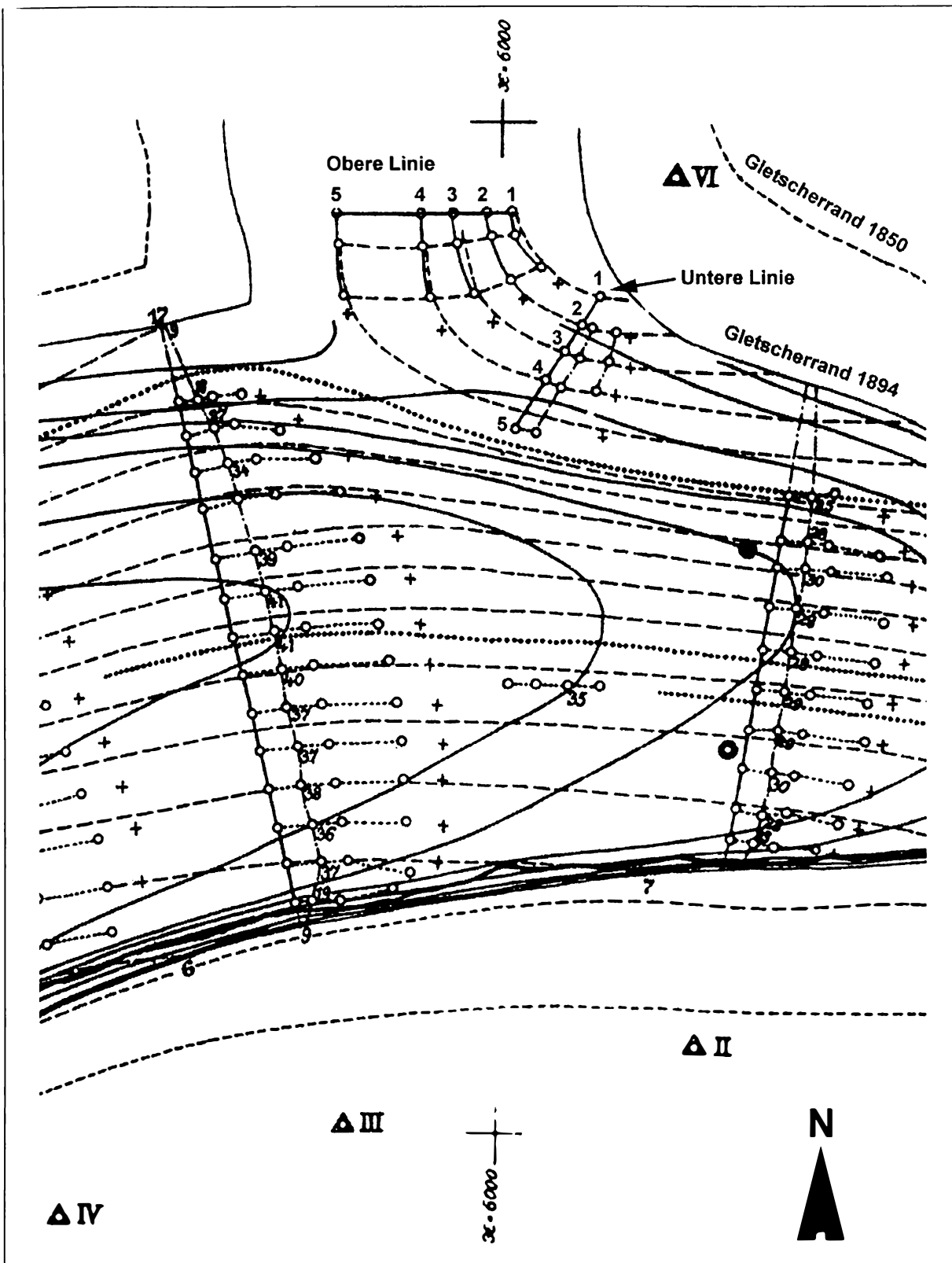


Abb. 4.3.1.1: Die obere und untere Steinlinie am KWF beim Einbiegen in den Hintereisferner von 1895 bis 1899. Der Abstand zwischen den beiden Koordinatenpositionen $x=6000$ beträgt 1000 m. Die Zahlen bei den Nummernsteinen bedeuten die Fließwege von 1895 bis 1896 in $[m \cdot a^{-1}]$. Die + Zeichen markieren die Lage der Steine im Jahr 1899 (Hess, 1899).

Bis 1965 sind keine Geschwindigkeitsmessungen mehr durchgeführt worden.

Ab 1965 beginnt die lückenlose Reihe der jährlichen Geschwindigkeitsmessungen am KWF, die bis heute von H. Schneider durchgeführt werden. In der Abb. 4.3.1.2 sind die horizontalen Geschwindigkeiten an den Längsprofilpegeln (Abb. 4.3.1.3) von 1965 bis 1998 eingetragen.

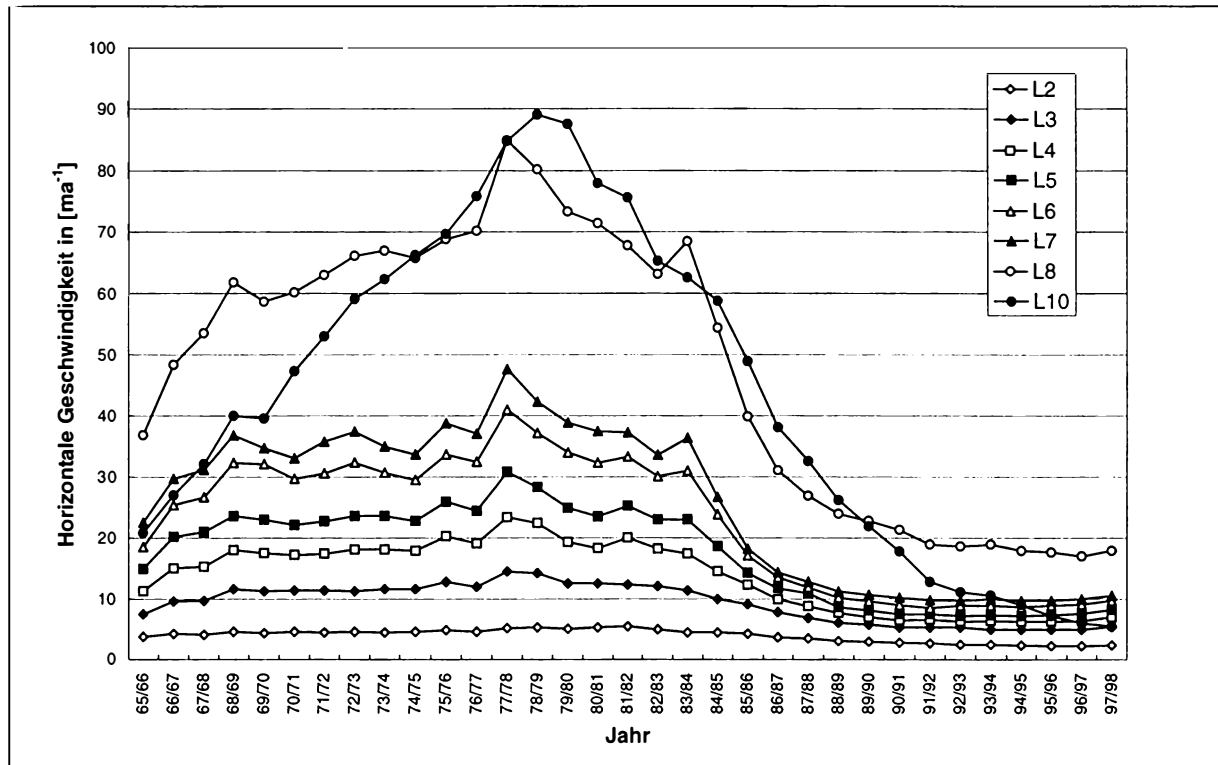


Abb. 4.3.1.2: Der zeitliche Verlauf der horizontalen Geschwindigkeiten an den Längsprofilpegeln des KWF.

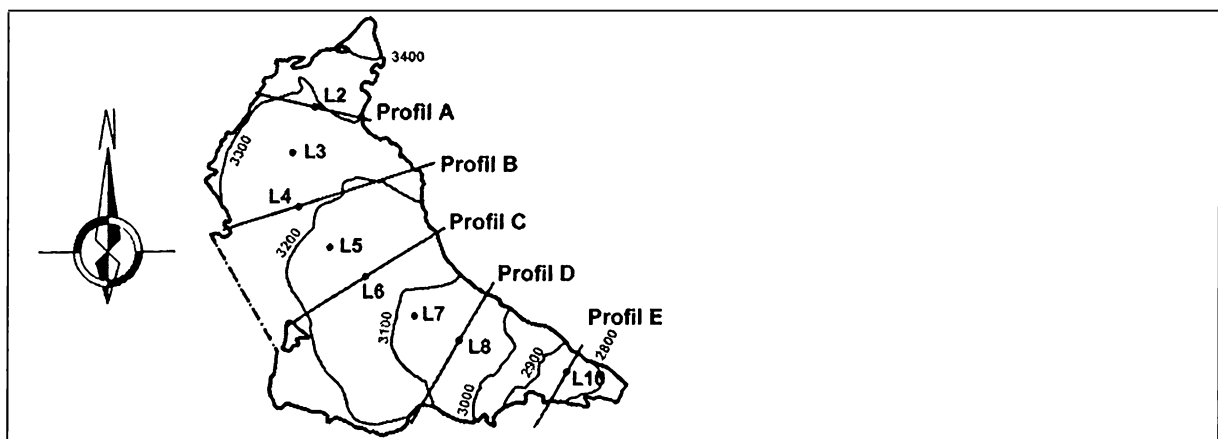


Abb. 4.3.1.3: Lage der Pegel am Kesselwandferner.

Zu allen Untersuchungen, die die horizontale Geschwindigkeit betreffen, sei der Leser auf das Kapitel 9 verwiesen, in dem versucht wird, die jährliche Änderung der Geschwindigkeit mit Hilfe eines neu entwickelten linearen Speichermodells zu beschreiben.

Zu den Geschwindigkeitsmessungen gehören auch die Vertikalbewegung und die Emergenzbewegung. Der Unterschied zwischen Vertikal- und Emergenzbewegung kann mathematisch und auch anschaulich recht einfach dargelegt werden.

Mathematisch läßt sich die Emergenzbewegung v_e für den zweidimensionalen Fall mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung wie folgt definieren (Paterson, 1994 und Kapitel 10, Abschnitt 2, S 2):

$$\frac{\partial h}{\partial t} - b = w_s - u_s \frac{\partial S}{\partial x} = v_e \quad 4.3.1.1$$

Die Gleichung 4.3.1.1 bezieht sich auf ein fixes globales kartesisches Koordinatensystem (Euler'sche Betrachtungsweise), das heißt, die z-Achse weist in Richtung des Zenits und die x- und y-Achse liegen in einer horizontalen Ebene.

Für die Berechnung der Schubspannung und der Geschwindigkeitskomponenten wird in dieser Arbeit an jeder Stelle des Gletschers ein lokales kartesisches Koordinatensystem verwendet, in welchem die z-Achse normal zur Gletscheroberfläche steht (siehe Abb. 10.2.1 in Kapitel 10, S. 150). Die Unterschiede der Resultate zwischen dem globalen und lokalen Koordinatensystem sind für Oberflächenneigungen, wie sie am KWF und an den meisten Ostalpengletschern auftreten, vernachlässigbar (siehe Kapitel 7).

In obiger Gleichung bedeutet h die Eisdicke, b die spezifische Massenbilanz, w_s die Vertikalbewegung im fixen globalen kartesischen Koordinatensystem, u_s die Horizontalbewegung und $\frac{\partial S}{\partial x}$ die Neigung der Eisoberfläche. Der Index s steht für "Surface" oder Oberfläche.

Die Emergenzbewegung setzt sich also zusammen aus der Vertikalen Komponente des Geschwindigkeitsvektors w_s im globalen Koordinatensystem weniger dem Höhenunterschied des Geländes im Fließweg des Pegels. Im Nährgebiet ist die negative Emergenzbewegung als Submergenzbewegung aufzufassen. Es soll hier aber immer nur von Emergenzbewegung die Rede sein.

Die Schwierigkeit bei der Messung der Emergenzbewegung ist nicht so sehr die Bestimmung der Höhe des Pegelfußpunktes, sondern vielmehr die Neigung der Oberfläche beim Pegel. Vor allem in den 70er Jahren im D- und E-Profil, als die Fließwege noch enorme Beträge aufwiesen (bis zu 80 m/a) und die Oberfläche

sehr zerklüftet oder durch Schmelzwasserbäche zerfurcht wurde, ist eine Festlegung einer Oberflächenneigung eine besondere Herausforderung. Dazu müssen in der Umgebung des Pegels einige Oberflächenhöhen bestimmt werden, um daraus eine Tangentialebene am Pegel festlegen zu können. In den Firnprofilen stellte die Bestimmung der Neigung aufgrund der ruhigen Oberfläche kein Problem dar.

Eine andere Variante die Emergenzbewegung zu messen, wäre nach Gleichung 4.3.1.1 die Bestimmung der Höhenänderung und der Akkumulation oder Ablation am Pegel. Da diese Methode zwar leicht zu messen, aber doch viel ungenauer ist, entschied sich H. Schneider für die oben genannte aber aufwendigere Methode zur Berechnung der Emergenzbewegung.

Das Ergebnis dieser Berechnungen zeigt sich in Abb. 4.3.1.4 oben. Negative Werte bedeuten, daß sich der Pegel (oder eine Partikel) relativ von der Oberfläche in das Eis bewegt, und positive Werte, daß sich der Pegel relativ aus dem Eis heraus bewegt. Wie zu erwarten besitzen die Längspegel im Firngebiet negative Werte, da hier die Akkumulation wieder abtransportiert werden muß.

Die Nulllinie der Vertikalbewegung befindet sich in der Nähe des Pegels L7 (Abb. 4.3.1.4) und fällt damit nicht mit der mittleren Gleichgewichtslinie (1965-1996) zusammen, die sich knapp unterhalb des Pegels L6 befindet. Diese beiden Linien müssen nicht notwendigerweise zusammenfallen, da die Emergenzbewegung sehr von der Vertikalbewegung (vertikale Komponente des Geschwindigkeitsvektors) abhängt (Gleichung 4.3.1.1). Die Vertikalbewegung selbst hängt sehr stark von der Dehnungsrate, sprich dem horizontalen Geschwindigkeitsgradienten ab. Im Bereich des D-Profiles sind die Geschwindigkeitsgradienten sehr groß, deshalb treten hier auch immer wieder negative Werte (Eintauchen in die Eisoberfläche) der Emergenzbewegung auf, obwohl dieses Profil schon im Ablationsgebiet liegt.

Nur der Pegel L10 im Profil E hatte während der kompletten Beobachtungsperiode immer positive Werte der Emergenzbewegung.

Die Emergenzbewegung würde sich auch hervorragend dafür eignen, eine eventuell hinablaufende kinematische Welle im Gletscher zu identifizieren. Die Suche von kinematischen Wellen mit den jährlichen Messungen der Oberflächenhöhe an den Pegeln wird nämlich allzusehr von der Verteilung der Massenbilanz gestört. Ignoriert man aber die Massenbilanz in der Kontinuitätsgleichung 4.3.1.1, so ist für die jährliche Höhenänderung am Pegel nur noch die Emergenzbewegung verantwortlich. Betrachtet man aber die Abb. 4.3.1.5, wo die Emergenzbewegung im jeweils gleichen Maßstab, aber räumlich getrennt eingetragen ist, so ist auch beim besten Willen keine kinematische Welle auszumachen. Im Gegenteil, alle Maxima und Minima vollziehen sich annähernd gleichzeitig, außer dort, wo die Emergenzbewegung durch Spalten (L4 um 1980 und L8) oder durch extreme Geschwindigkeitsgradienten (L8) gestört wird. Dieses Bild wiederholt sich auch, wenn man sich die

Höhenänderungen (Abb. 4.3.2.1, nächster Abschnitt) betrachtet. Auch hier vollziehen sich alle Maxima und Minima annähernd gleichzeitig.

Da beim Kesselwandferner die Geschwindigkeiten, wie in Kapitel 9 gezeigt werden wird, hauptsächlich durch das Gleiten gesteuert werden, das wiederum stark von der jährlichen Akkumulation abhängt, verhält sich der Gletscher eher wie ein "ganzer Block" und alle Veränderungen vollziehen sich innerhalb eines Jahres.

Über Veränderungen während eines Jahres können in dieser Arbeit keine Aussagen gemacht werden, da nur Jahreswerte in die Untersuchungen miteinbezogen wurden.

Erstaunlicherweise verhält sich die Vertikalbewegung und auch der Geschwindigkeitsvektor des Pegels L10 (=E2) seit 1965 zeitlich sehr konstant, das heißt die Vertikalbewegung schwankt in einem Bereich von nur ca. ± 1 m und die Neigung des Bewegungsvektors im Bereich von $+1$ bis -2 Neugrad. Der Pegel ist also der einzige, dessen Vektor über viele Jahre aus der Horizontalebene nach oben gerichtet ist. Die zeitliche Konstanz der oben genannten Größen wird durch die Blockbewegung, die hier an der Zunge unterhalb der Steilstufe durch den hohen Gleitanteil in der Geschwindigkeit hervorgerufen wird, bestimmt (siehe Kapitel 9). Der gesamte Eiskörper unterhalb der Eisbruchs wird einfach über den hier sehr flachen Felsuntergrund hinweggeschoben.

Auffällig ist, wie auch bei der horizontalen Geschwindigkeit, die zeitliche Konstanz der Emergenzbewegung und der Vertikalbewegung nach 1985, als der Vorstoß des KWF zu Ende war (Abb 4.3.1.2 und 4.3.1.4).

In Abb. 4.3.1.6 sind zur Ergänzung des Verständnisses von Emergenzbewegung und Vertikalbewegung noch die Neigung der Oberfläche an den Pegeln und die Neigung des Geschwindigkeitsvektors abgebildet.

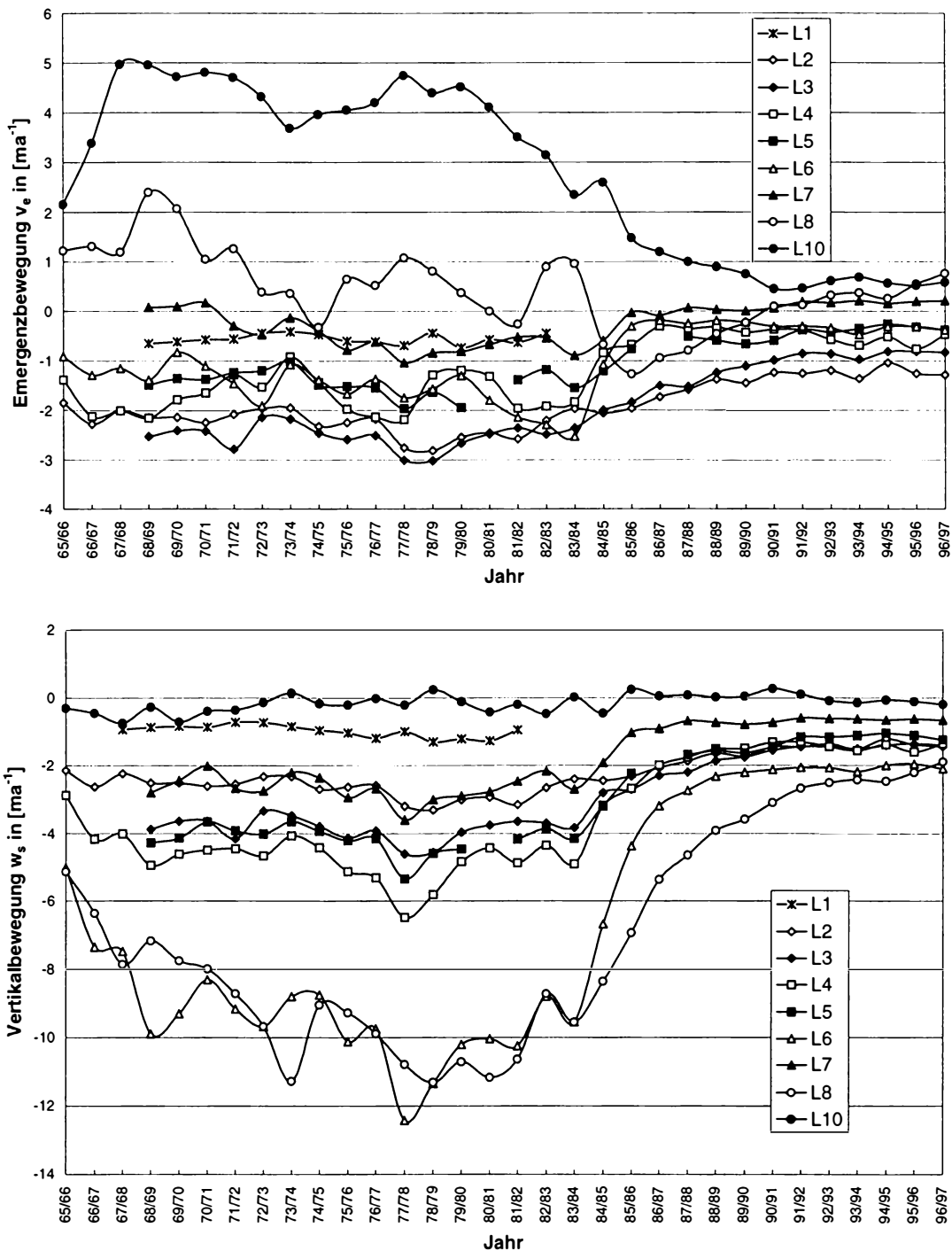


Abb. 4.3.1.4: Oben: Die Emergenzbewegung der einzelnen Pegel. Negative Zahlen bedeuten eine Relativbewegung von der Oberfläche in den Gletscher, positive Zahlen eine Relativbewegung zur Oberfläche.
 Unten: Die Vertikalbewegung der einzelnen Pegel. Hier bedeuten negative Werte eine Abwärtsbewegung im globalen kartesischen Koordinatensystem und umgekehrt.

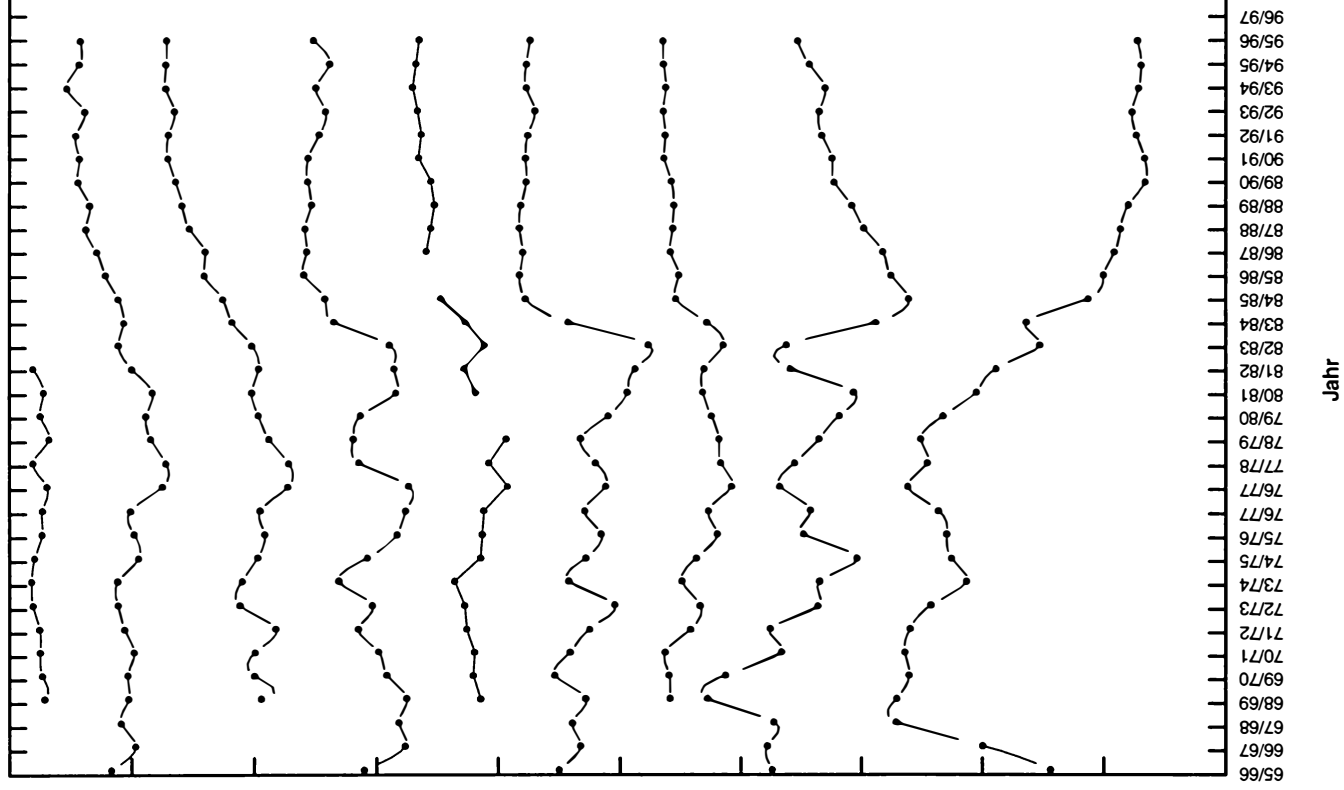


Abb. 4.3.1.5: Die Emergenzbewegung der Längspegel beginnend mit L1 (ganz oben) bis L10, (ganz unten), wobei L9 fehlt, mit getrennten Größenachsen, aber gleichem Maßstab. Der Abstand zwischen den Teilstrichen auf der Größenachse beträgt 1 m a⁻¹.

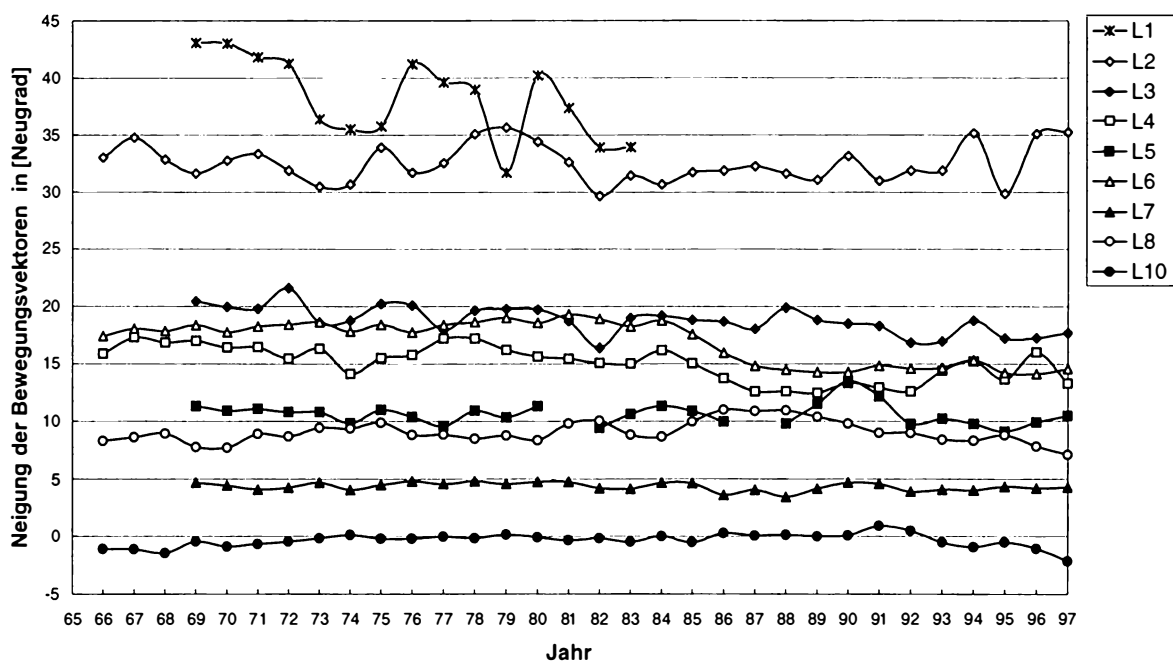
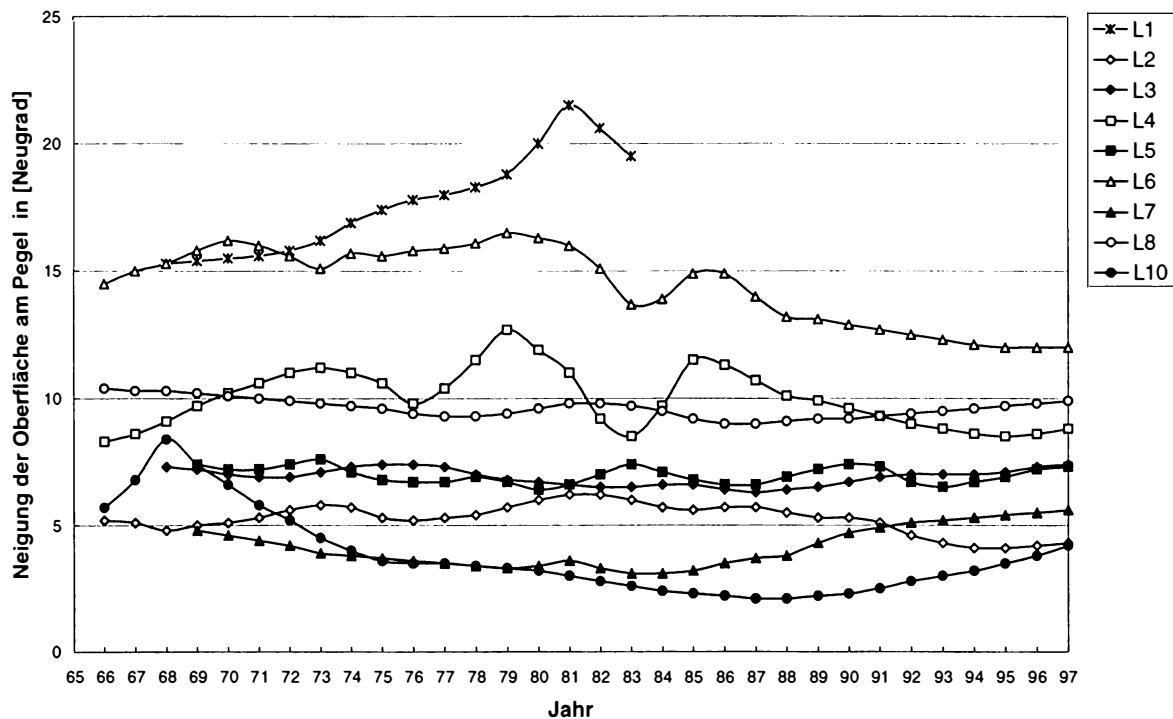


Abb. 4.3.1.6: Oben: Die Neigung der Oberfläche an den Längspegeln.
 Unten: Die Neigung der Bewegungsvektoren der Längspegel. Positive Werte
 bedeuten einen aus der globalen Koordinatenebene nach oben gerichteten
 Vektor und umgekehrt. Alle Angaben in Neugrad.

4.3.2 Höhenänderungen

Absolute Höhenänderungen vor 1965

In diesem Abschnitt werden zum Großteil Auszüge aus der Dissertation von H. Schneider wiedergegeben.

Über die absoluten Höhenänderungen der Oberfläche im Firngebiet des Kesselwandferners liegen einige ältere Messungen vor, die es gestatten die Werte seit 1965 mit denen der Jahre 1914, 1935, 1942, 1946, 1950 und 1958(59) zu vergleichen.

Der Stand des Firngebietes des Kesselwandferners im Jahre 1914 kann einer Kartenskizze im Maßstab 1:10000 entnommen werden. Diese Karte, bei der es sich um eine Pause des Originalschichtlinienplanes der von H. Hess aufgenommenen Karte handelt, stellt den oberen und mittleren Teil des Kesselwandferners bis zum Profil E dar. Diese Pause ist deshalb so wertvoll, weil die Karte, ebenso wie die des Hintereisferners von 1905, nie veröffentlicht wurde. Die Pause dieser Karte wurde dem Autor freundlicherweise von H. Schneider zur Verfügung gestellt.

Am 21.7.1935 wurde von H. Schatz (1936) ein Oberflächenprofil vom Brandenburgerhaus zur ersten Scharte ca. 200 m südlich der Kesselwandspitze durchgemessen (heutiges B-Profil: BB-Haus zur Kesselwandspitze). Ein Vergleich mit der Karte von 1914 ergab ein Einsinken der Oberfläche von 4,3 m.

Am 30.7.1942 wurde ebenfalls von H. Schatz (pers. Mitteilung von H. Schneider) ein Profil vom Südgiebel des Brandenburgerhauses zum Signal Kesselwandspitze eingemessen. Dieses Profil ist deshalb von besonderer Bedeutung, weil es gestattet, die gemessenen Höhen mit der aus der 1942 aufgenommenen Alpenvereinskarte zu vergleichen. Dabei zeigt sich, daß die AV- Karte für solche Zwecke im flachen Firngebiet viel zu ungenau ist. beim Schnittpunkt der Höhenlinie 3200 m mit der Profilgeraden ergibt sich eine Abweichung von 24 m gegenüber dem gemessenen Profil. Ein Vergleich mit der Kartenskizze von 1914 zeigt, daß die Oberfläche 1942 um 6,5 m tiefer als 1914 lag. Daraus ergibt sich ein weiteres Einsinken von 2,2 m von 1935 bis 1942.

Am 16.9.1946 wurde das Profil von L. Vietoris nachgemessen (pers. Mitteilung von H. Schneider). Der Vergleich mit den Profilhöhen von 1942 zeigt, daß die Oberfläche 1946 durchschnittlich um 0,4 m tiefer lag.

Am 28.8.1950 wurden im Profil vier Punkte im Abstand von 93, 335, 650 und 1105 m vom Brandenburger Haus ebenfalls von L. Vietoris rückwärts eingeschnitten. Die von J. Hämmerle (1951) durchgeführte Auswertung ergab, daß die Oberfläche des Gletschers von 1946 bis 1950, gemittelt aus den Werten der letzten drei Punkte, um weitere 6,4 m eingesunken war (Schatz, 1953).

Am 27.8.1958 und am 9.9.1959 wurde das Profil von H. Hoinkes nachgemessen. Ein Vergleich zwischen dem von H. Schatz ausgewerteten Profil von 1958 mit dem von 1950 ergab eine Hebung der Oberfläche von durchschnittlich 2,5 m.

Am 22.9.1965 lag das Profil im Durchschnitt um weitere 2,6 m höher als 1958. Die Höhenänderungen von 1914 bis 1965 sind für die einzelnen Zeitabschnitte in der untenstehenden Tabelle angeführt (Schneider, 1970).

1914-1935	-4,3 m
1935-1942	-2,2 m
1942-1946	-0,4 m
1946-1950	-6,4 m
1950-1958	+2,5 m
1958-1965	+2,6 m

Tab. 4.3.2.1: Die Höhenänderung der Oberfläche im B-Profil seit 1914.

Wird die Oberfläche von 1965 als Referenzhöhe herangezogen und die Werte der obenstehenden Tabelle umgerechnet und mit dieser Referenzhöhe verglichen, so ergibt sich folgendes Bild:

1914	+8,2 m
1935	+3,9 m
1942	+1,7 m
1946	+1,3 m
1950	-5,1 m
1958	-2,6 m
1965	0 m

Tab. 4.3.2.2: Die Höhenänderung des B-Profiles bezogen auf 1965.

In der Abb. 4.3.2.1 sind diese Werte und die Höhen in der Profilmittte seit 1965 eingetragen. Insgesamt sind die Änderungen im Firngebiet beim Profil B seit 1914 sehr gering und führten damit zu den Erkenntnissen, die im Kapitel 9 besprochen werden.

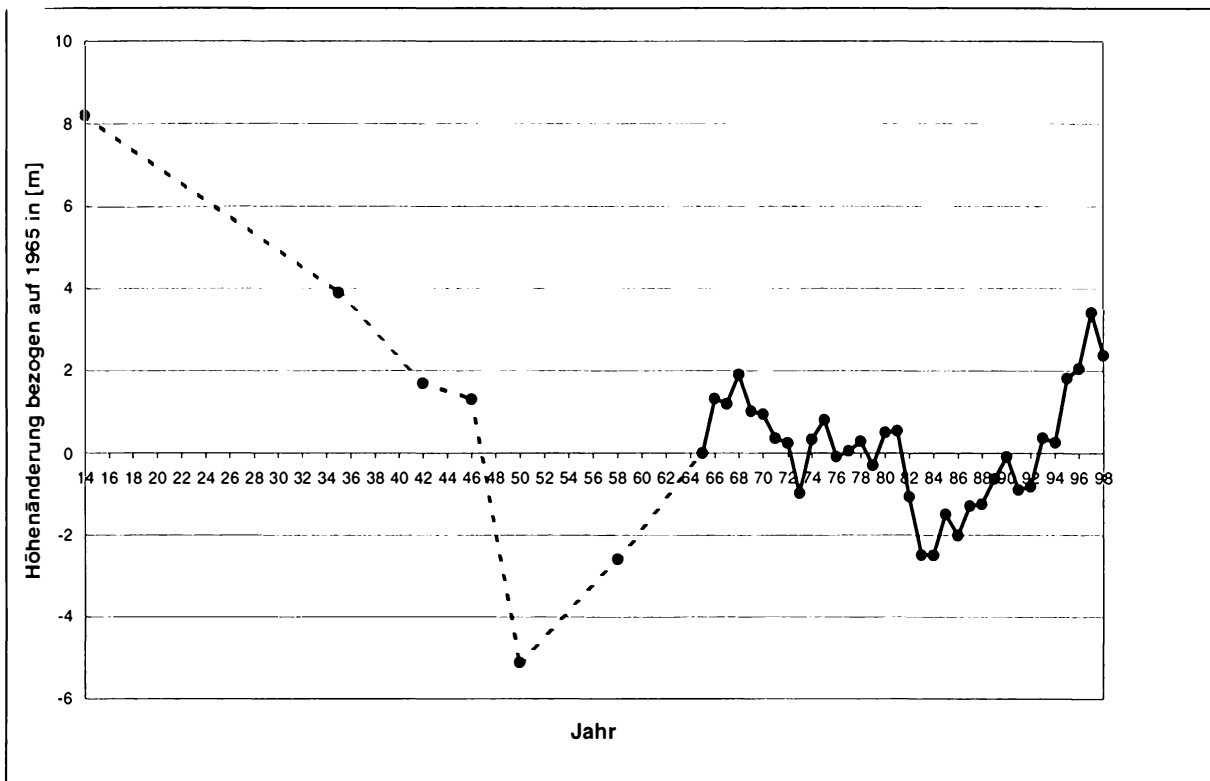


Abb. 4.3.2.1: Die Höhenänderungen im B-Profil bezogen auf 1965.

Die absoluten Höhenänderungen der Oberfläche im Zungengebiet konnten für die Jahre 1914, 1942, 1958 und 1961 aus dem vorhandenen Kartenmaterial entnommen werden. In diese Karten wurde die Profilgerade E eingezeichnet und die Schnittpunkte der Höhenlinien mit der Profilgeraden für die einzelnen Jahre ausgemessen.

Die Karte von 1914 erfaßt nur die orographisch rechte Hälfte des Profils. Die aus der AV-Karte von 1942 ermittelten Werte sind zwar aus den früher angeführten Gründen mit Vorbehalt zu betrachten, dürften aber wegen der besseren Auswertbarkeit der photogrammetrischen Aufnahmen des steilen, aperen Geländes doch ziemlich stimmen. Aus dem Vergleich dieser beiden Karten ergibt sich für den Zeitraum von 1914 bis 1942 wegen des zwischen 1914 und 1922 erfolgten Vorstoßes ein Einsinken der Oberfläche im Profil E von durchschnittlich nur 7 m.

Die nächsten Vergleichswerte können der vom 3. bis 6.9.1958 von O. Schimpp und G. Kerner aufgenommenen und von H. Baumert und E. Dorrer am Institut für Photogrammetrie der TH München ausgewerteten Karte des gesamten Kesselwandfernners entnommen werden (pers. Mitteilung von H. Schneider). Da diese Karte nur Schichtlinien im Abstand von 50 m aufweist, konnten nur zwei Punkte im Bereich des Profiles E genau ausgemessen werden. Daraus folgt, daß die Oberfläche 1958 um ca. 9 m tiefer lag als 1942.

Aus der am 28.8.1961 von H. Baumert aufgenommenen und von H. Rentsch ausgewerteten Karte des Zungenendes (Abb. 4.3.3.3) ergibt sich eine weitere Einsenkung des Profiles von 6,5 m gegenüber 1958.

Am 20.9.1965 lag das Profil durchschnittlich um weitere 8 m tiefer als 1961.

Die Höhenänderungen von 1914 bis 1965 sind für die einzelnen Zeitabschnitte in der untenstehenden Tabelle zusammengefaßt (Schneider, 1970).

1914-1942	-7 m
1942-1958	-9 m
1958-1961	-6,5 m
1961-1965	-8 m

Tab. 4.3.2.3: Die Höhenänderungen im E-Profil seit 1914.

Wird die Oberfläche von 1965 als Referenzhöhe herangezogen und die Werte der obenstehenden Tabelle umgerechnet und mit dieser Referenzhöhe verglichen, so ergibt sich folgendes Bild:

1914	+30,5 m
1942	+23,5 m
1958	+14,5 m
1961	+8 m
1965	0 m

Tab. 4.3.2.2: Die Höhenänderung des E-Profiles bezogen auf 1965.

In der Abb. 4.3.2.2 sind diese Werte und die Höhen in der Profilmitte seit 1965 eingetragen.

Im Jahre 1985 wurde im E-Profil wieder die Höhe von 1914 erreicht, obwohl die Gletscherlänge über 400 m kürzer war.

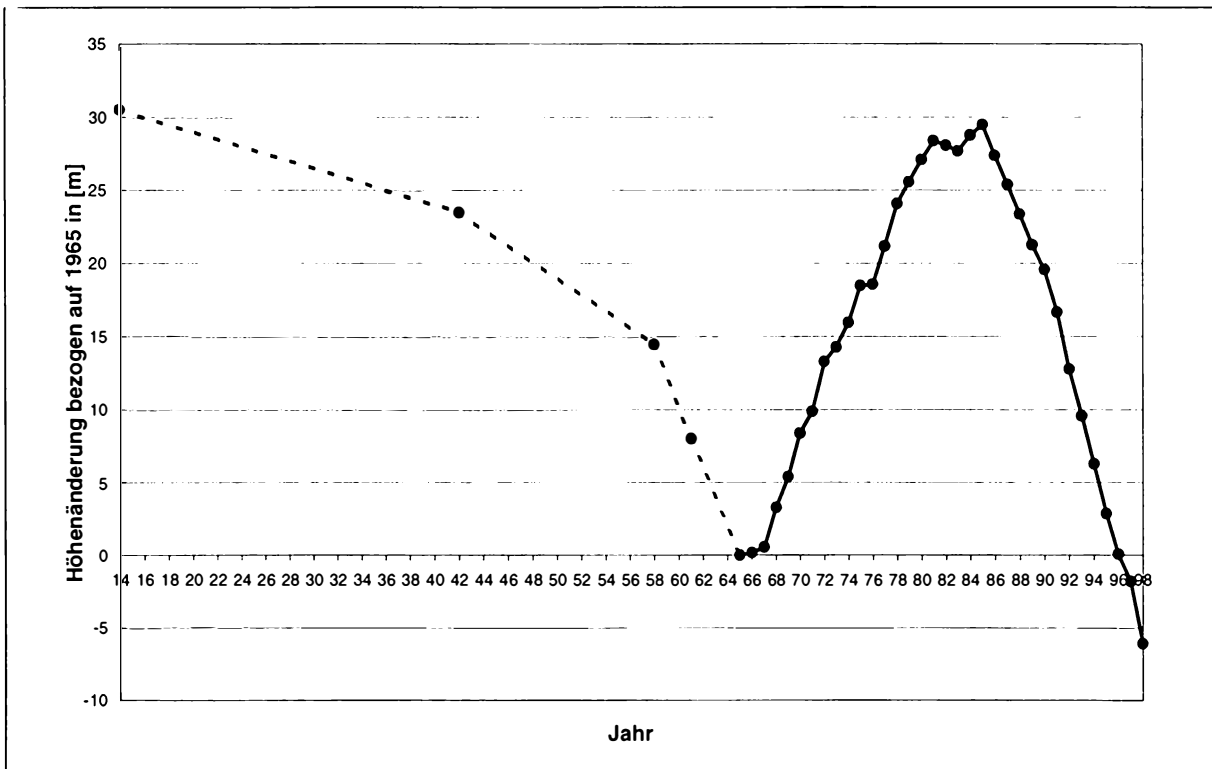


Abb. 4.3.2.2: Die Höhenänderungen im E-Profil bezogen auf 1965.

Absolute Höhenänderungen nach 1965

Seit 1965 wurden von H. Schneider alljährlich die Höhen bei den Profilen A bis E an mehreren Punkten mit einem Abstand von ca. 25 m eingemessen. Bei den Zwischenpegeln wurden nur die Höhen an den Pegeln bestimmt.

Eine Auswertung der Höhenänderungen bei den Profilen und deren Interpretation würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen und verlangt deshalb in Zukunft eine eigene Untersuchung. Diese Dissertation konzentriert sich ausschließlich auf die Profilmitten oder die zentrale Fließlinie. Das Ergebnis der Vermessungsperiode von 1965 bis 1998 ist in der untenstehenden Abbildung 4.3.2.4 eingetragen. Aufgrund der stark wechselnden Oberfläche beim Pegel E2 (=L10) durch die jährlich anders verlaufenden Schmelzwasserbäche, wurde ein Mittelwert der Höhenänderung eines Streifens von ± 50 m entlang des E-Profiles zusätzlich eingezeichnet. Dieser Mittelwert ist deshalb größer als der Wert am Pegel (Abb. 4.3.2.4), da die Oberfläche links und rechts des Pegels höher liegt. Dies war notwendig, um nicht dazu verleitet zu werden die abgebildeten Minima und Maxima im zeitlichen Verlauf der Höhe des Pegels E2, auf irgendwelche dynamischen Effekte, die möglicherweise vom Eisbruch verursacht werden, zurückzuführen.

Vom Pegel L2 bis L7 verhielten sich die Oberflächen erstaunlich konstant und hoben oder senkten sich trotz des dazwischenliegenden Vorstoßes in einem Rahmen von nur ± 5 m.

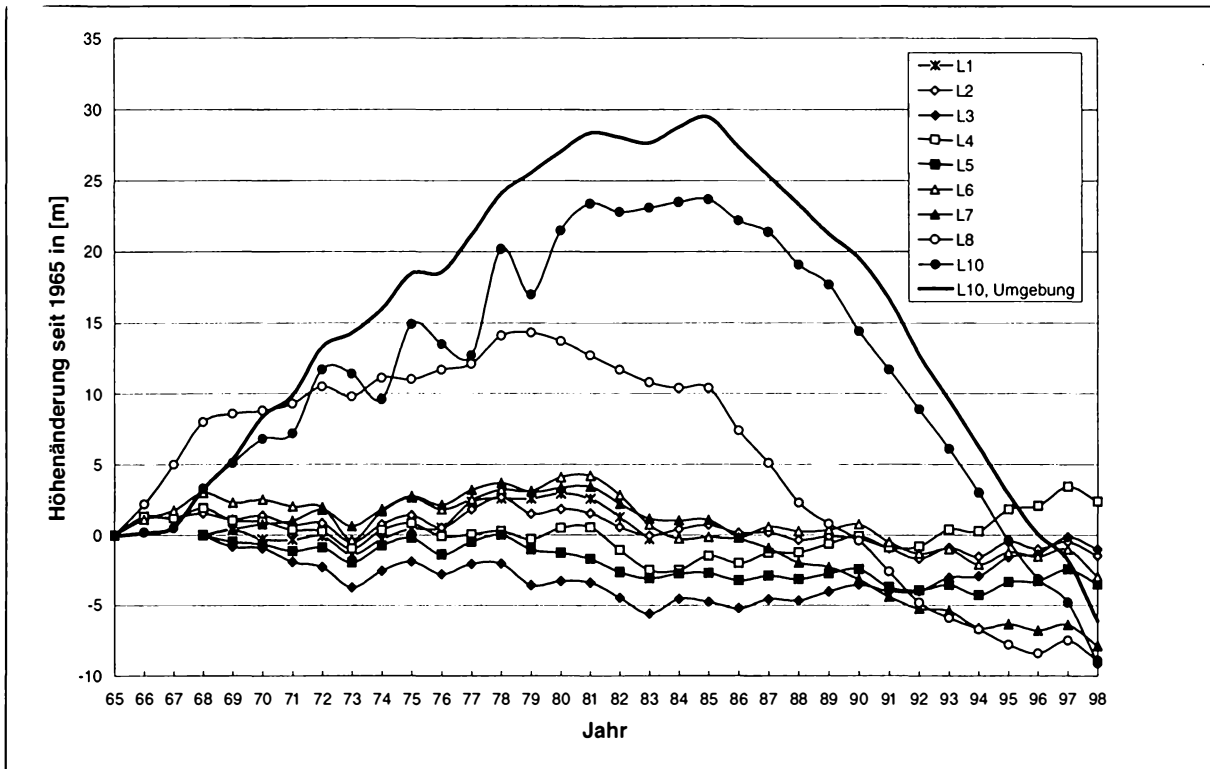


Abb. 4.3.2.4: Die Höhenänderung der Längspegel seit 1965.

4.3.3 Längenänderungen

Änderungen der Lage des Zungenendes vor 1965

Seit dem letzten Maximalstand um 1850, bei dem der Kesselwandferner noch auf eine Strecke von 1,4 km mit dem Hintereisferner vereint war, ist das Zungenende bis auf einen Vorstoß zwischen 1914 und 1922 bis 1965 ständig zurückgegangen.

In der 1894 von Hess und Blümcke (1899) aufgenommenen Karte (1:10000) liegt das gemeinsame Ende von Hintereis- und Kesselwandferner ca. 680 m hinter dem Stand von 1850 (Abb.4.3.3.1, oben). Um 1905 wurden der Hintereisferner und der untere Teil des Kesselwandfernens zwar photogrammetrisch aufgenommen und 1913 auch ausgewertet (Hess, 1924), die Karte selbst scheint aber nirgendwo veröffentlicht worden zu sein. In der Arbeit von Hess (1924) ist nur ein kleiner Abschnitt, und zwar das Zungenende des HEF bis zur Einmündung des KWF enthalten. Nach 1905 zeigte das

Zungenende des KWF weiterhin einen starken Verfall, der 1914 sogar zu einer vorübergehenden Trennung vom Hintereisferner führte.

Der nach 1914 einsetzende Vorstoß des Kesselwandferners wurde beobachtet und ist durch Zahlen- und Kartenmaterial (Hess, 1924) belegt. Die Abbildungen 4.3.3.1, unten und 4.3.3.2 zeigen, wie der sich noch 8 m vom Hintereisferner entfernte Kesselwandferner förmlich auf diesen hinaufgeschoben hat. Die aus diesen Karten und gesonderten Messungen entnommenen jährlichen Werte des insgesamt ca. 120 m großen Vorstoßes sind in einer kurzen Notiz in der Zeitschrift für Gletscherkunde, Band 13, Seite 139, zusammengestellt.

Für 1920 fehlt in der oben erwähnten Abbildung (4.3.3.2) eine Kartenskizze, welche aber in der Karte des Hintereisferners von 1920 (1:10000) (Hess, 1924) wiedergegeben ist. Eine Ausschnitt aus dieser Karte ist mit dem einmündenden Kesselwandferner in Abb. 4.3.3.3 dargestellt.

Ab 1922 zeigte sich ein zunehmender Verfall des KWF, der 1935 zu einer erneuten Lostrennung vom HEF führte (Schatz, 1936). Erst 1942 wurde der KWF im Zuge der Aufnahme der AV-Karte von E. Schneider photogrammetriert. Daraus ergibt sich für den Zeitraum von 1935 bis 1942 aufgrund des steilen felsigen Geländes ein besonders starker Rückgang von 410 m in der Horizontalprojektion. Laut einer Militärkarte aus der Besatzungszeit (USA), aufgenommen im Jahre 1945, war das Zungenende des KWF stationär (pers. Mitt. v. H. Schneider). Zur selben Zeit trat beim Hintereisferner eine beschleunigte Bewegung auf (Span und Kuhn 1997), was auf eine verbesserte Massenbilanzsituation schließen läßt.

Aus der 1958 von G. Kerner und O. Schimpp aufgenommenen Karte des gesamten KWF folgt (pers. Mitt. v. H. Schneider), verglichen mit der AV-Karte ein weiterer Rückgang von 270 m. 1961 wurde das Zungenende von H. Baumert vom Institut für Photogrammetrie der TH München aufgenommen. Das Zungenende zeigt gegenüber dem eingetragenen Zungenrand von 1958 einen Rückgang von nur mehr ca. 25 m (pers. Mitt. v. H. Schneider).

Das im Herbst 1965 eingemessene Zungenende zeigt einen weiteren schwachen Rückgang von durchschnittlich 30 m. Daraus ergibt sich für den Kesselwandferner für den Zeitraum seit seiner 1935 erfolgten Lostrennung vom HEF bis 1965 ein Rückgang von 735 m und eine Verlagerung des Zungenendes von ca. 2450 m auf 2712 m Höhe. In der Tabelle 4.3.3.1 sind die horizontalen Änderungen des Zungenendes des KWF zusammengefaßt.

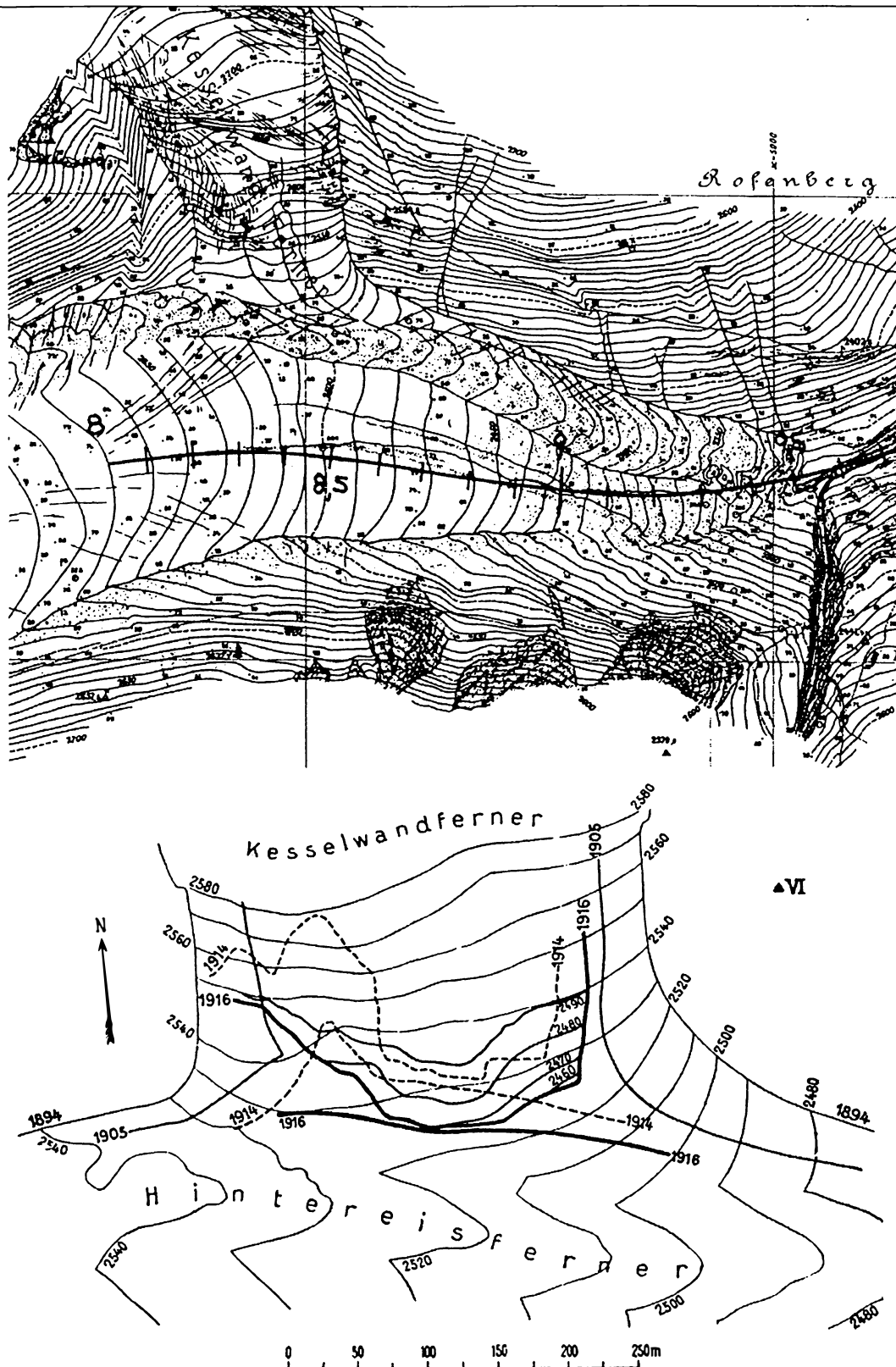


Abb. 4.3.3.1: Oben: Ausschnitt aus der Karte des Hinterseisferners von 1894 mit dem einmündenden Kesselwandferner (Hess, 1899).
 Unten: Der Zusammenfluß von HEF und KWF in den Jahren 1894, 1905, 1914 und 1916 (Hess, 1917).

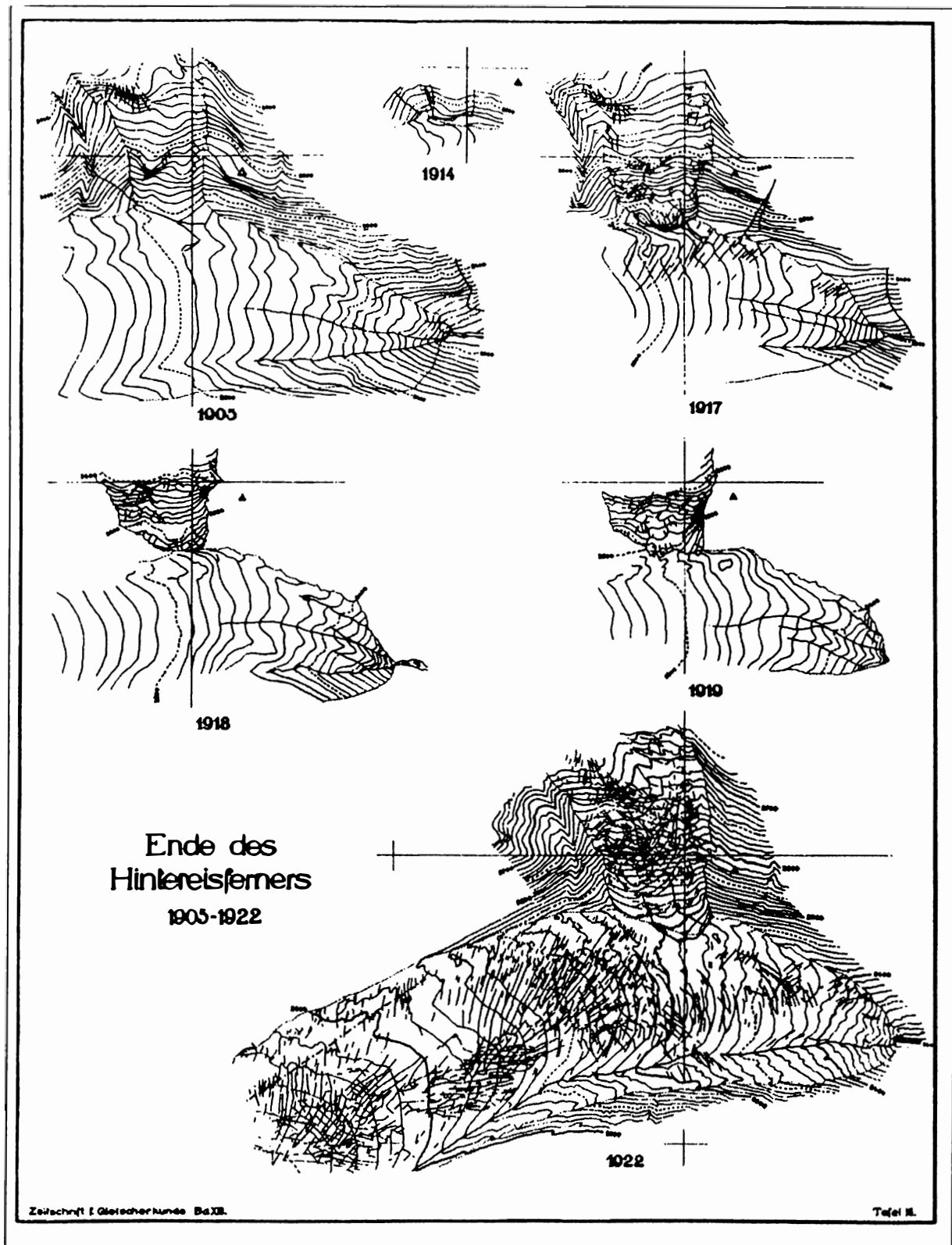


Abb. 4.3.3.1: Die Lage des Zungenendes von Kesselwand- und Hintereisferner von 1905 bis 1922 (Hess, 1924).

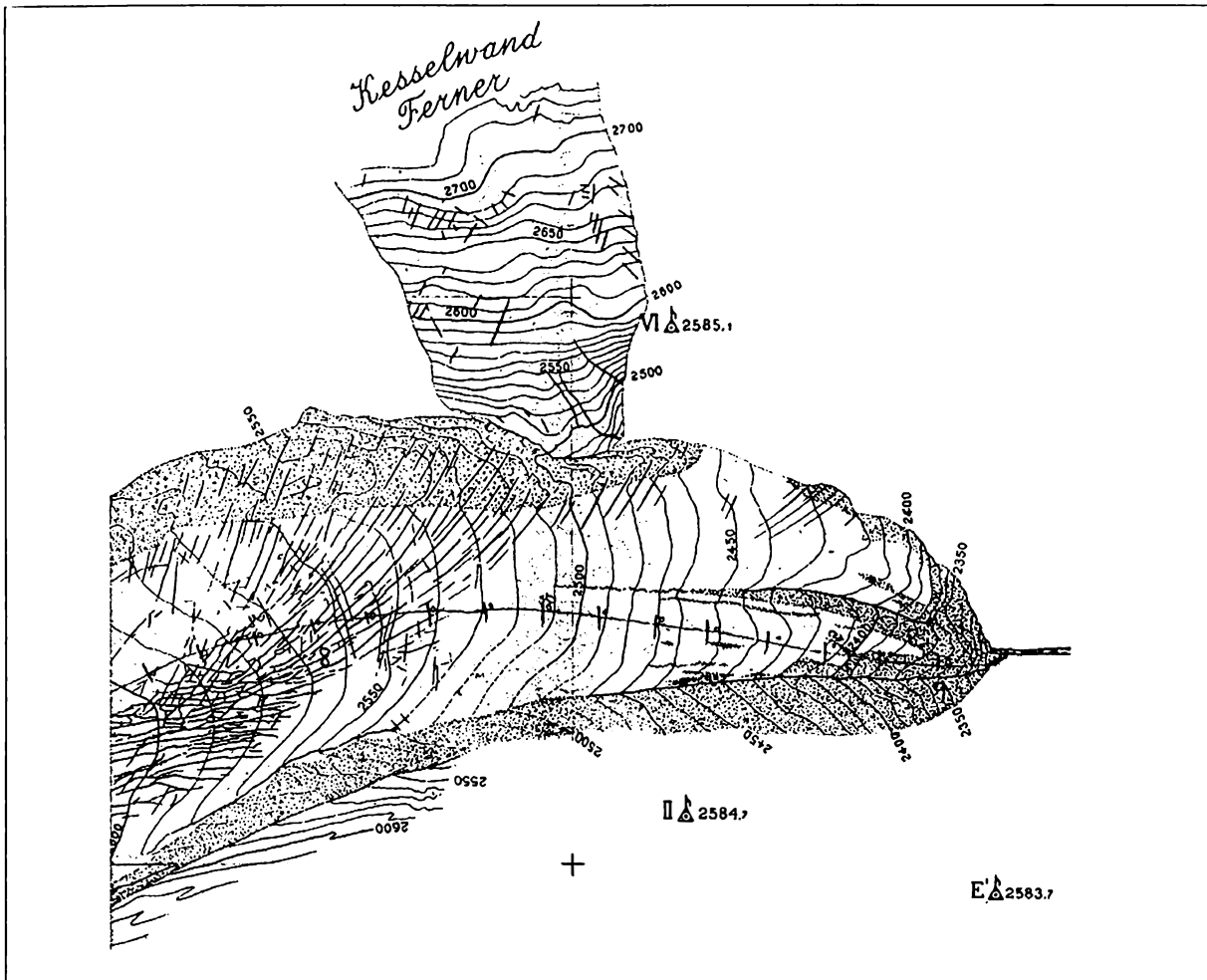


Abb. 4.3.3.3: Ausschnitt aus der Karte des Hintereisferners von 1920 mit dem einmündenden Kesselwandferner (Hess, 1924)

1914-1922	+125 m
1922-1935	-120 m
1935-1939	-300 m
1939-1942	-110 m
1942-1958	-270 m
1958-1961	-25 m
1961-1965	-30 m

Tab. 4.3.3.1: Die Längenänderungen des KWF von 1914 bis 1965.

Eine graphische Darstellung der Längenänderungen vor und nach 1965 ist in Abb. 4.3.3.5 wiedergegeben.

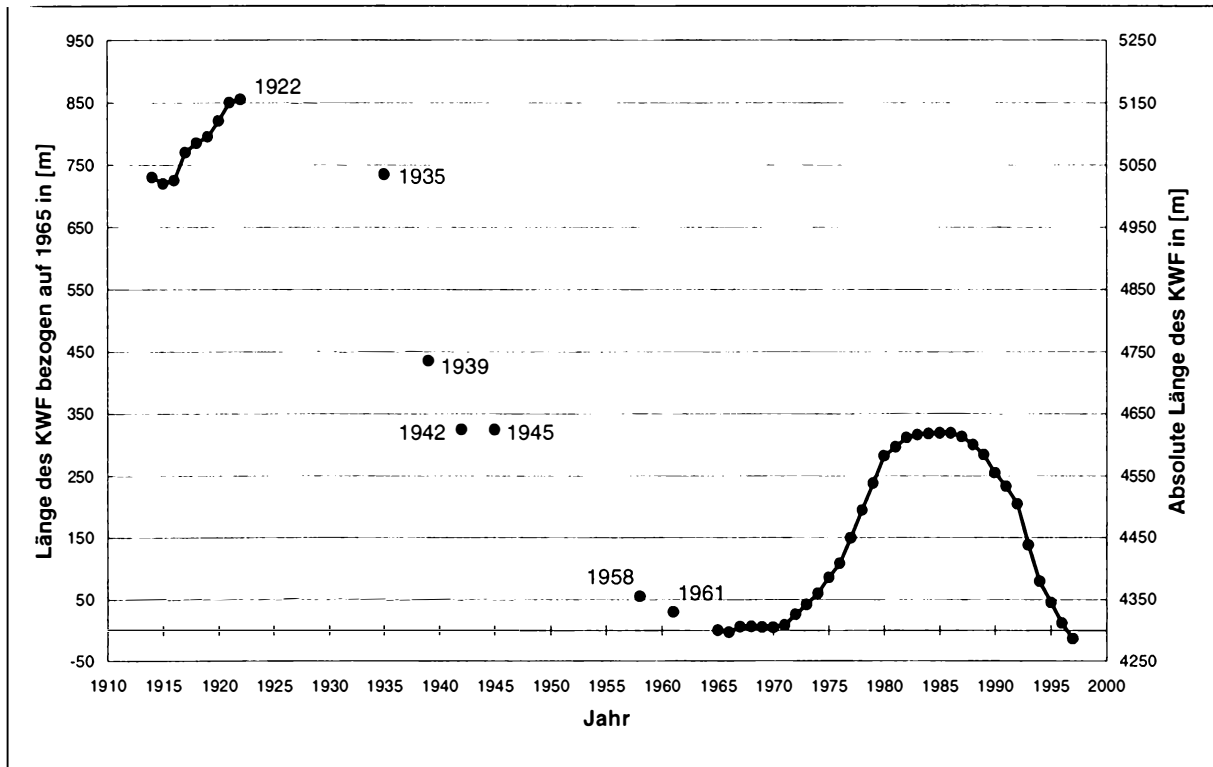


Abb. 4.3.3.5: Die Längenänderungen des KWF seit 1914 bezogen auf 1965 (linke Ordinate) und die absolute Länge (rechte Ordinate).

Änderungen der Lage des Zungenendes nach 1965

Die Werte der jährlichen Längenänderung wurden aus dem Mittel aller eingemessenen Punkte am Zungenende, die in einem Streifen von ± 100 m links und rechts der zentralen Fließlinie liegen, gewonnen. Das Ergebnis ist in Abb. 4.3.3.5 abgebildet. Danach ist der Kesselwandferner von 1965 bis 1985 in der Horizontalprojektion ca. 320 m vorgestoßen. Zu dieser Zeit, Ende der 70er und Anfang der 80er Jahre sind ca. 80% der Ostalpenglischer vorgestoßen (Patzelt, 1985). Für den Hintereisferner reichte jedoch die Massenbilanz der vorhergehenden Jahre nicht aus um einen Vorstoß zu bewirken.

Eine eingehende Diskussion über die Längenänderungen nach 1965 und deren Ursachen findet der Leser im Kapitel 10 und 11, wo ein zweidimensionales Fließmodell behandelt wird.

4.3.4 Massenbilanz

Im Sommer 1956 wurde von H. Hoinkes ein 11 m tiefer Schacht gegraben, der es erlaubte, die Rücklagenverteilung und die charakteristischen Änderungen innerhalb der Schneedecke bis zum Horizont von 1951 zu studieren (Hoinkes 1957).

Im gleichen Jahr wurde das 1952 von O. Schimpp (1960) am Hintereisferner errichtete Pegelnetz auf den Kesselwandferner ausgedehnt. Damit konnte der KWF während des internationalen Geophysikalischen Jahres 1957/58 und der Internationalen Geophysikalischen Kooperation 1958/59 in das umfassende Forschungsprogramm (Hoinkes, 1959) einbezogen werden. Diese Pegel erlaubten eine direkte Massenhaushaltsbestimmung beider Gletscher, die durch Abflußstudien der vereinigten Bäche von Hintereis- und Kesselwandferner ergänzt wurde (Lang, 1962; Hoinkes und Lang, 1962, a + b).

Danach wurden die Rücklagen im Firngebiet des KWF nur an einem Punkt bestimmt.

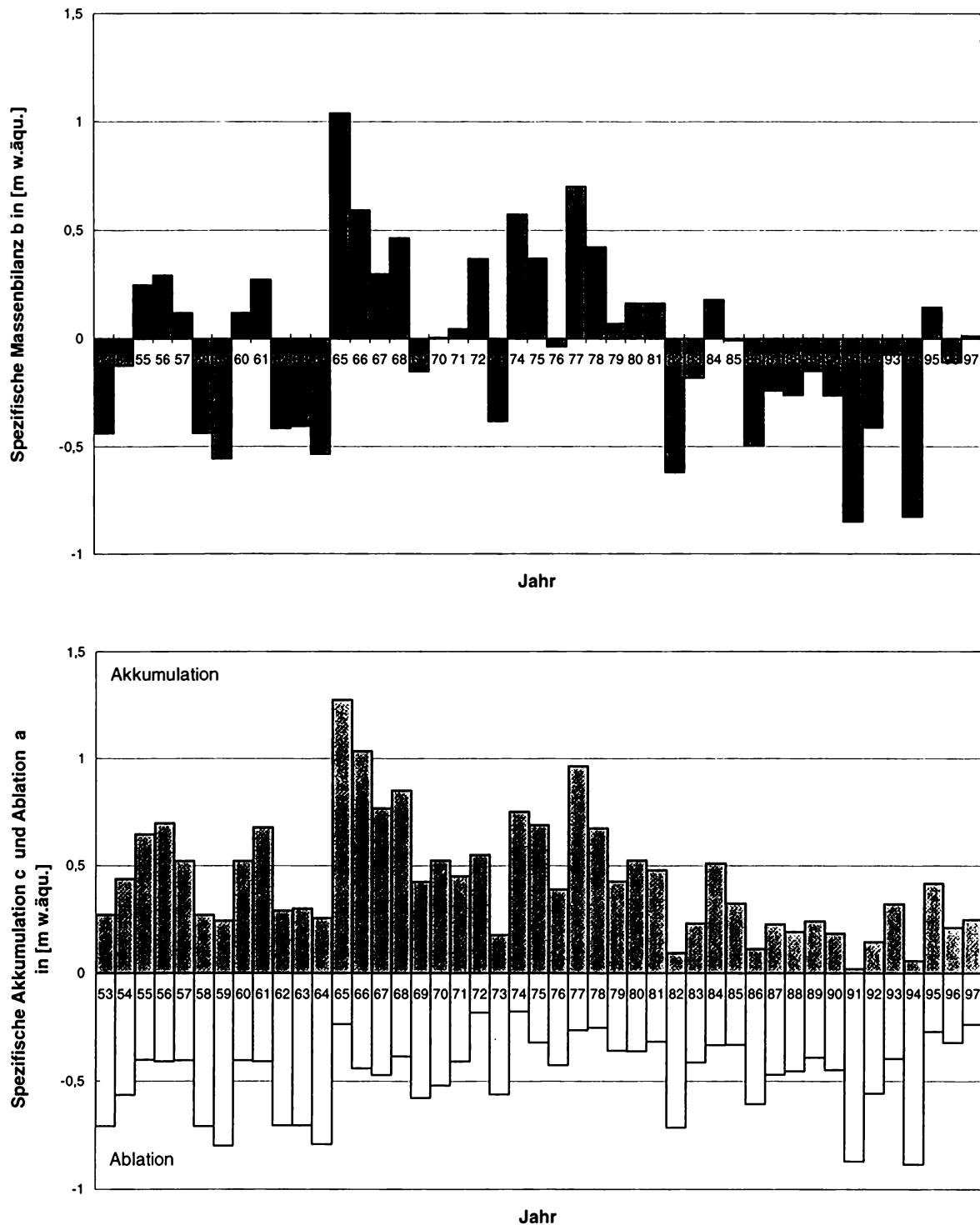
Um diese Lücke zu schließen wurden im Sommer 1964 und 1965 erneut die nötigen Feldarbeiten zur Bestimmung der Massenbilanz begonnen (Queck, 1966). Dazu wurden im Akkumulationsgebiet neun Schächte bis zum Horizont von 1960 gegraben. Diese Schächte und 17 weitere Bohrungen lieferten Ergebnisse über stratigraphische Besonderheiten, Dichte- und Rücklagenverteilung. In der Arbeit von Queck (1966) wurde der Massenhaushalt des KWF von 1960/61 bis 1964/65 bestimmt und die Wahrscheinlichkeit der gefundenen Werte in Zusammenhang mit den in Vent registrierten meteorologischen Daten behandelt.

Mit Hilfe des Schachtes L58, der bis zum Horizont 1951 zurückreichte, wurden die nötigen Punktwerte für die empirisch ermittelten Firnlinienhöhen erhalten. Aus einer empirischen Beziehung zwischen Rücklage eines Punktes, dessen Höhe, Hangrichtung und Hangneigung und der Höhe der Firnlinie wird schließlich die flächenmäßige Rücklagenverteilung berechnet (Queck, 1966). Zusammen mit einem Ablationsgradienten wurde ebenso der Massenverlust und somit auch der Massenhaushalt von 1951/52 bis 1959/60 errechnet.

Über Einzelheiten dieser Arbeiten sei der Leser auf die Dissertation von Queck (1966) verwiesen.

Seit 1965 wurden die nötigen Feldarbeiten am Kesselwandferner von H. Schneider im Zuge der Vermessungsarbeiten übernommen und von G. Markl am IMGl ausgewertet und dem Autor freundlicherweise zur Verfügung gestellt (pers. Mitteilung G. Markl).

Die Ergebnisse der Massenhaushaltsbestimmungen sind in den untenstehenden Abbildungen wiedergegeben.



**Abb. 4.3.4: Oben: Spezifische Massenbilanz des KWF.
 Unten: Spezifische Akkumulation und Ablation des KWF
 (pers. Mitteilung von G. Markl, IMG).**

4.3.5 Zusammenhang zwischen Volumen- und Längenänderung

Beim Vergleich der Volumenänderung mit der Längenänderung am KWF seit 1965 fällt auf, daß trotz kumulativer Zunahme der Massenbilanz (Volumen), die Länge noch ca. 5 Jahre stationär bleibt (Abb. 4.3.5.1). Diese Zeitverzögerung der Längenänderung unter stationären Bedingungen und positiver Massenbilanz kann als eine Art charakteristische "response time" des KWF gesehen werden. Diese Phasenverschiebung spiegelt sich auch bei den Maxima von Volumen- und Längenänderung wieder. Beide Maxima oder die Phase beider Größen sind wiederum um ca. 5 Jahre verschoben.

Eine andere Art der Darstellung dieses Zusammenhanges erhält man, in dem die Längen- der Volumenänderung gegenübergestellt wird. Daraus ergibt sich die Hysteresiskurve des KWF während des Vorstoßes (Abb. 4.3.5.2). Im Jahre 1996 war der KWF wieder knapp so lang wie 1965, doch das Volumen von 1996 war unter dem Wert von 1965, sonst wäre diese Kurve geschlossen gewesen. Später im Kapitel 11 wird versucht werden mit Hilfe eines Fließmodells diese Verzögerung zu simulieren.

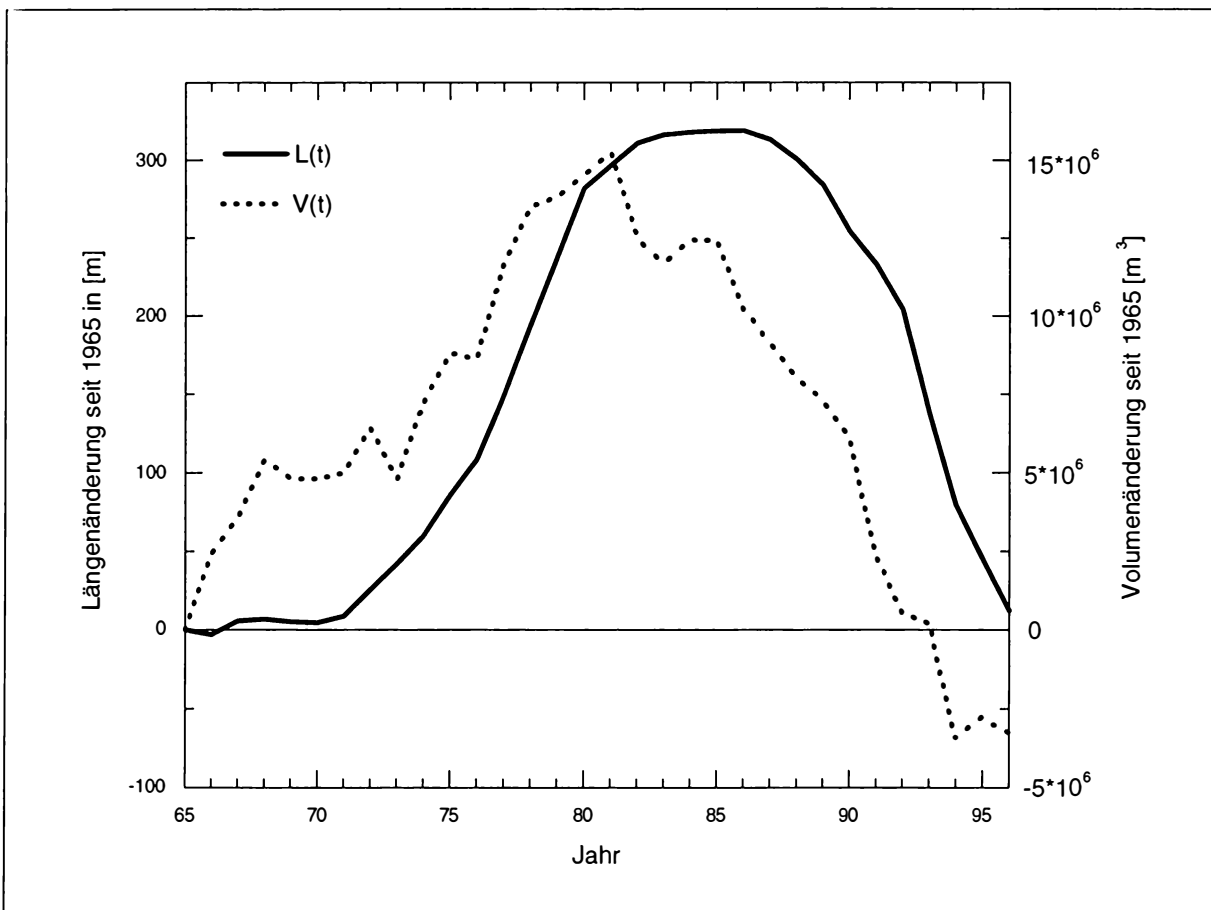
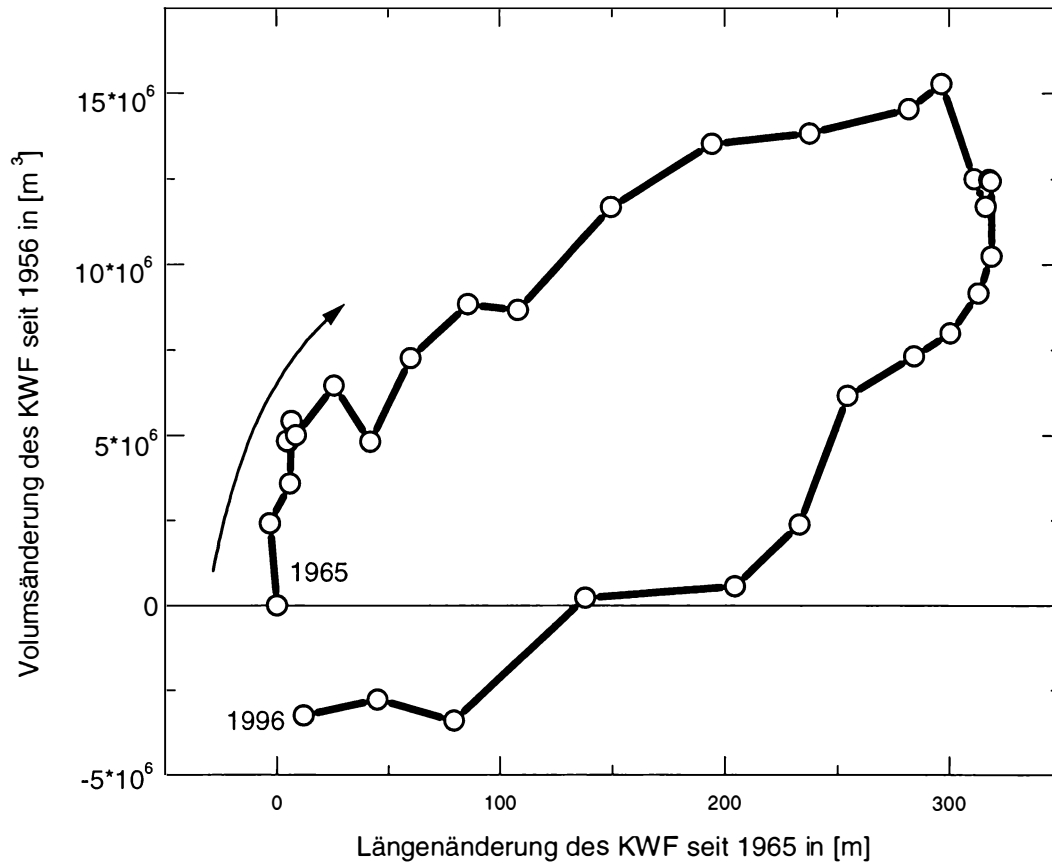


Abb. 4.3.5.1: Der Verlauf des Volumens und der Länge des KWF bezogen auf 1965.



4.3.6 Firnverformungen

Die vorliegende Dissertation behandelt in der Dynamik des KWF ausschließlich inkompressibles Eis. Es wurde aber am KWF schon früh damit begonnen, auch die Dynamik des Firnkörpers zu untersuchen.

Mit Hilfe von 2 Firnschächten (Abb. 4.3.6.1) wurde aus Verformungsmessungen die effektive Scherviskosität und die effektive Volumensviskosität von temperiertem Firn hoher Dichte in Abhängigkeit von der Tiefe und dem Spannungszustand berechnet (Ambach et al., 1989, 1993a+b, 1994).

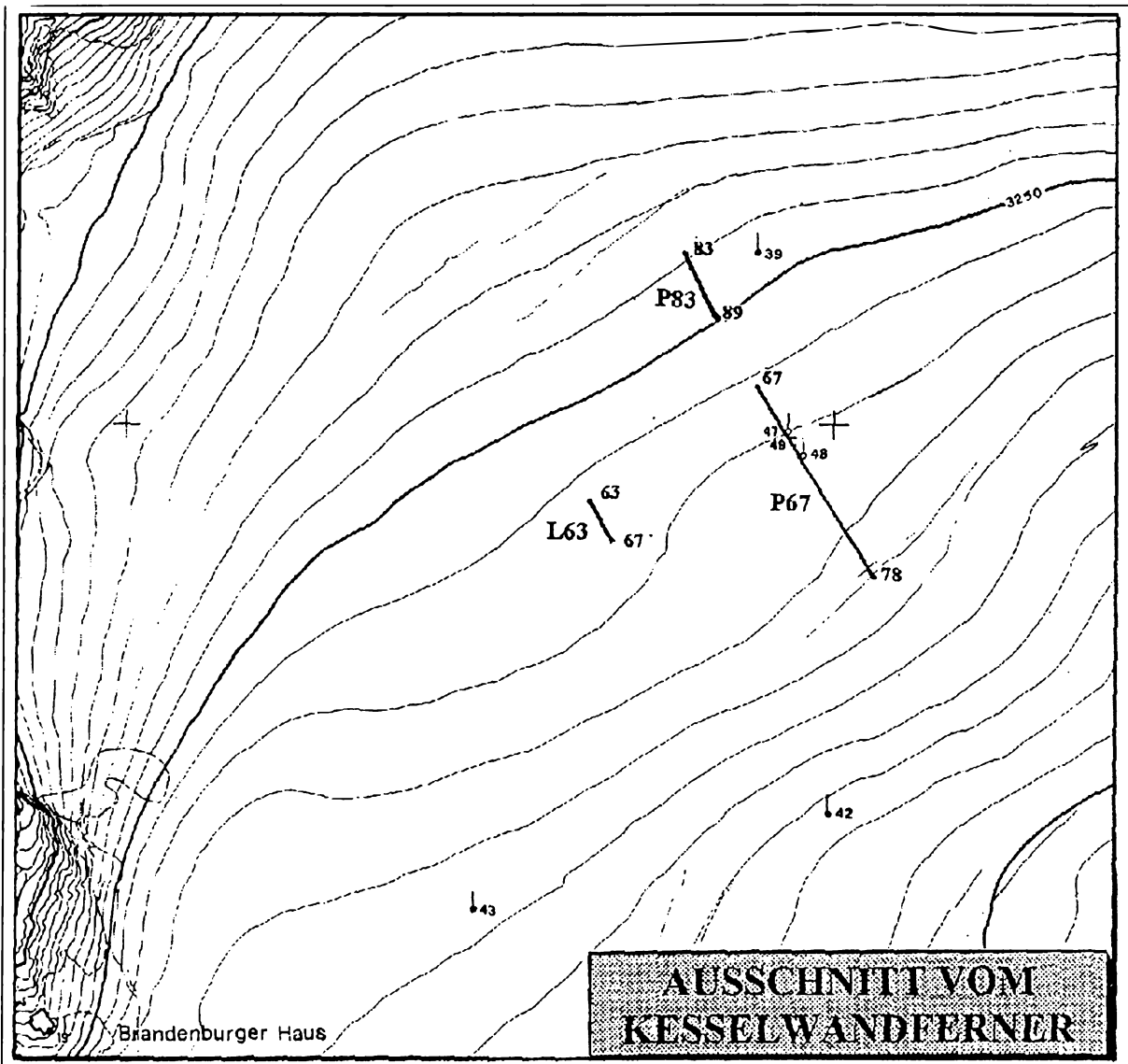


Abb.4.3.6.1: Lageplan und Fließwege der beiden Schächte P67 und P83. Die Anfangspositionen sind durch die entsprechenden Jahreszahlen gekennzeichnet (Huber, 1996). Der Ausschnitt ist der Karte von 1971 entnommen (Schneider, 1975).

Der erste Schacht wurde 1967 im Zentralbereich des Firngebiets in einer Höhe von 3245 m bis zu einer Tiefe von 20 m gegraben. An diesem Schacht wurden jahreszeitliche Geschwindigkeiten von 1967 bis 1978 und Dehnungsraten von 1967 bis 1974 gemessen. Die Messungen der Dehnungsraten mußten aufgrund einer Spaltenbildung ca. 30 m oberhalb des Schachtes aufgegeben werden.

Durch die alljährliche Akkumulation wurde der Schacht bis 1978 34 m tief.

Es sind auch jahreszeitliche Geschwindigkeitsänderungen im Bereich des Schachtes am KWF vorhanden, die aber im Rahmen dieser Arbeit nicht ausgewertet werden konnten.

Der zweite Schacht in einer Höhe von 3253 und mit einer Anfangstiefe von 21 m wurde im Jahre 1983 angelegt und bis 1989 vermessen. Dieser Schacht wurde aufgrund der Akkumulation ca. 25 m tief. Auch diesmal wurden Geschwindigkeitsmessungen um den Schacht und Messungen der Dehnungsraten innerhalb des Schachtes durchgeführt.

Durch Einbeziehung beider Schächte in einer gemeinsamen Auswertung wurde schließlich eine Stoffgleichung für den Dichtebereich von ca. 640 bis 840 kg m⁻³ abgeleitet. (Ambach et al., 1993a+b; Huber, 1996). Beim Übergang von Firn zu Eis reduziert sich dieses Stoffgesetz auf das Glen'sche Fließgesetz (Huber, 1996). Diese Stoffgleichung gilt für den in situ vorliegenden temperierten Firn, denn ein universell gültiges Stoffgesetz kann nicht formuliert werden. Huber (1996) hat das Entwickelte tiefen- bzw. dichteabhängige Stoffgesetz sodann mit Erfolg in ein Finite Elemente Modell implementiert. Die Scherverformungsraten im FE-Modell stimmen gut mit den gemessenen Scherverformungsraten überein, was das Ergebnis des abgeleiteten Stoffgesetzes für Firn und auch die FEM-Firnverformung untermauert.

4.3.7 Photomaterial

Ein großer Anteil aller historischen Photos über den Zusammenfluß von Hintereisferner und Kesselwandferner ist im Anhang wiedergegeben. Diese Photos wurden dem Autor freundlicherweise von H. Schneider aus seiner Privatsammlung zur Verfügung gestellt. Ab 1965 stammen die Aufnahmen von H. Schneider selbst. Die Photographie von 1997 stammt von der "Gletschermagd" G. Andretter.

Die Photos sind mit dem Datum des Aufnahmejahres versehen und wurden ansonsten ohne Kommentar abgebildet, da eigentlich die Bilder für sich selbst sprechen.



5.1 Geschichtliches

Schon Hess hat in einer bemerkenswerten Arbeit (Hess, 1924) versucht, die Eistiefe des KWF mit Hilfe der stationären Strömungstheorie nach Finsterwalder (1897) abzuschätzen.

Anders als beim Hintereisferner mußte Hess beim KWF Annahmen über den Verlauf der Massenbilanz und der mittleren Geschwindigkeit durch einen Querschnitt treffen. Es wurden auch keine Bohrungen zur Kontrolle des Ergebnisses durchgeführt, da das Hauptinteresse damals dem HEF galt. Dort allerdings ist man mit einigen Bohrungen bis an den Untergrund vorgedrungen (Blümcke und Hess, 1909, 1910).

In Abb. 5.1.1 ist das Ergebniss von Hess als Längsschnitt im Original dargestellt. Der Unterschied zu den aktuellen Messungen der Gletschermächtigkeit wird weiter unten bei der Diskussion der Radio-Echolotung-Messungen erläutert werden.

Vermutlich ist in der Abbildung 5.1.1 die Eisoberfläche von 1914 wiedergegeben, da dies die einzige bekannte Karte (1:10000) während dieser Zeit ist, in der das Firngebiet aufgenommen ist.

Die ersten direkten Messungen fanden erst im Jahre 1953/54 statt (Förtsch et. al., 1955, Förtsch und Vidal, 1956). Damals wurden seismische Eisdickenmessungen an drei Profilen, die aus dem Lageplan (Abb. 5.1.2) ersichtlich sind, durchgeführt. Das Profil A liegt sehr nahe dem heutigen Profil B und das Profil C deckt sich mit dem heutigen Profil D, womit ein direkter Vergleich mit aktuellen Messungen ermöglicht wird (siehe Abschnitt 5.6.2).

Das Firnbecken stellt sich, wie schon im Längsprofil von Hess ersichtlich, als flache beckenförmige Mulde mit schwachem Relief dar (Abb. 5.6.2.1b). Im damaligen C-Profil (heutiges D-Profil), also mit Annäherung an den Zungenbereich, vertieft sich das Bett trogförmig.

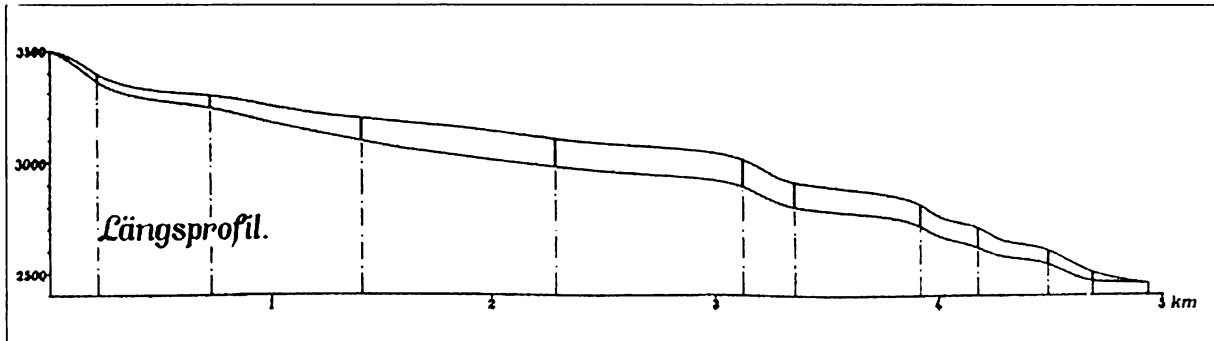


Abb. 5.1.1: Das gerechnete Längsprofil des KWF von Hess nach der stationären Strömungstheorie von Finsterwalder. (Quelle: Hess, 1924)

Schließlich sind 1985 die ersten Messungen mit einem Radio-Echolot auf dem Kesselwandferner durchgeführt worden (Thyssen, 1985, pers. Mitteilung). Insgesamt waren es 8 Quer- und ein Längsprofil im Bereich des heutigen B-Profiles und oberhalb davon (Abb. 5.1.2). Nachstehend sind die Ergebnisse dieser Messungen graphisch aufbereitet (Abb. 5.1.3a und b), wobei auch hier die schwache Strukturierung des Gletscherbettes sofort auffällt. Ein Vergleich mit den Messungen des Autors wird in Abschnitt 5.6.2 behandelt.

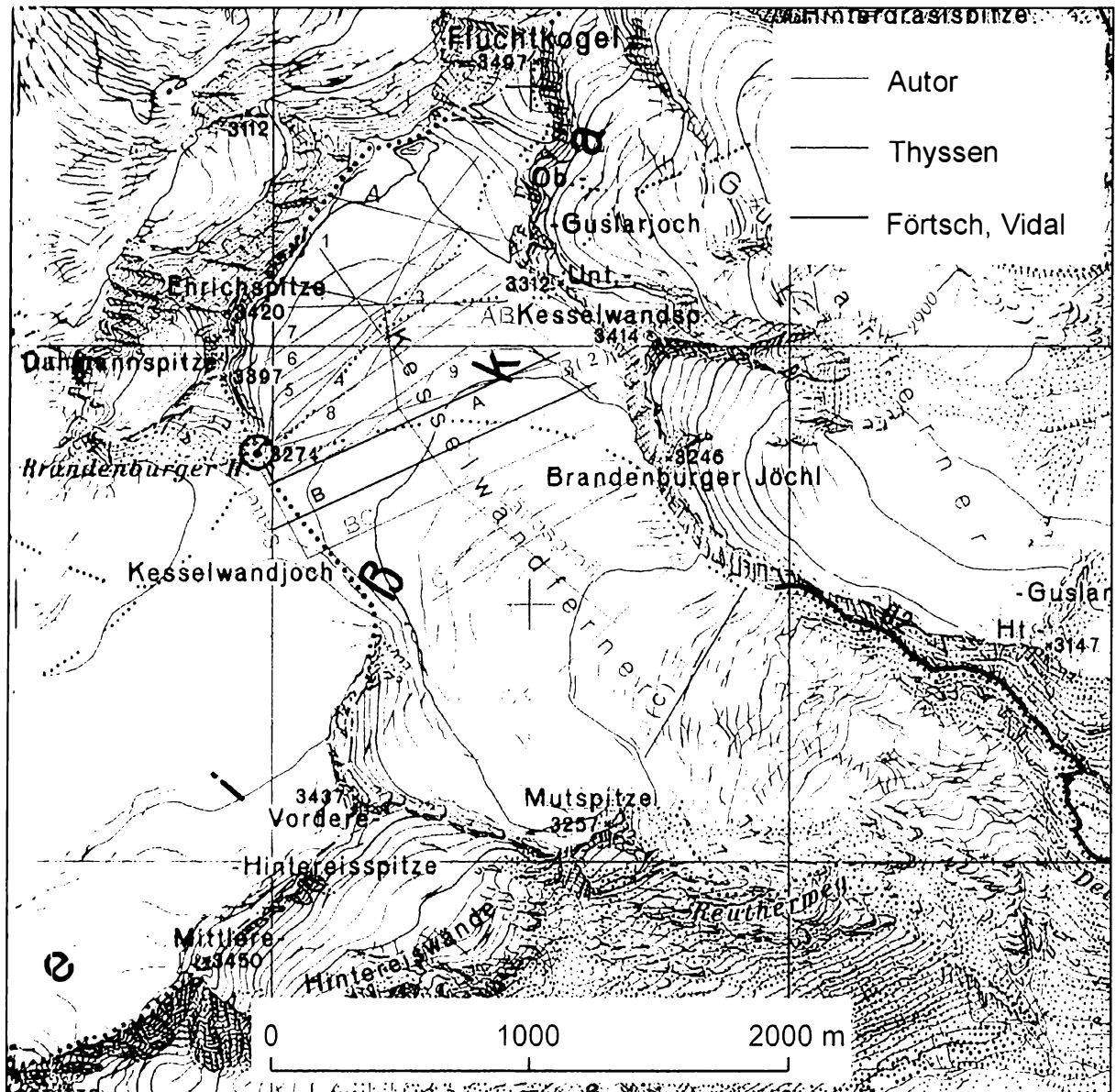


Abb. 5.1.2: Lageplan der vermessenen Profile am KWF.Quelle: ÖK-Karte, M=1:25000.

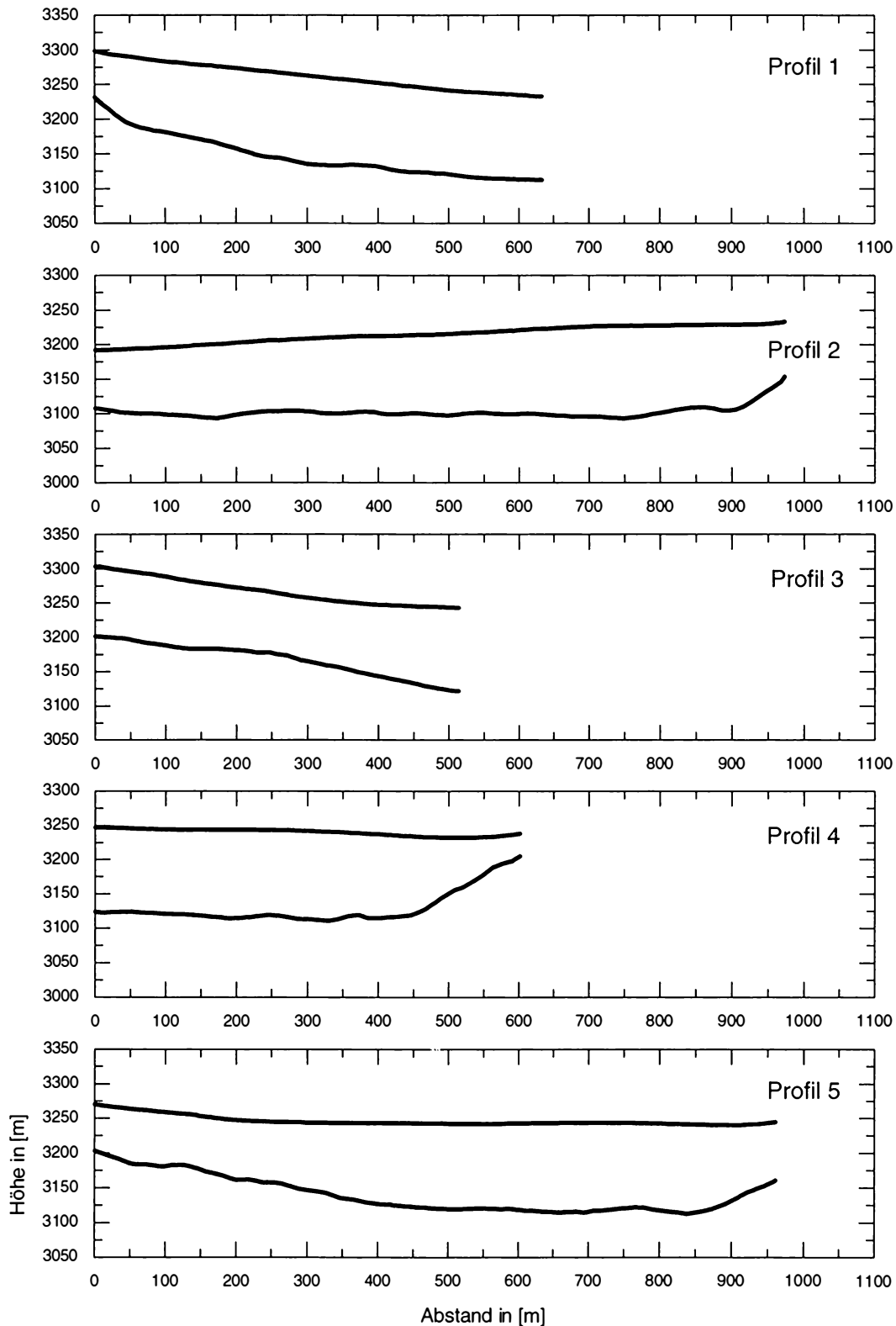


Abb. 5.1.3a: Die Profile von Thyssen in Fließrichtung gesehen.
Quelle: Die Daten wurden freundlicherweise von Dr. N. Blindow, Münster zur Verfügung gestellt.

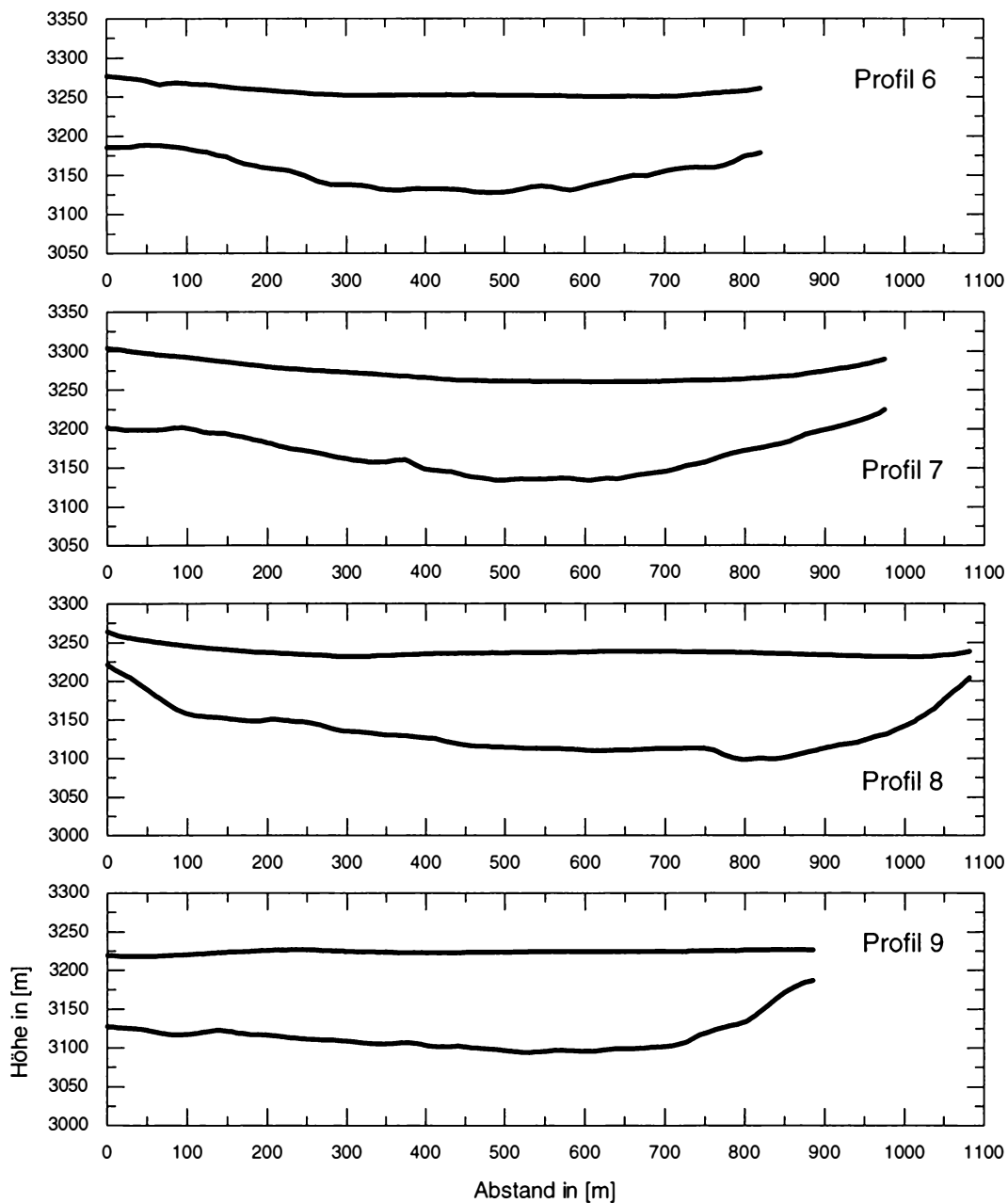


Abb. 5.1.3b: Die Profile von Thyssen in Fließrichtung gesehen.

Quelle: Die Daten wurden freundlicherweise von Dr. N. Blindow, Münster zur Verfügung gestellt.

1.2 Das Radio-Echolot

1.2.1 Allgemeines

Das Prinzip der Radioecholotung wird schon seit längerem in der Glaziologie verwendet. Vor allem im Bereich kalter Gletscher in polaren Regionen sind erfolgreiche Messungen durchgeführt worden. Aber bis Mitte der 70er schien der Einsatz dieser Methode auf temperierten Gletschern eher aussichtslos. Die Streuungs- und Absorptionseffekte dieser hochfrequenten Impulse im Eis mit freiem Wasser machten eine Messung beinahe unmöglich.

Einen wichtigen Durchbruch schaffte das U.S. Geological Survey (Watts et al., 1975; Watts und England, 1976; Watts und Wright, 1981) mit einem selbstentwickeltem niederfrequenten Monopuls-Radioecholot.

Ein auf dieser Grundlage basierender, weiterentwickelter Sender wurde 1995 vom Institut für Meteorologie und Geophysik, Innsbruck (IMGI), von B. Narod (Narod und Clarke, 1994) erworben.

Im April 1994 fanden am Hintereisferner, Ötztal, die ersten Radio-Echolotmessungen des IMGI statt. Damals kam noch ein Sender zum Einsatz, der von N. Blindow am Institut für Geophysik in Münster entwickelt worden war. Zur Energieversorgung des Speicheroszilloskopes war ein 1000 W starkes Benzinaggregat notwendig, was die Arbeiten in 3050m Höhe erheblich erschwerte.

Im Herbst 1994 erwarb das IMGI eine digitale Scopekarte, die das ca. 15 kg schwere Speicheroszilloskop samt Energieversorgung verdrängte. Die Scopekarte kann bequem an einen Laptop angeschlossen werden. Diese Einheit samt einer 17 Ah Trockenbatterie findet nun leicht in einem handelsüblichen, wasserdichtem Hartschalenkoffer platz. Aufgrund des geringen Gewichtes war und ist es möglich beinahe jeden Bereich eines Gletschers zu Fuß zu erreichen, wobei bevorzugt drei bis fünf Personen zum Einsatz kommen.

Dieses neue Gerät zusammen mit dem Sender von Narod ist von Studenten des IMGI und vom Autor im Winter 94/95 und im Frühjahr 95 ausführlich auf die Tauglichkeit im Feld getestet worden.

5.2.2 Das Gerät

Sender

Die technischen Daten dieses Senders sind in der nachstehenden Tabelle zusammengefaßt.

Technische Daten	
<i>Impuls Charakteristik</i>	
Maximale Leistung	24 kW, 1,1 kV (± 550 V) bei 50 Ω
Impulsanstiegszeit	< 2 ns
<i>Energieverbrauch</i>	
Aktiv	180 mA bei 10-14 V Gleichstrom
Standby	5 mA bei 10-14 V Gleichstrom
<i>Mechanische Daten</i>	
Abmessungen	102x75x30 mm
Gewicht	115 g

Tabelle 5.2.2.1: Systemspezifikationen des Senders. Quelle: Narod, 1994.

Antennen

Hierbei handelt es sich um widerstandsbelastete Dipole (Wu und King, 1965; Rose und Vickers, 1974), wobei die Antennenwiderstände so angeordnet sind, daß die Antenne über die gesamte Länge gleichmäßig geladen ist. Widerstände mit 68, 82, 120, 220 und 680 Ω sind gleichmäßig entlang der Antenne verteilt, wobei der 680 Ω Widerstand am äußeren Ende der Antennen angebracht wurde. Diese Anordnung verhindert eine Reflexion des vom Sender über die Antennen laufenden Pulses am Antennenende und verbessert damit die Energieabgabe in den Untergrund.

Die zentrale Meßfrequenz oder Trägerfrequenz wird von der Wahl der Antennenlänge bestimmt. Bei Frequenzen von 1 bis 20 MHz sind die Dämpfungen in temperierten Gletschern am geringsten. Deshalb wurden am IMGI Antennen mit 15 und 25 Länge konstruiert, was einer Frequenz von 6,5 bzw. 4,0 MHz entspricht.

Die Frequenz läßt sich mit Hilfe der Beziehung

$$\text{Frequenz} \times \text{Antennenlänge} \approx 96 \text{ MHz Meter}$$

leicht ausrechnen (Narod, pers. Mitteilung).

Empfänger

Als Empfänger diente damals eine digitale Scopekarte, die einfach über die Schnittstelle mit einem Laptop verbunden wird. Damit erhält man ein für diese Zwecke vollwertiges digitales Oszilloskop. Die Scopekarte arbeitet mit einer Samplingrate von bis zu 200 Msa/s, was für eine ausreichende Auflösung sorgt. Die über die Antennen ankommenden Signale werden mit Hilfe der Scopekarte verarbeitet, am Bildschirm sichtbar dargestellt und schließlich nach Identifizierung des Echos abgespeichert.

Die komplette Einheit samt Energieversorgung findet in einem handelsüblichen Hartschalenkoffer platz und kann in der Hand oder am Rücken transportiert werden.

Energieversorgung

Am besten eignen sich dafür 17 Ah Trockenakkus für die Empfängereinheit und ein 6,5 Ah Akku für den Sender.

5.3 Die Feldarbeiten

Die Eisdickenmessungen mit dem Radio-Echolot am Kesselwandferner fanden im April und Mai 1995 statt. Diese Zeit wurde aus folgenden Gründen gewählt:

*Vermehrte Schneeeauflage im Spätwinter und Frühjahr, deshalb erhöhte Sicherheit der Teilnehmer am Gletscher

*Längere Tage und meist wärmere Temperaturen

*Der Schnee ist noch trocken, was die Signalausbreitung erleichtert.

Während der Feldarbeiten kamen ausschließlich die 15m Antennen zum Einsatz, die immer quer zur Profilrichtung ausgelegt waren, wie man am Deckblatt dieses Kapitels deutlich erkennen kann.

Mit dieser Länge ist je nach Bedingung möglich bis zu einer Tiefe von ca. 150 m zu messen, und das war für den KWF ausreichend.

Im allgemeinen war bei den Querprofilen der Abstand zwischen Sender und Empfänger gleich dem Messpunktabstand (50 m), sodaß abwechselungsweise eine der beiden Einheiten um den doppelten Antennenabstand verschoben werden konnte. Nur im Längsprofil wurde der Meßpunktabstand auf 100 m erweitert, nicht aber der Antennenabstand.

5.3.1 Kampagne vom 18-04-95 bis 22-04-95

Teilnehmer:

Dr. Heralt Schneider
Mag. Marius Massimo
Tomsche Werner
Saldner Barbara
Walser Andreas
Mag. Norbert Span

Die komplette Ausrüstung wurde mit einem Hubschrauber von den Rofenhöfen (Ötztal) zum Brandenburgerhaus (DAV-Hütte, 3270 m) transportiert. Diese imposante Hütte hat allerdings zu dieser Zeit noch geschlossen, so daß der Winterraum entsprechend eingerichtet wurde.

Dr. Heralt Schneider hat sich freundlicherweise zum geodätischen Einmessen der vermessenen Punkte bereit erklärt.

Alle anderen Teilnehmer halfen bei der praktischen Ausführung der Messungen, wobei sich die Gruppe aus Studenten des IMGI und aus Freunden und Bekannten zusammensetzte.

Das windige Wetter und die schlechte Sicht während dieser Woche verursachten erhebliche Schwierigkeiten mit der Empfängereinheit, da immer wieder Driftschnee in die verschiedenen Öffnungen des Laptops gelangte und so das Gerät teilweise ausfiel. Als weiteres Problem stellte sich die Verbindung zwischen den Antennen und dem Sender bzw. der Empfängereinheit heraus. Die Antennen sind mehrmals abgerissen, da die Zugbelastung einfach zu groß war. Auch die verwendeten Bananenstecker sind teilweise abgebrochen.

Aufgrund der extrem widrigen Wetterverhältnisse und der Probleme mit dem Gerät konnten in dieser Woche nur 2 Profile erfolgreich vermessen werden.

5.3.2 Kampagne vom 02-05-95 bis 06-05-95

Teilnehmer:

Dr. Heralt Schneider
Mag. Marius Massimo
Stephan Vallazer
Mag. Norbert Span

Während dieser Woche herrschten optimale Bedingungen, die ganze Zeit über klarer bis wolkenlos und das Gerät arbeitete nach einer gründlichen Verbesserung ohne Probleme.

So konnten alle restlichen Querprofile und das Längsprofil vermessen werden.

5.3.3 Kampagne am 19-09-95

Teilnehmer:

Dr. Heralt Schneider
Mag. Marius Massimo
Mag. Norbert Span

Das E-Profil konnte im Winter aus Gründen der Sicherheit (Spalten und Lawinen) nicht vermessen werden.

Im Zuge der alljährlichen Vermessungsarbeiten am KWF wurde auch das letzte Querprofil und der Rest des Längsprofiles mit dem Radio-Echolot ausgemessen.

Dabei hat sich gezeigt, daß das Radio-Echolot auf einer schneefreien Gletscheroberfläche hervorragend funktioniert.

Diese Erfahrung diente im Sommer 1997 dazu, die apere Zunge der Pasterze bis zu einer Tiefe von 275 m ohne Probleme zu vermessen.

Insgesamt wurde an 213 Punkten auf dem Kesselwandferner die Tiefe gemessen. Die Anzahl der Punkte reichte aus, um eine Karte des Untergrundes zu rekonstruieren und das ermittelte Längsprofil mittels eismechanischen Überlegungen einer rechnerischen Kontrolle zu unterziehen.

5.4 Auswertung der Daten

5.4.1 Geometrie

Bei dem geometrisch Ort aller möglichen Reflexionspunkte handelt es sich um ein Rotationsellipsoid, dessen beide Brennpunkte Sender und Empfänger darstellen. Zur Vereinfachung der Auswertung wurde das Ellipsoid durch eine Kugel mit Mittelpunkt zwischen Sender und Empfänger angenähert, was bei Mäلتiefen ab ca. 30 m durchaus zulässig ist.

Die Strecke s , die der Impuls vom Sender durch das Eis über den Reflexionspunkt (Untergrund) zum Empfänger zurücklegt rechnet sich mit

$$s = t_E c_E \quad 5.4.1$$

wobei c_E die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle und t_E die Laufzeit im Eis darstellt.

Für c_E in temperierten Gletschern wird als Standardwert in der Literatur $168 \text{ m}/\mu\text{s}$ angegeben (Narod und Clarke, 1994), daher ist auch bei der Auswertung der Meßpunkte am KWF dieser Wert herangezogen worden.

Allerdings laufen die Radarsignale im Firn schneller als im Eis, was Auswirkungen auf die Analyse der Eisdickenmessungen haben kann.

Messungen am Grubengletscher, Schweiz, die den Effekt des Firnes mit Berücksichtigten, haben aber gezeigt, daß an Alpengletschern der Fehler innerhalb von 5% bleibt (Häberli et. al., 1982).

Bei der Auswertung der Daten wurde deshalb die Firnschicht einfach vernachlässigt, so daß die Ergebnisse eher Minimaltiefen darstellen.

Der Radius aller möglichen Reflexionspunkte des Impulses ergibt sich mit Hilfe des pythagoräischen Lehrsatzes mit

$$R = \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 - a^2} \quad 5.4.2$$

a Halber Abstand zwischen Sender und Empfänger

R Eisdicke bis zum Reflexionspunkt.

Es ist wichtig festzuhalten, daß der Reflexionspunkt nicht notwendigerweise senkrecht unter dem Meßpunkt liegen muß. Dies ist vor allem bei trogförmigen Querprofilen zu beachten. Nur bei relativ schwachem oder ebenen Relief wird der Reflexionspunkt lotrecht unter dem Meßpunkt (halber Abstand zwischen Sender und Empfänger) angenommen. Weiters ist zu erwähnen, daß die Eisdicke immer normal zu Oberfläche gemessen wird.

5.4.2 Praktische Durchführung

Bei den meisten abgespeicherten Meßpunkten war die Zuordnung der Eistiefe aufgrund des eindeutig erkennbaren Echos leicht möglich, wie das Oszillogramm in Abbildung 5.4.2.1a zeigt. Da sich aber doch an einigen Stellen die Identifizierung des Echos als schwierig erwies (Abb. 5.4.2.1b) oder teilweise keines vorhanden war, wurden zuerst die einzelnen Oszillogramme (Spuren) mit konstanten Abständen nebeneinandergereiht. Dabei liegen die Ersteinsätze des direkten Signales (Wellenberg oder Wellental) auf einer Horizontalen. Mit dieser Darstellung (Abb. 5.4.2.2) ist es nun möglich fehlende oder nicht erkennbare Reflexionssignale auf optische Weise zu erkennen oder zu interpolieren.

In einem nächsten Schritt werden an den einzelnen Meßpunkten von einer fiktiven horizontalen Eisoberfläche aus Kreise mit den Radius R (Gleichung 5.4.2) abgeschlagen (Abb. 5.4.2.3).

Durch entsprechendes Verbinden der Tangenten an den Kreisen wird der Verlauf des Untergrundes mit den jeweiligen lotrechten Eistiefen erkennbar. Diese lotrechten Eismächtigkeiten werden schließlich von der wirklichen Topographie abgezogen, um die absolute Höhe des Gletscherbettes zu bestimmen.

In der Abb. 5.4.2.4a-k sind die mit der oben beschriebenen Methode entgültigen Profile mit den absoluten Höhen der Eisoberfläche (1971) und des Untergrundes dargestellt.

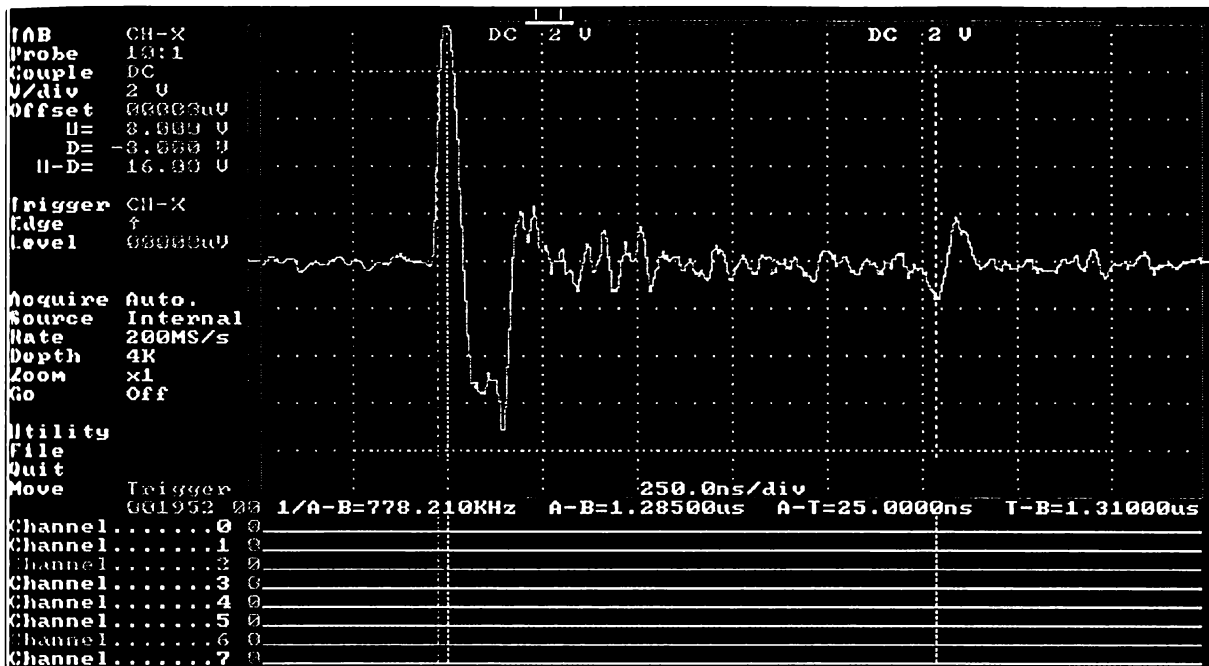
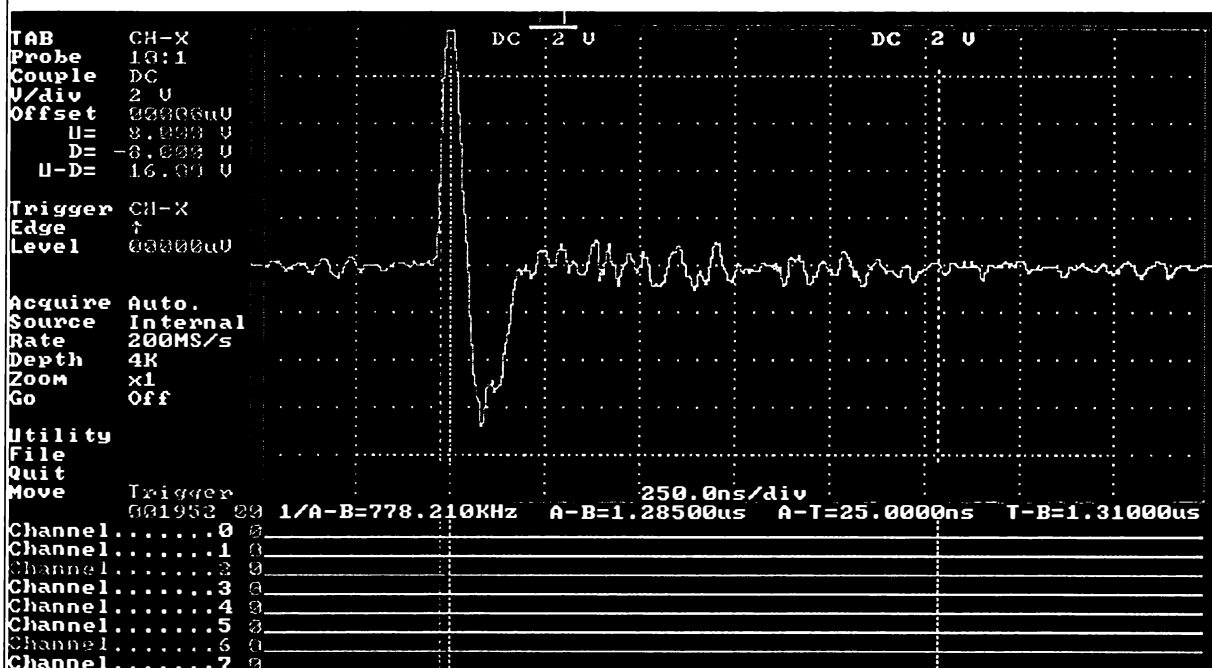


Abb. 5.4.2.1a: Oszillogramm mit eindeutigem Echo. Laufzeit: $1,285 \mu\text{s} = 121 \text{ m}$ Tiefe.

Abb. 5.4.2.1b: Oszillogramm mit einem nicht oder nur schwer identifizierbaren Echo.



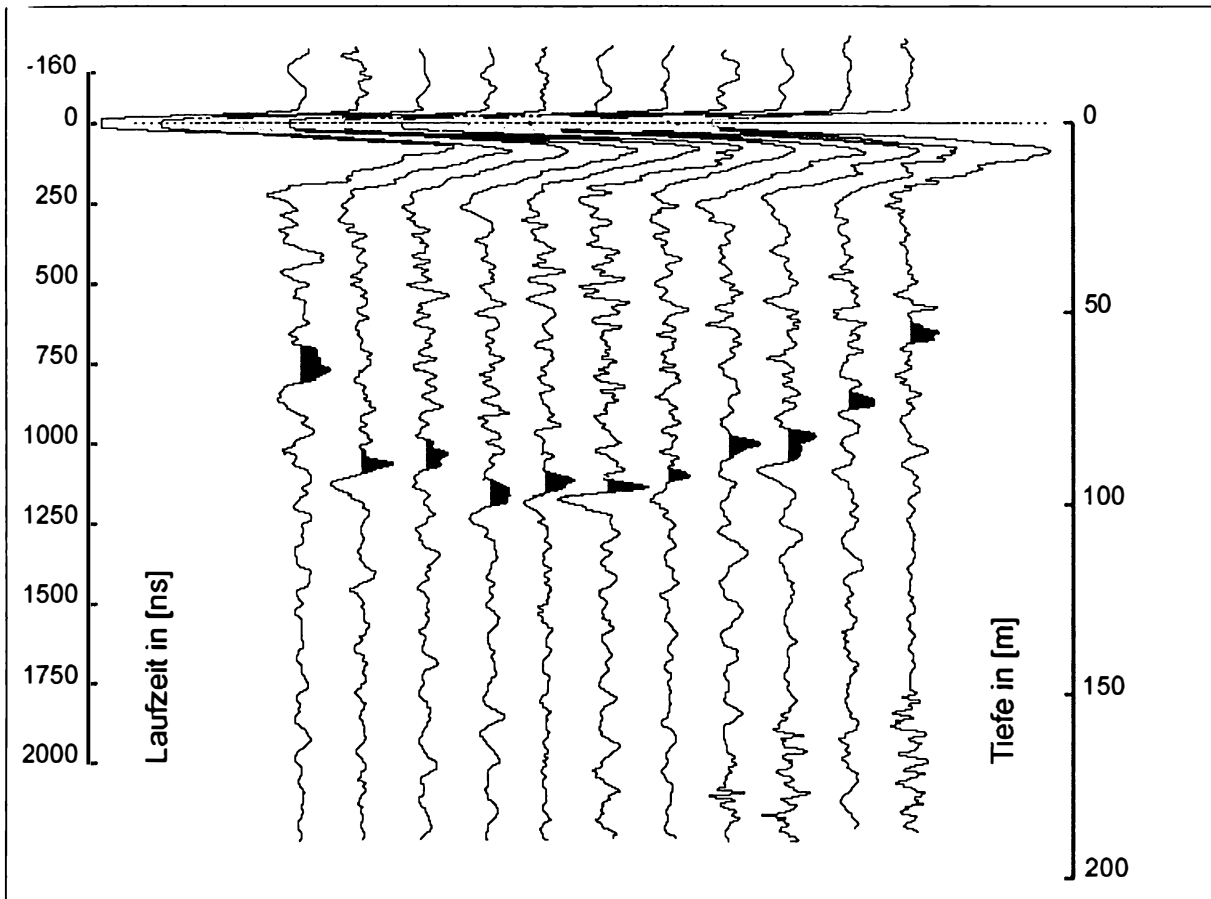


Abb. 5.4.2.2: Nebeneinandergereihte Spuren (Oszillogramme) des A-Profiles mit den schwarz ausgefüllten Echos.

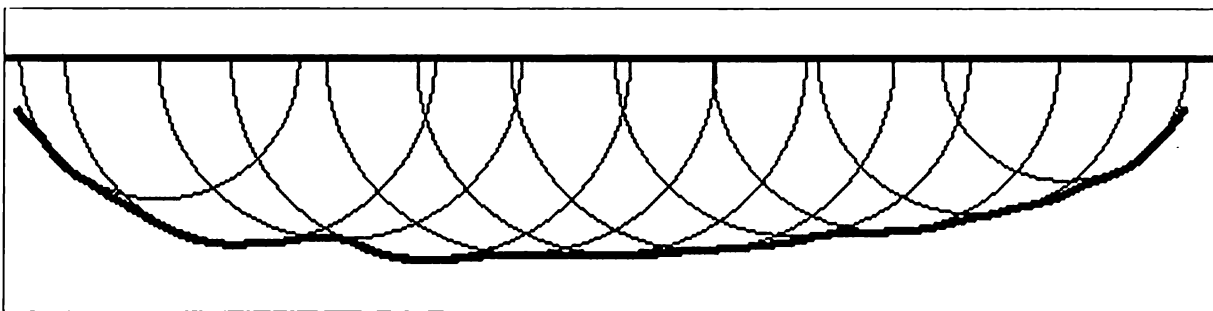


Abb. 5.4.2.3: Der Ort aller möglichen Reflexionspunkte an jedem Messpunkt wurde als Kreis angenähert. Die Einhüllende aller Kreise wird schließlich als endgültige Tiefe übernommen

5.5 Ergebnisse

5.5.1 Die einzelnen Profile

Im folgenden sind die vermessenen Profile graphisch, beginnend mit dem obersten Profil A, jeweils auf einer Seite dargestellt (Abb. 5.5.1.1a-k). Dabei befindet sich auf den einzelnen Seiten immer oben eine 3-fach überhöhte Schnittzeichnung und direkt darunter, als Vergleich der realen Verhältnisse, das Profil ohne Überhöhung. In allen Graphiken sind auch die Positionen der immer wieder in dieser Arbeit erwähnten Pegel verzeichnet.

Alle Querprofile, bis auf das Profil D und E befinden sich im Firngebiet. Diese Firnprofile zeigen ein eher flaches und breites Gletscherbett ohne auffälliges Relief. Erst die beiden Zungenprofile entsprechen dem wohlbekannten Typ eines Trogtales.

Im Längsprofil hingegen fallen sofort 2 Geländestufen, im Bereich des C-Profiles und zwischen dem D- und E-Profil, auf. Letztere bewirkt einen treppenförmig abfallenden Gletscherbruch, wo aufgrund des zerrissenen Terrains keine Tiefenmessungen durchgeführt werden konnten.

An Stellen wo Messungen fehlen wurde das Gletscherbett mittels einfacher Kontinuitätsbedingungen berechnet. Dabei wurden die Oberflächengeschwindigkeit und die Massenbilanz der einzelnen Höhenstufen verwendet. Der so ergänzte Untergrund wurde schließlich noch durch eisdynamische Überlegungen (Schubspannungsverteilung) geglättet.

Die tiefste gemessene Stelle mit 154 m befindet sich bei km 2,5 zwischen dem Pegel L7 und L8 in einem sehr flachem Gebiet, mit einer sehr seichten Übertiefung zwischen 5-10 m.

5.5.2 Vergleich mit früheren Messungen

Im Jahre 1985 wurden von Thyssen et. al. (pers. Mitteilung, Blindow) das Profil B und einige Profile oberhalb mittels Radio-Echolot vermessen.

Die Gegenüberstellung der Daten von Thyssen und dem Autor sind durchaus sehr zufriedenstellend (Abb. 5.5.2.1), nur im Bereich der steil abfallenden Felswände vom Brandenburgerhaus gibt es eine Differenz von ca. 20 m. Hier ist, aufgrund der höheren Meßpunktdichte, dem Verlauf des Untergrundes von Thyssen der Vorzug zu geben.

Bei Förtsch et. al. (1955) kann nur das Profil A laut Lageplan (Abb. 5.1.2) näherungsweise mit dem aktuellen B-Profil verglichen werden.

Beim B-Profil sieht es so aus als wäre die seismische Sondierung spiegelverkehrt ausgewertet worden, dann nämlich ergäbe sich eine gute Deckung der

geben Profile. So aber deckt sich die Tiefe nur in der Profilmitte; die Querschnittsfläche stimmt aber wiederum gut überein. Die doch deutlichen Unterschiede im Verlauf des Untergrundes sind durch die leicht versetzte Position der Profile allein nicht zu erklären.

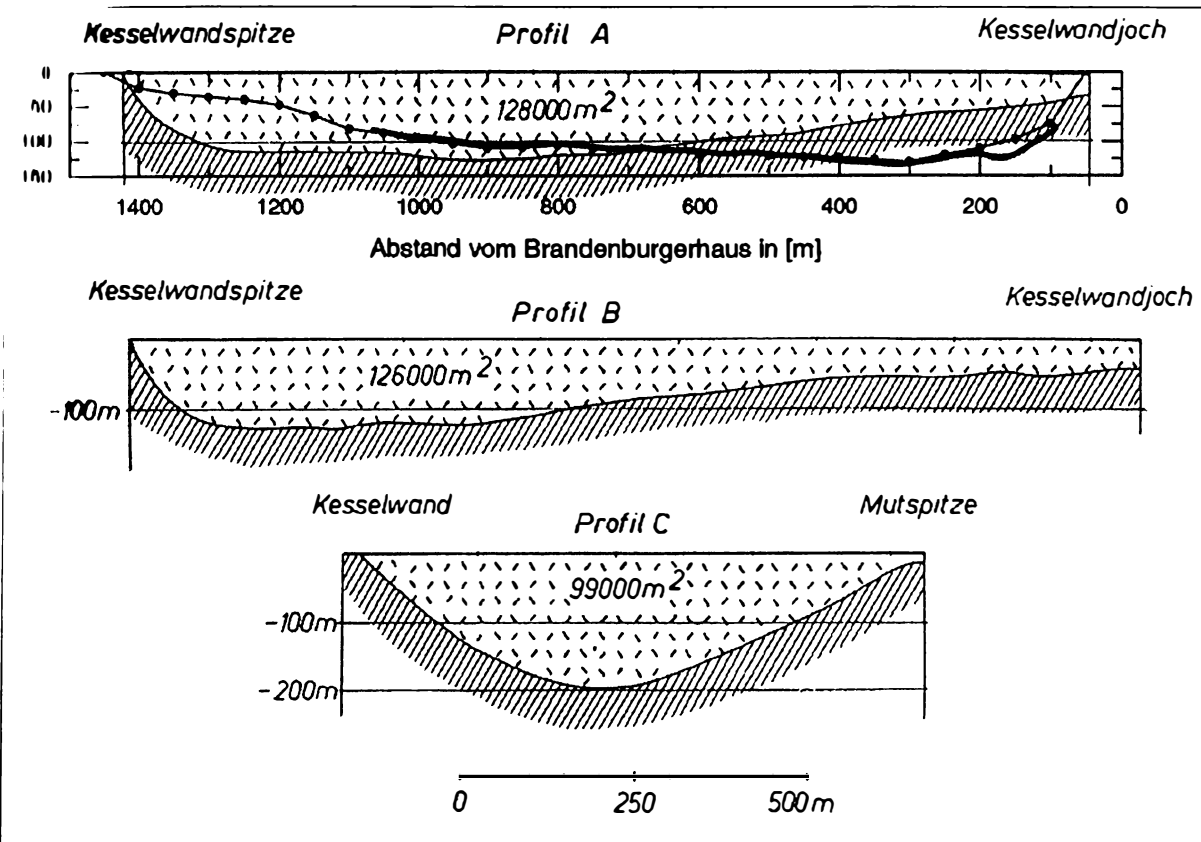


Abb. 5.5.2.1: Die seismisch vermessenen Profile von Förtsch und Vidal mit dem Profil A als Vergleich zum Profil B des Autors (dünne Linie mit schwarzen vollen Kreisen) und zum Profil 2 von Thyssen (dicke schwarze Linie).

Es gibt einige prinzipielle Unterschiede zwischen den Sondierungen von 1953/54 und denen von 1995. Bei den seismischen Untersuchungen ist zu bemerken, daß die Methode der Refraktionsmessungen in einem schmalen und relativ tiefem Gletschertal (z.B. Profil D) nicht besonders geeignet ist. Förtsch et. al. (1955) schreiben dies selbst und benutzen deshalb für die Auswertung in den Querprofilen die Reflexionseinsätze.

Das dürfte auch der Grund für die um ca. 50 m überschätzte Tiefe der seismischen Sondierung im heutigen D-Profil sein.

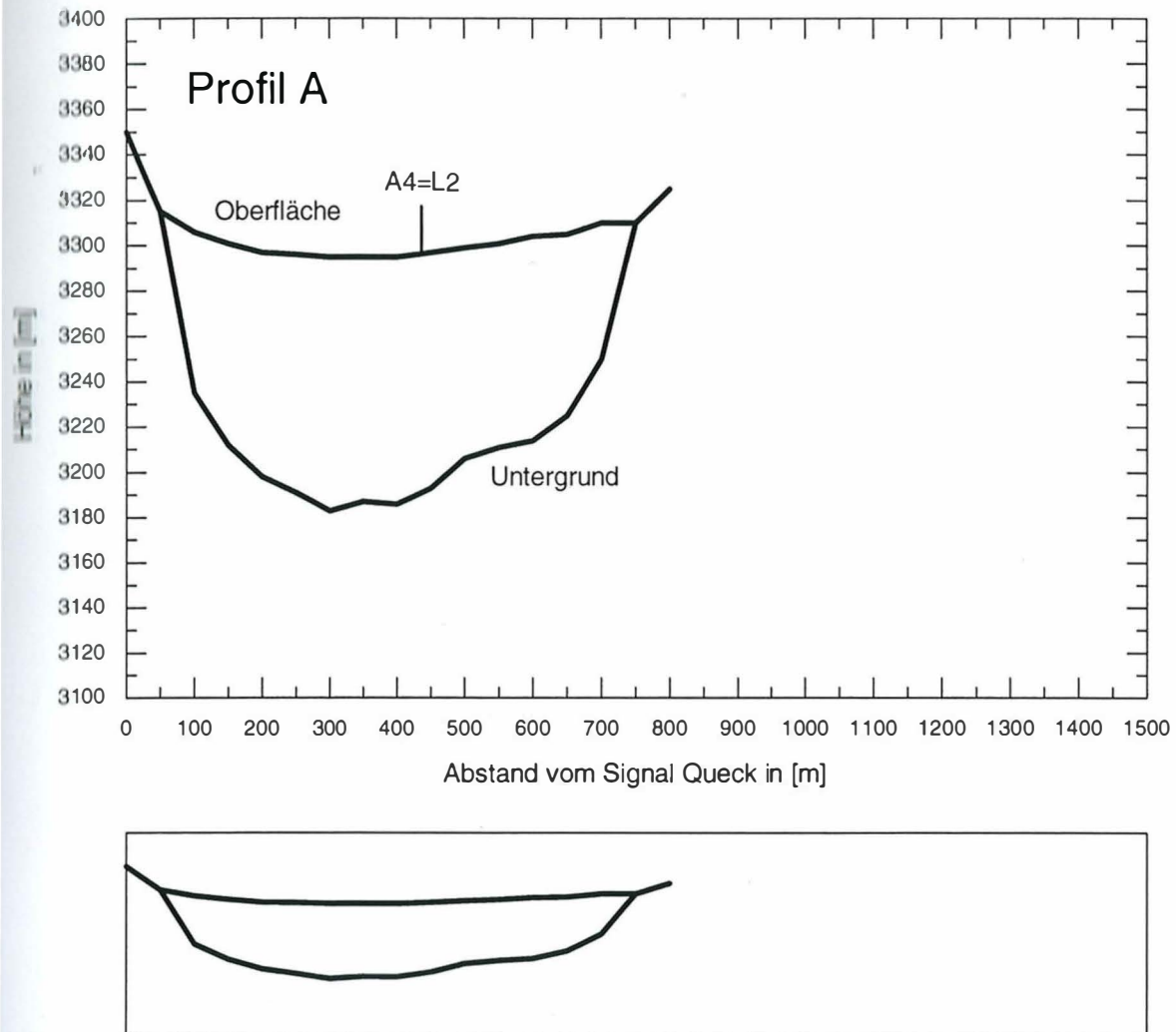


Abb. 5.5.1.1a: Das Profil A gegen die Fließrichtung gesehen. Oben: 3-fach überhöht. Unten: ohne Überhöhung. Messung des Autors, 1995.

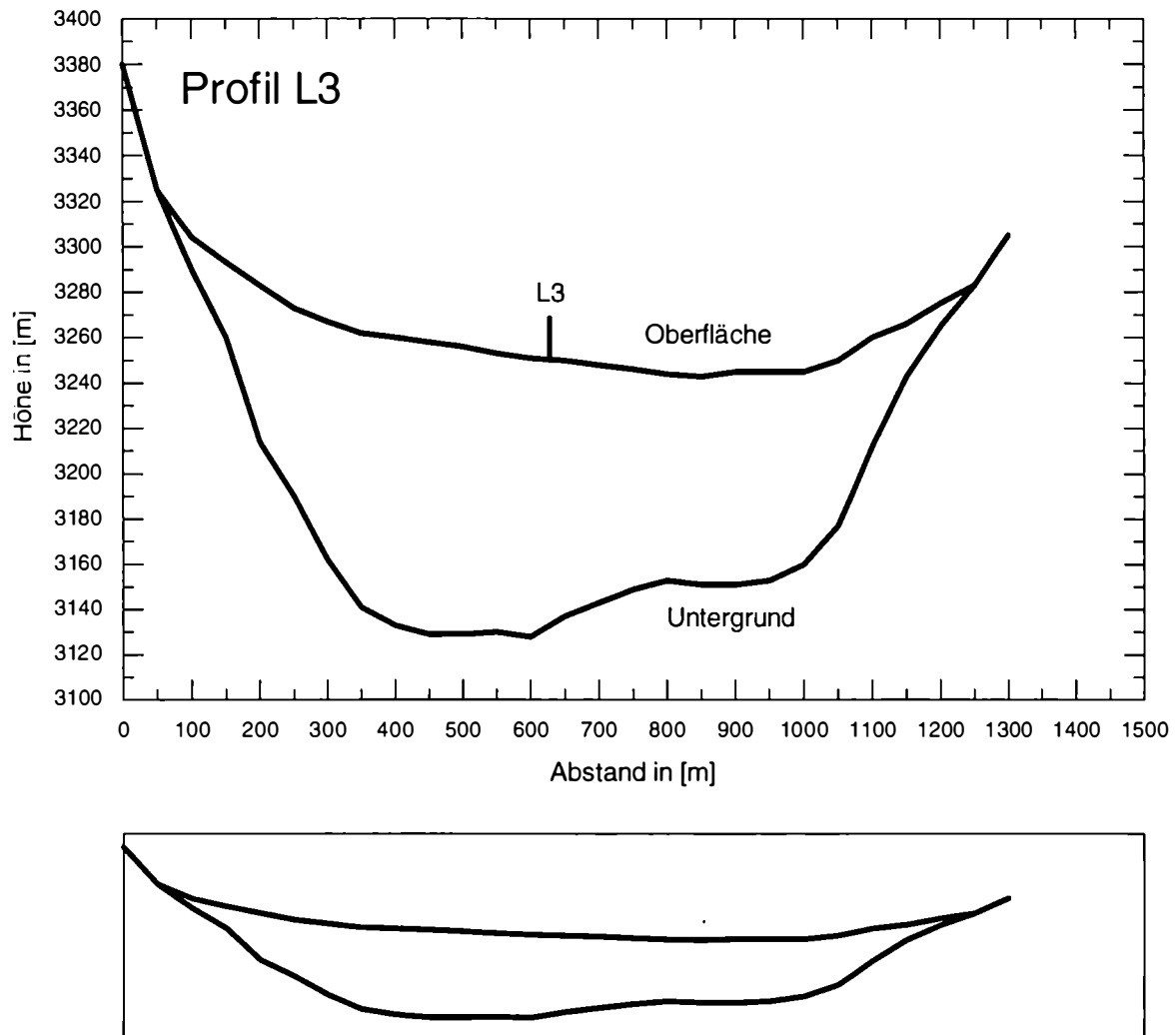


Abb. 5.5.1.1b: Das Profil AB (L3) gegen die Fließrichtung gesehen. Oben: 3-fach überhöht. Unten: ohne Überhöhung. Messung des Autors, 1995.

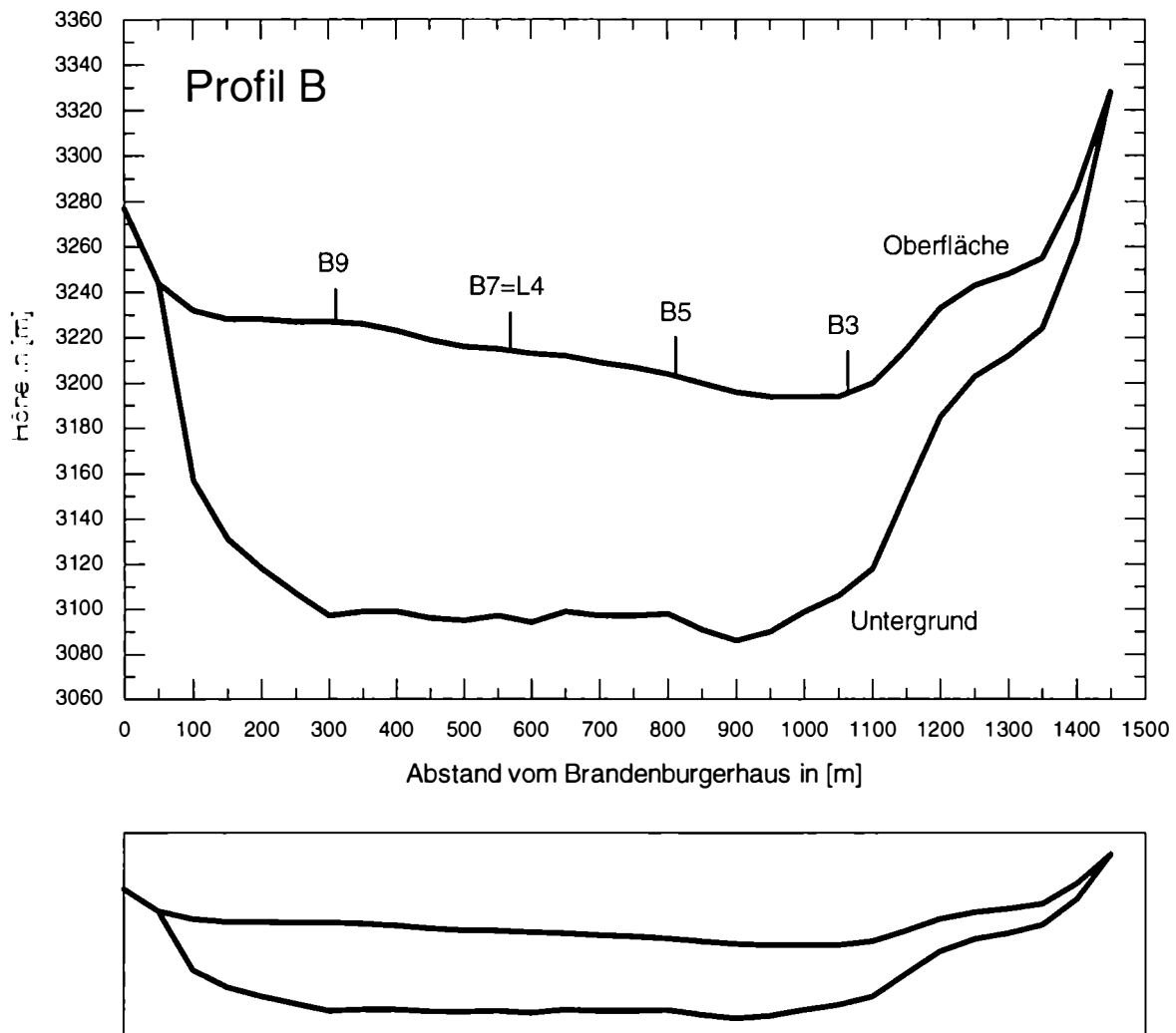
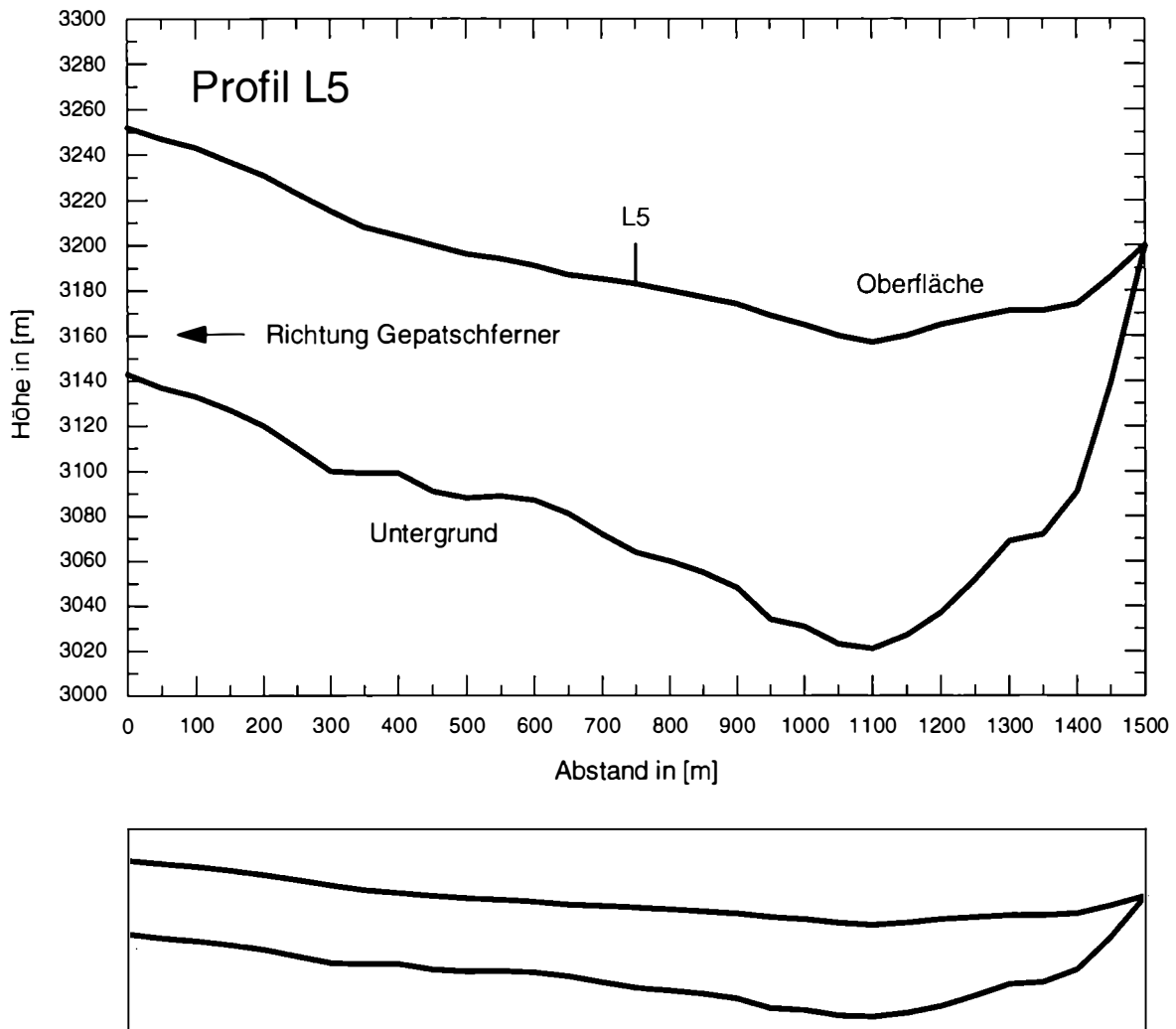


Abb. 5.5.1.1c: Das Profil B (L4=B7) gegen die Fließrichtung gesehen. Oben: 3-fach überhöht. Unten: ohne Überhöhung. Messung des Autors, 1995.



**Abb. 5.5.1.1d: Das Profil BC (L5) gegen die Fließrichtung gesehen.
Oben: 3-fach überhöht. Unten: ohne Überhöhung. Messung des Autors, 1995.**

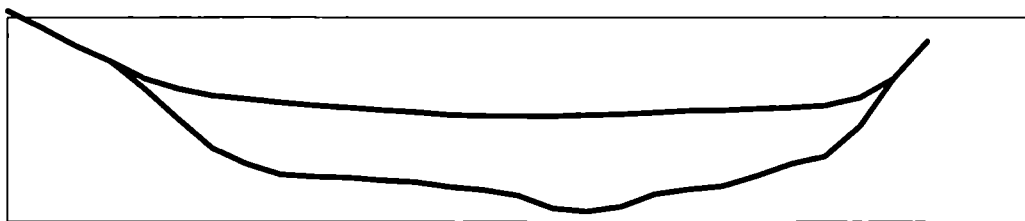
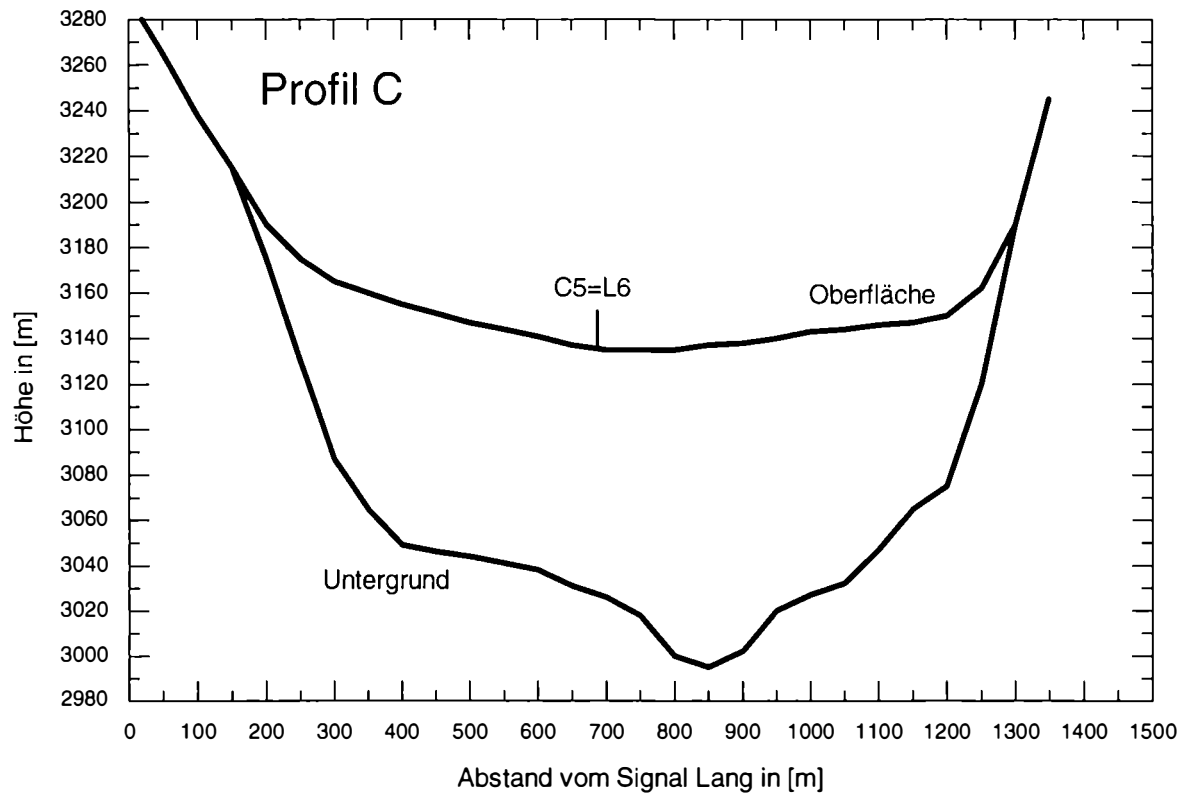


Abb. 5.5.1.1e: Das Profil C ($L_6=C_5$) gegen die Fließrichtung gesehen. Oben: 3-fach überhöht. Unten: ohne Überhöhung. Messung des Autors, 1995.

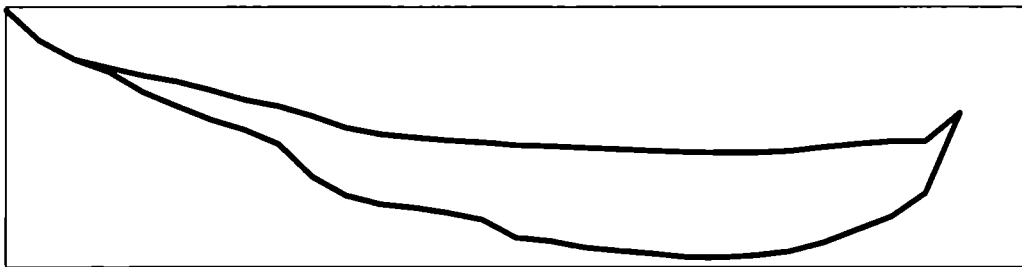
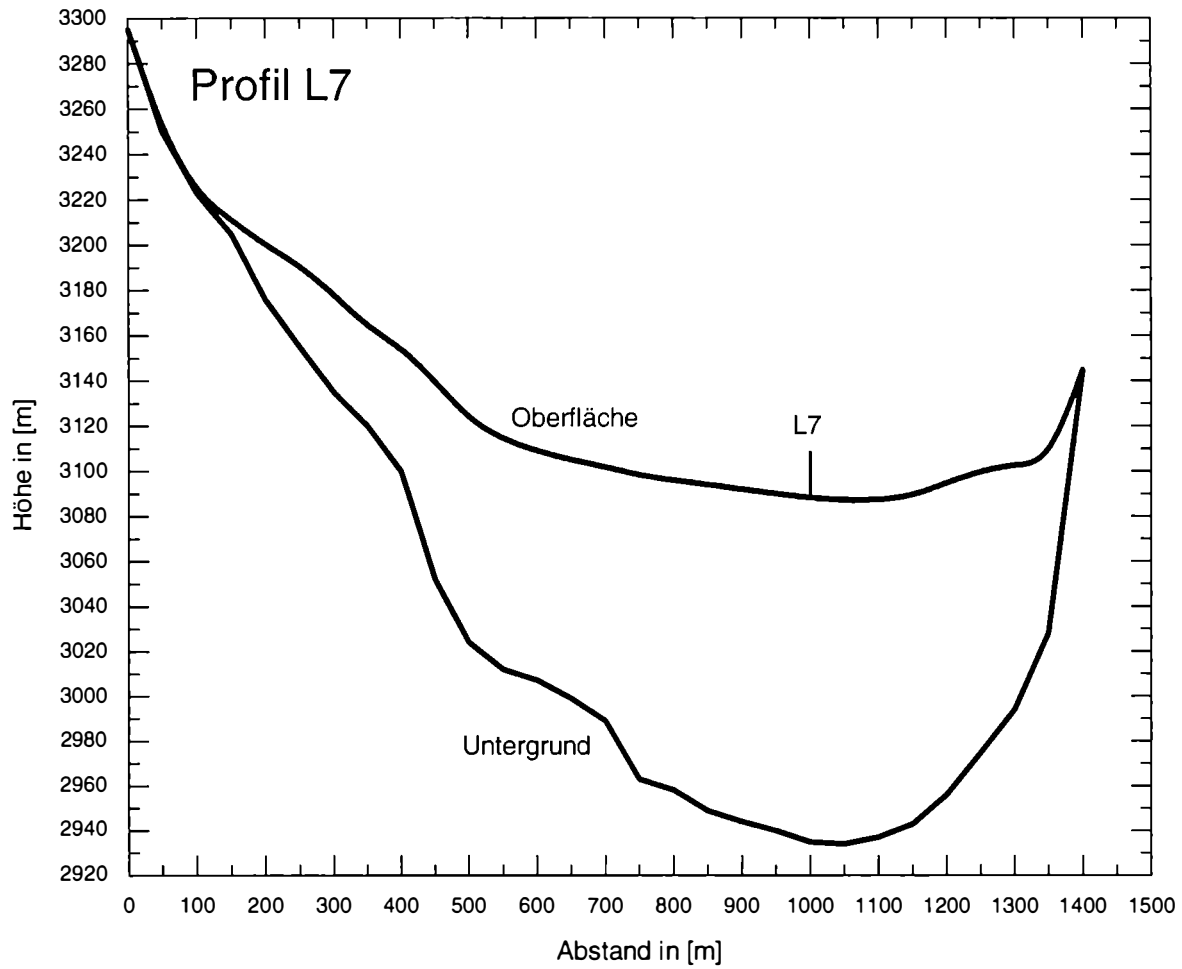


Abb. 5.5.1.1f: Das Profil CD (L7) gegen die Fließrichtung gesehen. Oben: 3-fach überhöht. Unten: ohne Überhöhung. Messung des Autors, 1995.

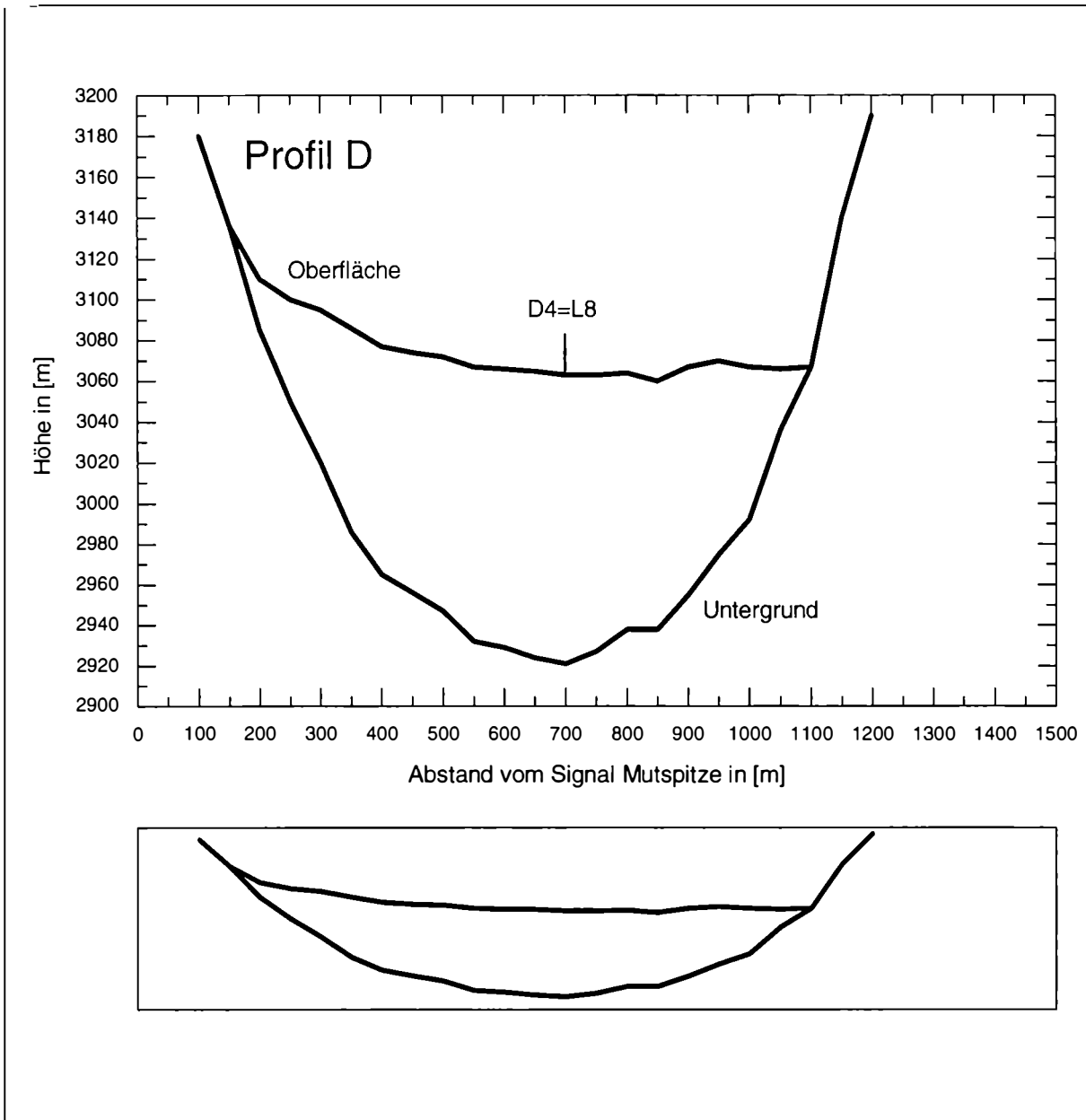


Abb. 5.5.1.1g: Das Profil D ($L8=D4$) gegen die Fließrichtung gesehen. Oben: 3-fach überhöht. Unten: ohne Überhöhung. Messung des Autors, 1995.

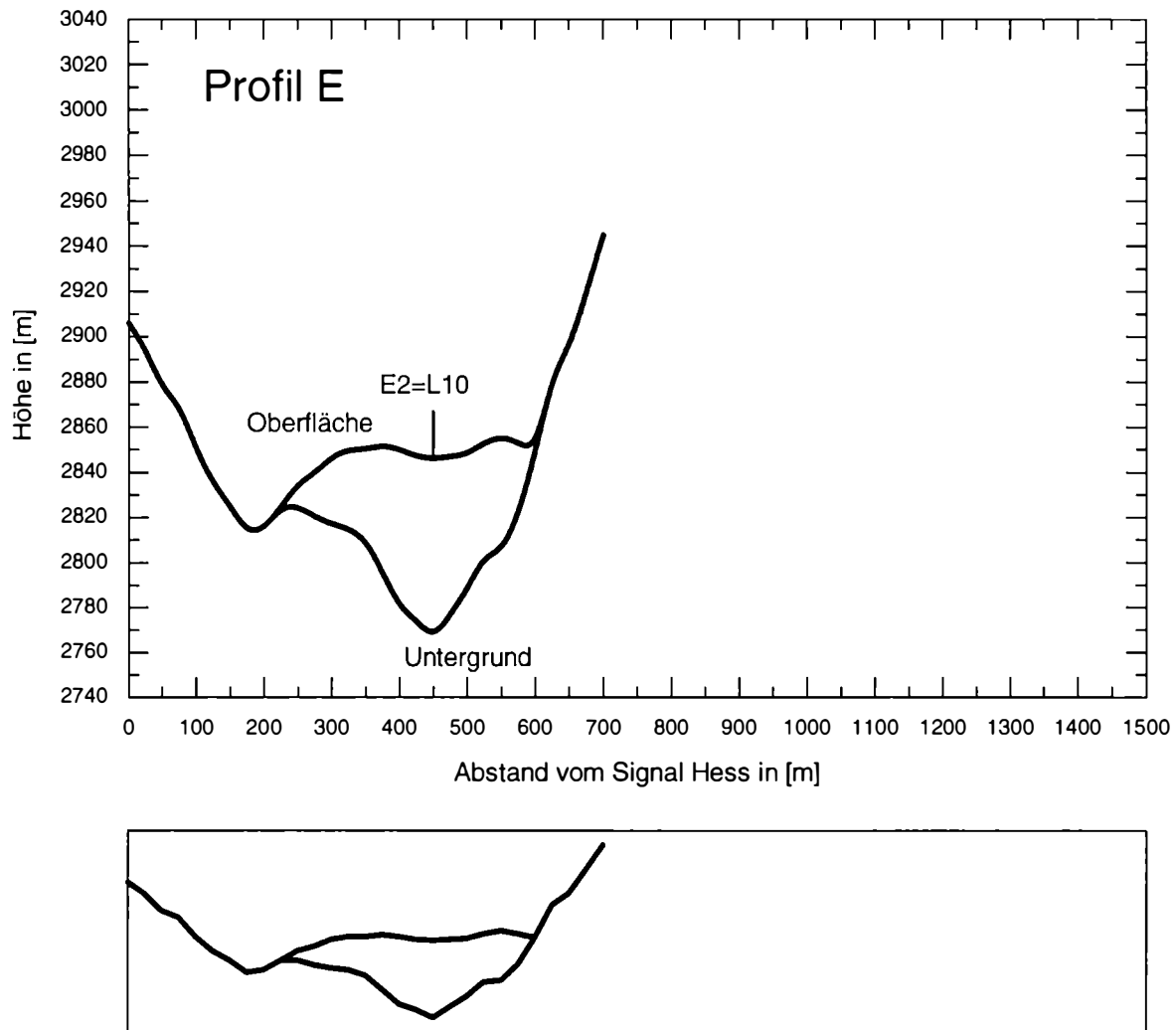


Abb. 5.5.1.1h: Das Profil E (L10=E2) gegen die Fließrichtung gesehen. Oben: 3-fach überhöht. Unten: ohne Überhöhung. Messung des Autors, 1995.

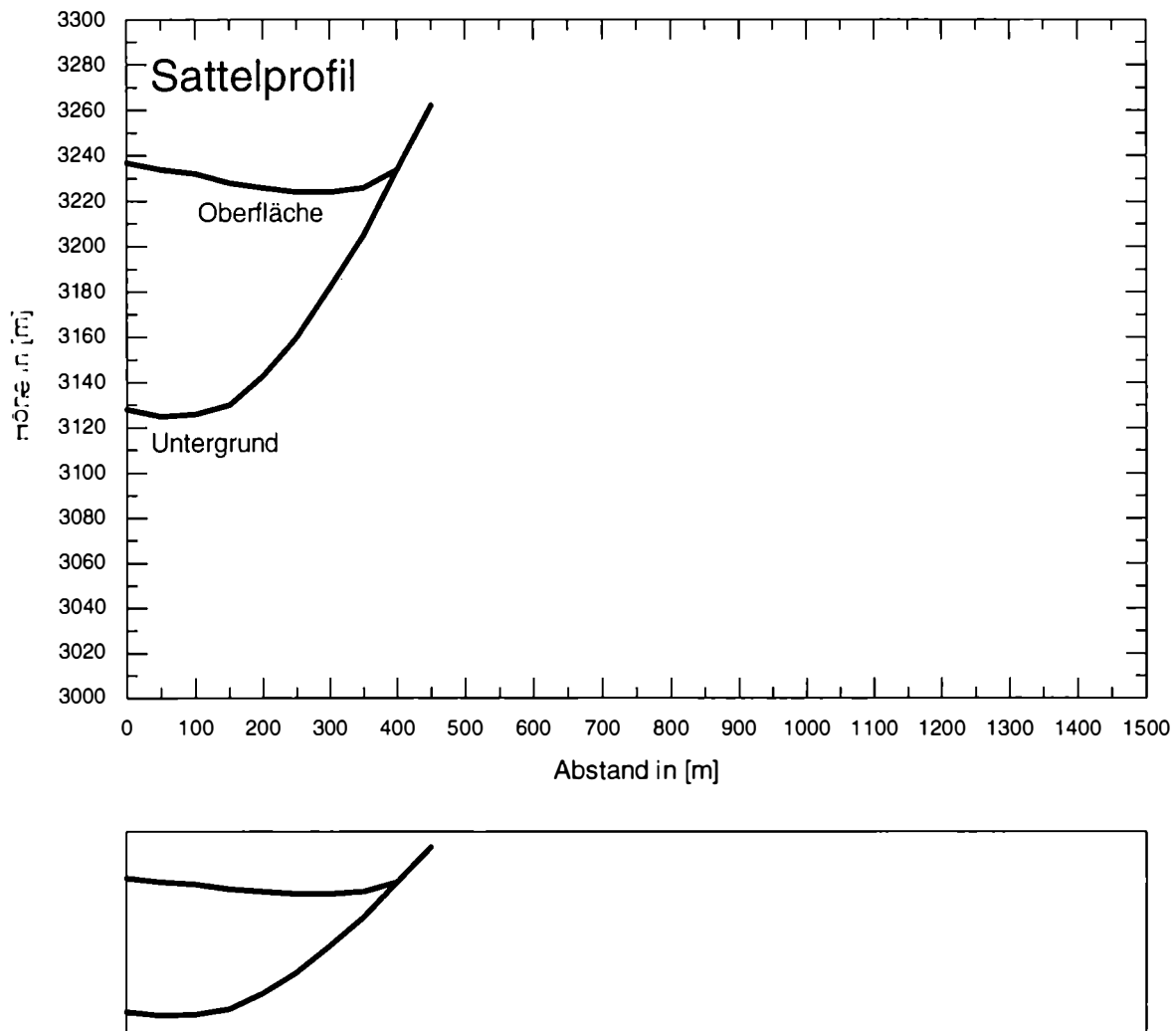


Abb. 5.5.1.1i: Das Sattelprofil in Richtung Gepatschferner gesehen. Oben: 3-fach überhöht. Unten: ohne Überhöhung. Messung des Autors, 1995.

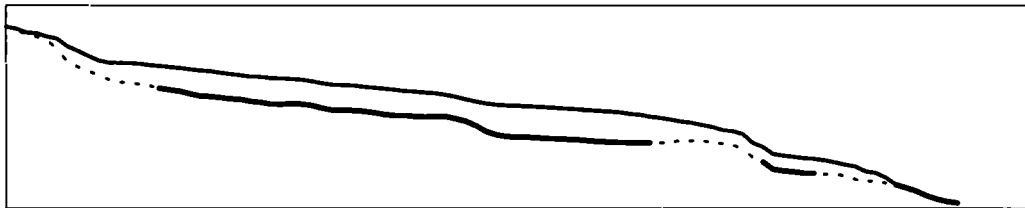
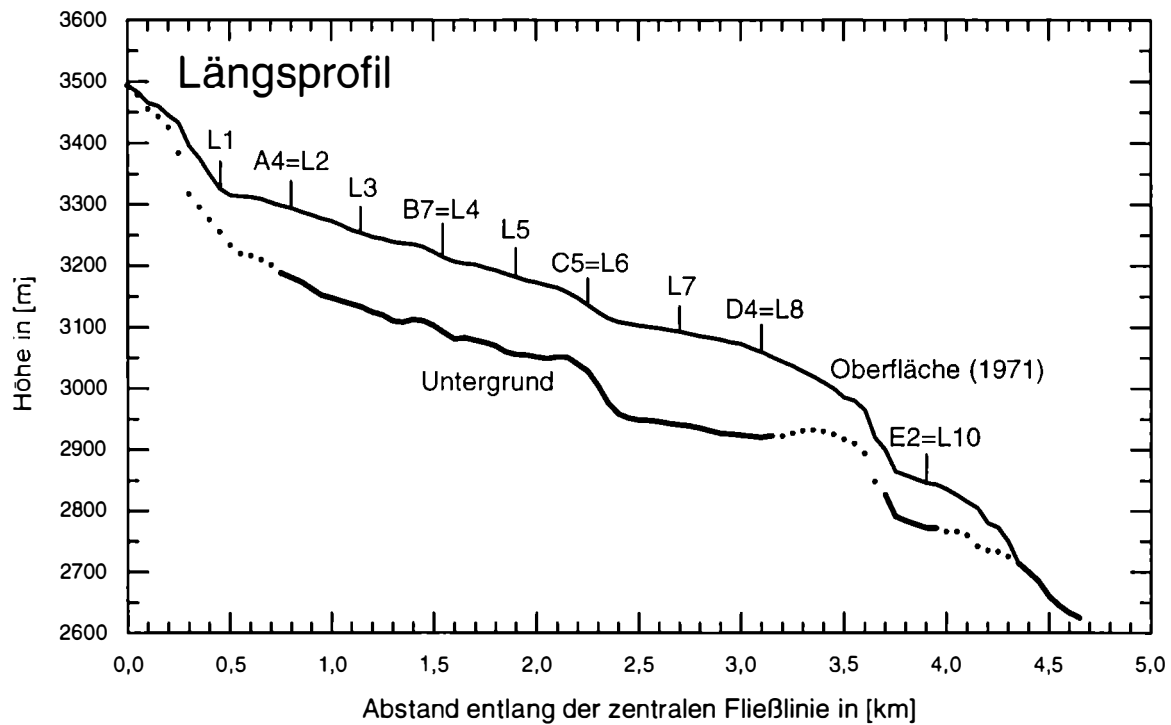


Abb. 5.5.1.1k: Das Längsprofil des KWF. Die punktierte Linie gibt den mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung berechneten Unteground wieder. Oben: 3-fach überhöht. Unten: ohne Überhöhung. Messung des Autors, 1995.

5.5.3 Rekonstruktion einer Karte des Untergrundes

Die Gletscheroberfläche ist aus der Karte (1:5000) aus dem Jahre 1971 (Schneider, 1975) entnommen. Der Unterschied zwischen 1971 und dem Jahr der Vermessung 1995 beträgt in allen Profilen, außer dem E-Profil, weniger als 3 m (Kapitel 4, Abb.4.3.2.4), sodaß mit der oben erwähnten Karte auch ein hervorragendes Ausgangsmaterial für eine 3D-Rekonstruktion des Untergrundes zur Verfügung stand.

Die Anzahl von 213 Punkten reichte aus, um eine Karte des Gletscherbettes annäherungsweise herzustellen. Die Eistiefen wurden alle in die Karte von 1971 eingetragen und von der Eisoberfläche abgezogen, womit an ebensovielen Stellen die absolute Höhe des Untergrundes bekannt war. Mit Hilfe dieser Einzelwerte und des umgebenden Felses sind die Isolinien des Untergrundes händisch hineininterpoliert worden.

Das Resultat ist in den Abbildungen 5.5.3.1 und 5.5.3.2 als Isolinienplot des Untergrundes und der Eismächtigkeiten abgebildet.

Die Isolinien des Untergrundes und der daraus resultierenden Eistiefen wurden mit freundlicher Unterstützung von Mag. Rudi Sailer am Institut für Geographie digitalisiert und damit ein digitales Geländemodell mit 15 m Maschenweite erstellt.

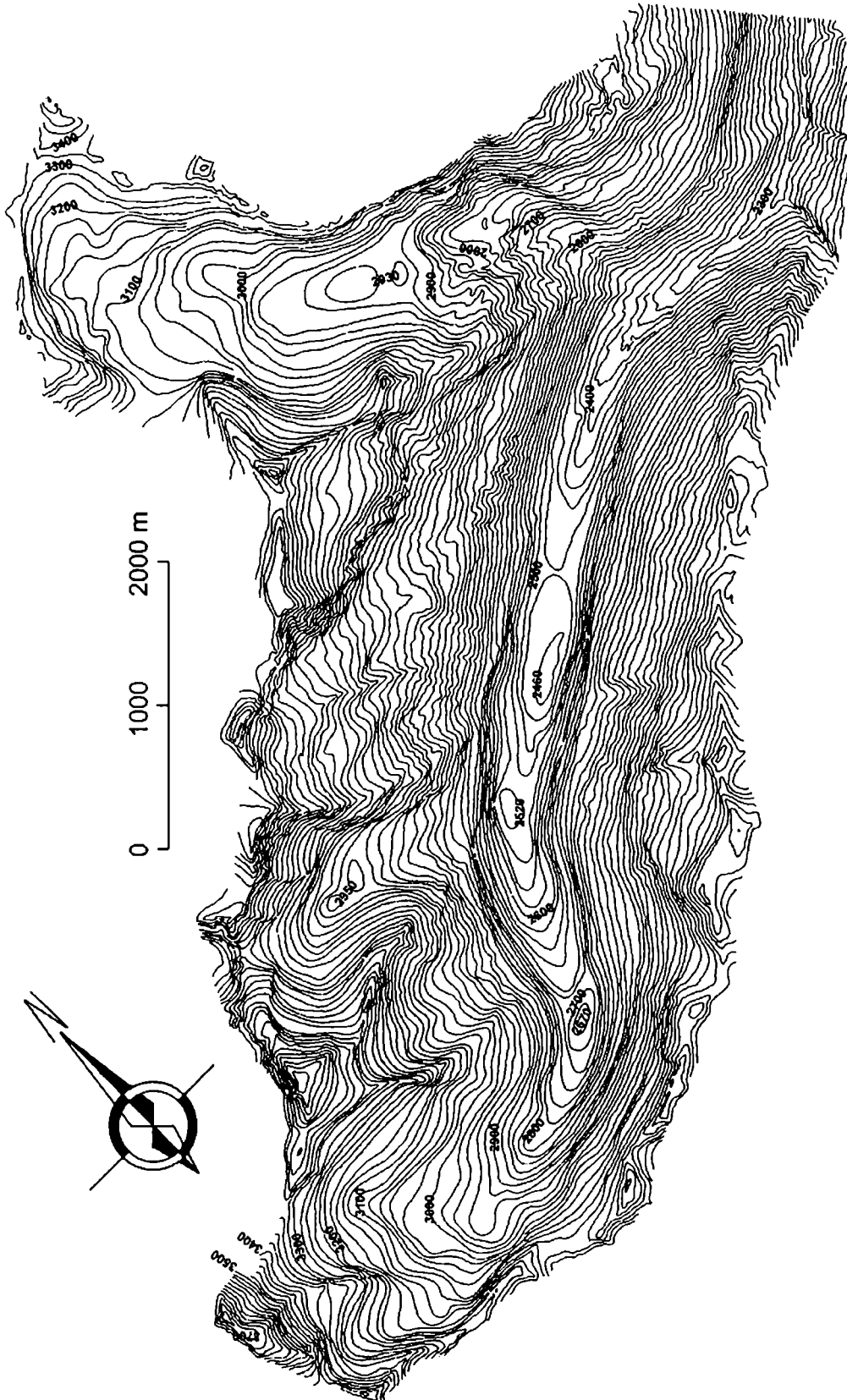


Abb. 5.5.3.1: Der Untergrund des Hinterisferners und Kesselwandferners.
Die Äquidistanz der Höhenschichtlinien beträgt 20 m.

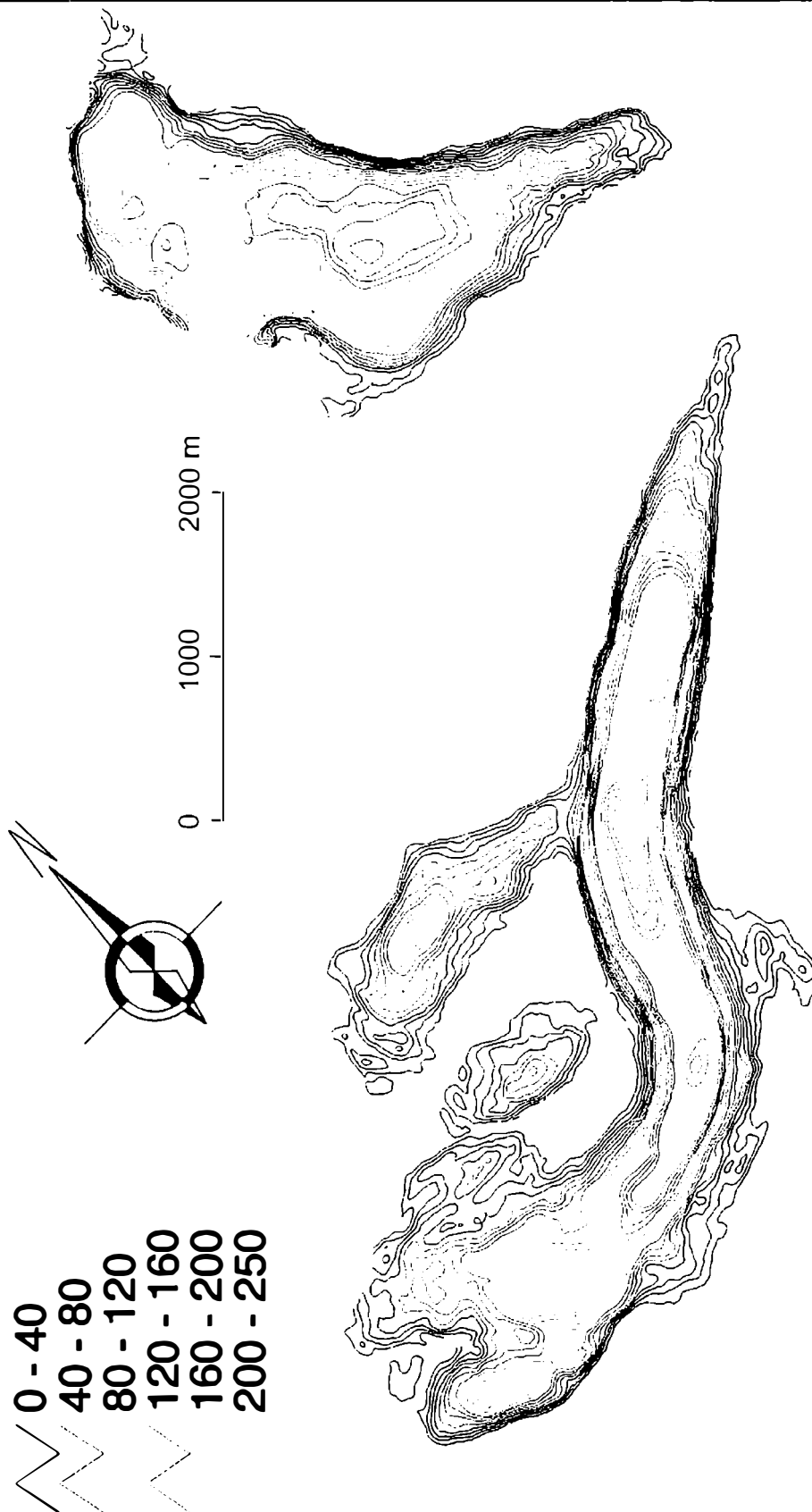


Abb. 5.5.3.2: Die Eisdicken des HEF und KWF. Die Legende gibt die Mächtigkeit in [m] an. Die Äquidistanz der Isolinien trägt 10 m, wobei die Null-Linie fehlt.

Damit ist es nun möglich, eine 3D Ansicht des Untergrundes zu realisieren.

Eine Visualisierung dieses DGM's ist in Abbildung 5.5.3.3a und b einmal eisfrei, und einmal mit der Eisbedeckung von 1979 ersichtlich. Zur besseren Voranschaulichung ist auch der Hintereisferner mit abgebildet worden, um einen besseren Überblick über den Bereich des früheren Zusammenflusses zu gewähren; vor allem aber auch über die Gesamtsituation der beiden benachbarten Gletscher.

Auf dieser Darstellung ist besonders deutlich der Einfluß des Untergrundes auf die Eisoberfläche zu erkennen.

Umgekehrt kann aber auch aufgrund des Oberflächenreliefs qualitativ auf die ungefähre Struktur des Untergrundes geschlossen werden.

Auf dem Kesselwandferner ist auch die orographisch rechte Moräne von 1850 klar auszumachen.

Um die 3. Dimension auch wirklich greifbar und anschaulich zu machen wurde mit Hilfe des DGM ein Stereopaar des Untergrundes verwirklicht. Um den Stereoeffekt realistisch zu gestalten wurde die ursprüngliche 3-D Ansicht des Untergrundes um 5° in der Horizontalebene verdreht.

Dieses Stereopaar ist in der untenstehenden Abbildung abgedruckt und der Leser wird aufgefordert mit einer Stereobrille die 3. Dimension zu entdecken.

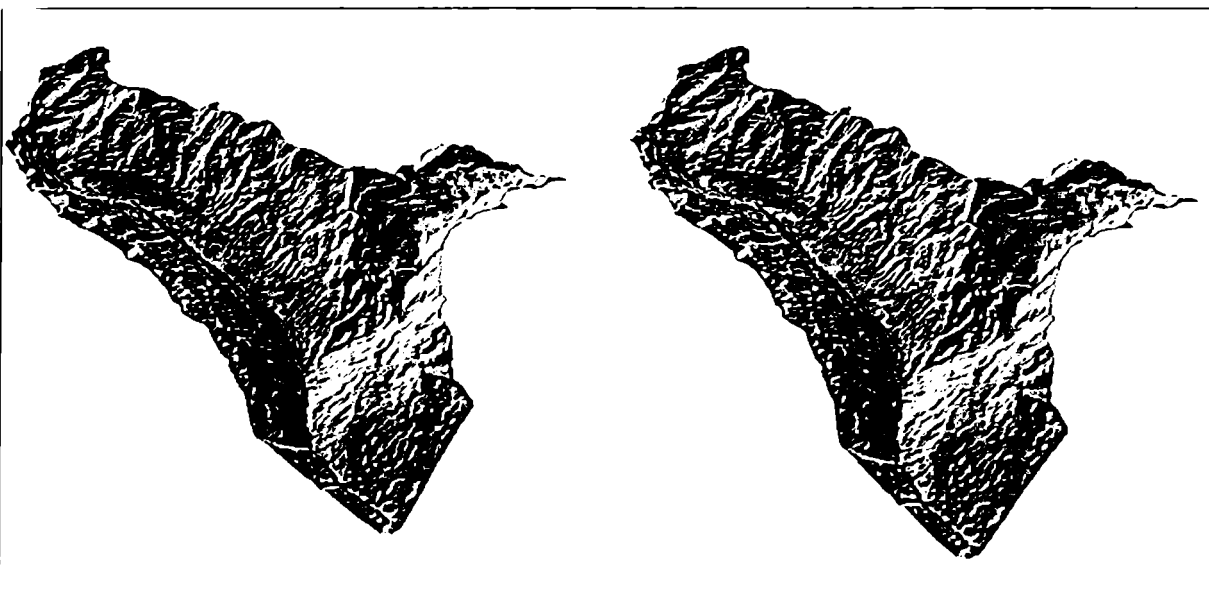


Abb. 5.3.3.2: Stereopaar des Untergrundes mit einer Drehung von 5° der z-Achse im globalen kartesischen Koordinatensystem.

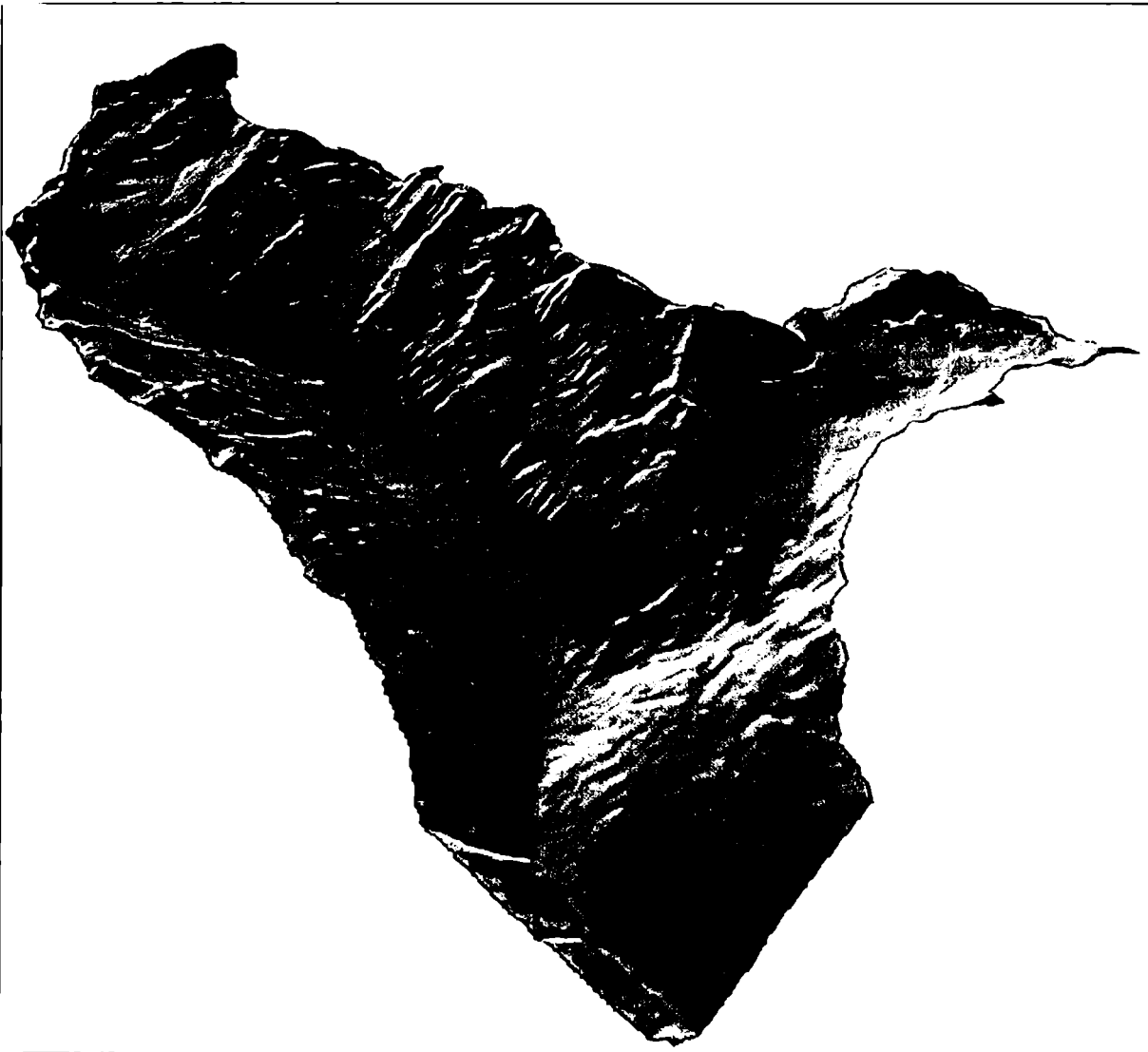


Abb. 5.5.3.3a: Der Untergrund des HEF und KWF in einer perspektivischen Ansicht.

5.5.4 Bestimmung des Volumens des KWF

Mit Hilfe der zwei DGM's war es eine leichte Aufgabe das Volumen des KWF zu ermitteln. Dazu wurde die Eistiefe an jedem Gitterpunkt mit der Fläche von 225 m^2 , die sich bei einer Gitterpunktsdistanz von 15 m ergibt, multipliziert.

Demnach beträgt das gesamte Volumen des Kesselwandfernners **$0,324 \text{ km}^3$** Eis oder **$0,292 \text{ km}^3$** Wasser bezogen auf 1971.

Die mittlere Tiefe beträgt **79 m** bei einer Fläche von **$4,075 \text{ km}^2$** .

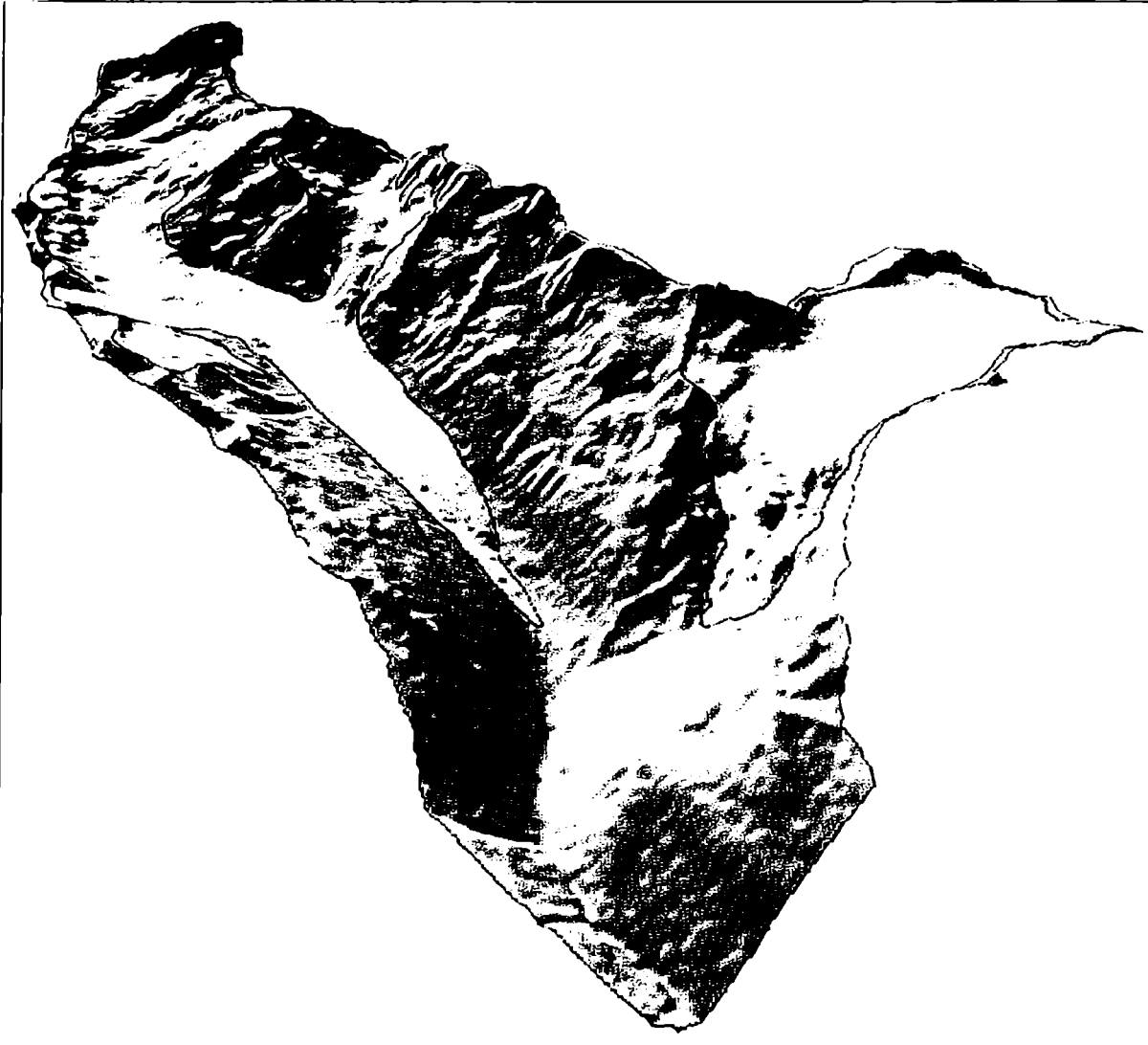


Abb. 5.5.3.3b: Die Oberfläche des HEF und KWF im Jahre 1979 in derselben perspektivischen Ansicht wie in Abb. 5.5.3.3a.

Kapitel **Sechs**

Die Bewegungsgleichung für temperiertes Eis

6.1 Herleitung der Bewegungsgleichung für ein Stokes'sches Fluid

Als Grundlage für die Herleitung einer Bewegungsgleichung für ein kompressibles Medium in einem Inertialsystem dient der Impulssatz von Cauchy:

$$\frac{d}{dt} \iiint_{\tau} \rho \mathbf{v} d\tau = \iiint_{\tau} \rho \mathbf{k} d\tau + \oint_{\sigma} \mathbf{t}_n d\sigma \quad 6.1.1$$

In obiger Gleichung werden mit \mathbf{k} die Volumenkräfte pro Masseneinheit und mit \mathbf{t}_n die Oberflächenkräfte pro Flächeneinheit (Schubspannungen) bezeichnet. Massen- oder Volumenkräfte sind unabhängig vom Bewegungszustand des Mediums und greifen in jedem Punkt dieses Volumens an. Deshalb werden sie auch die äußeren Kräfte genannt, wie z.B. die Gravitationskraft.

Die Oberflächenkräfte setzen sich aus tangentialen und normalen Komponenten zusammen (Normal- und Schubspannungen). Diese Kräfte hingegen sind abhängig vom Bewegungszustand des Mediums, vom Ort und von der Orientierung des Oberflächenelementes.

Mit Hilfe von Gleichung 6.1.1 kann gezeigt werden, daß sich die Oberflächenkräfte, bezogen auf ein infinitesimales Volumenelement $d\tau$ des Fluids, im Gleichgewicht befinden (Pichler, 1997).

Dazu betrachten wir nun das unendlich kleine Tetraeder (Abb. 6.1.1), das durch die Ebenen des orthogonalen Koordinatensystems und einer schrägen Fläche mit der Flächennormalen \mathbf{n} aufgespannt ist.

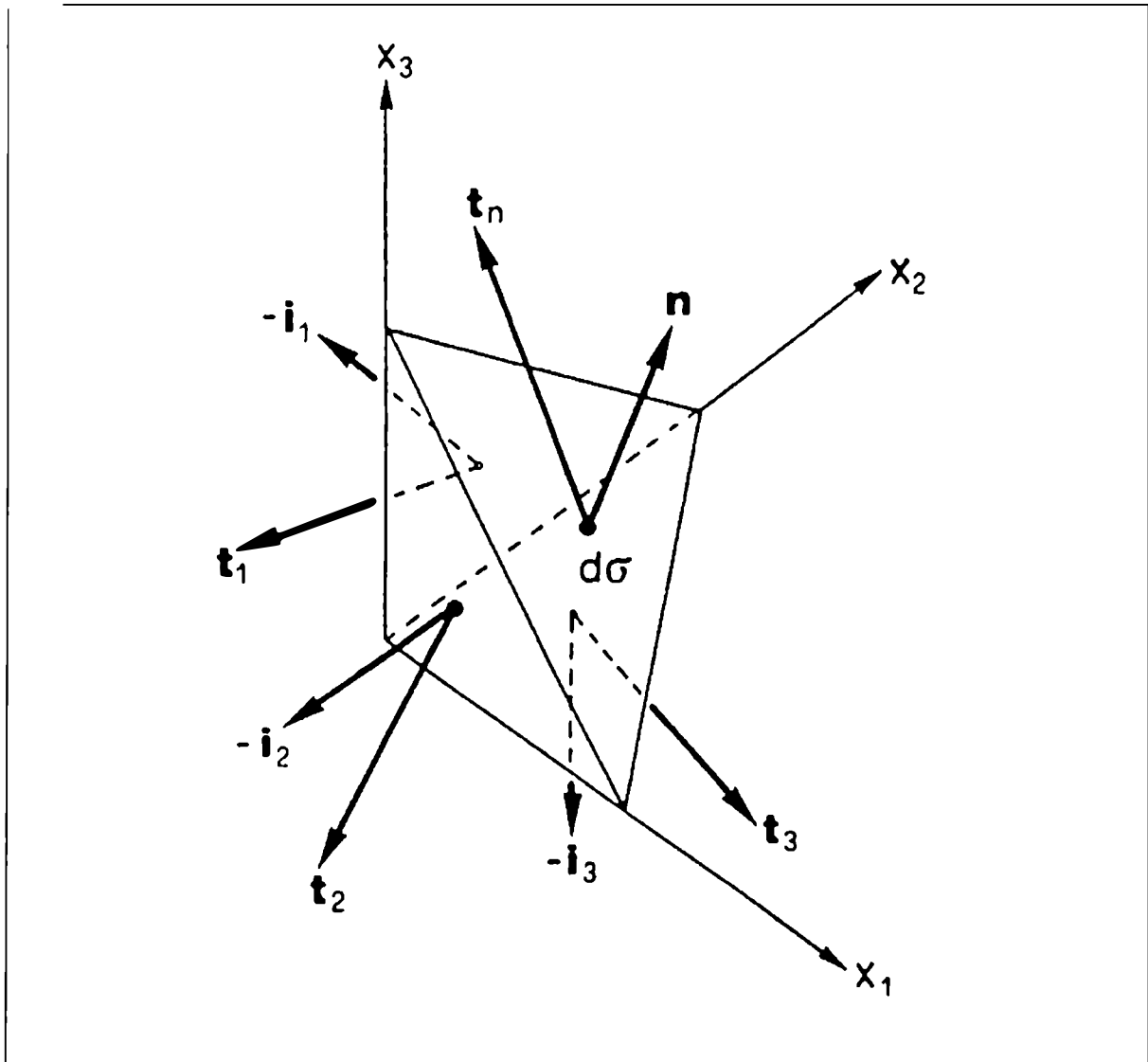


Abb. 6.1.1: Oberflächenkräfte an einem Tetraeder.

Zur Bestimmung der Spannung auf einer beliebigen schrägen Fläche werden die Normal- und Schubspannungen benötigt. Das Gleichgewicht der Kräfte kann ausgedrückt werden durch

$$\mathbf{t}_n d\sigma - \mathbf{t}_1 \cos(\mathbf{n}, \mathbf{x}_1) d\sigma - \mathbf{t}_2 \cos(\mathbf{n}, \mathbf{x}_2) d\sigma - \mathbf{t}_3 \cos(\mathbf{n}, \mathbf{x}_3) d\sigma = 0. \quad 6.1.2$$

Mit $\cos(\mathbf{n}, \mathbf{x}_i) = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{i}_i)$ für $i = 1, 2, 3$ erhält man

$$\mathbf{t}_n = \mathbf{t}_1 (\mathbf{n} \cdot \mathbf{i}_1) + \mathbf{t}_2 (\mathbf{n} \cdot \mathbf{i}_2) + \mathbf{t}_3 (\mathbf{n} \cdot \mathbf{i}_3) \quad 6.1.3$$

und nach der Beziehung $\mathbf{t}_i(\mathbf{n} \cdot \mathbf{i}_i) = \mathbf{t}_i(\mathbf{i}_i \cdot \mathbf{n}) = (\mathbf{t}_i \mathbf{i}_i) \cdot \mathbf{n}$ folgt aus 6.1.3 für

$$\mathbf{t}_n = (\mathbf{t}_1 \mathbf{i}_1 + \mathbf{t}_2 \mathbf{i}_2 + \mathbf{t}_3 \mathbf{i}_3) \cdot \mathbf{n}. \quad 6.1.4$$

Der Ausdruck in der runden Klammer der Gleichung 6.1.4 stellt einen Tensor 2. Stufe dar und wird als Spannungstensor \mathbf{T} bezeichnet. Der Cauchy-Spannungsvektor \mathbf{t} , welcher das Angreifen der Oberflächenkräfte auf eine beliebige Fläche beschreibt, bekommt somit die Form

$$\mathbf{t} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{n}. \quad 6.1.5$$

Aus dem Oberflächenintegral in (6.1.1) folgt mit Hilfe des Gauss'schen Satzes

$$\oint_{\sigma} \mathbf{t}_n d\sigma = \oint_{\sigma} \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} d\sigma = \oint_{\sigma} \mathbf{T} \cdot \mathbf{d}\sigma = \iiint_{\tau} \nabla \cdot \mathbf{T} d\tau \quad 6.1.5$$

Damit wird aus (6.1.1)

$$\iiint_{\tau} \left(\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} - \rho \mathbf{k} - \nabla \cdot \mathbf{T} \right) d\tau = 0 \quad 6.1.7$$

Das Volumen τ wurde aber beliebig gewählt, sodaß das Integral in (6.1.7) nur dann Null werden kann, wenn der Integrand verschwindet.

Deshalb wird aus (6.1.7) die Bewegungsgleichung für ein zähes Fluid in allgemeiner Form mit $\mathbf{k}=\mathbf{g}$ (Schwerebeschleunigung der Erde)

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot \mathbf{T}. \quad 6.1.8$$

Der Spannungstensor \mathbf{T} bestimmt die dynamische Reaktion des Mediums. Deshalb versucht man \mathbf{T} mit anderen kinematischen oder thermodynamischen Variablen zu verknüpfen, um die Eigenschaften des Mediums, z.B. viskos, elastisch, plastisch usw., zu definieren oder einzugrenzen.

Die Beziehung zwischen \mathbf{T} und anderen Bewegungseigenschaften nennt man eine konstitutive Gleichung.

Ein spezielles Beispiel einer solchen Gleichung ist die einer idealen (reibungsfreien) Flüssigkeit, oder für ein Medium, das sich in Ruhe befindet,

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{E}, \quad 6.1.9$$

wobei p den hydrostatischen Druck und \mathbf{E} den Einheitstensor darstellen.

In einem solchen Medium treten nur Normalspannungen auf, die als Druck, der definitionsgemäß mit einem Minus versehen wird, interpretiert werden.

In der Natur weisen Fluide aber zufolge molekularer Kräfte immer eine gewisse Zähigkeit auf.

Diese molekularen Kräfte wirken sich aber nur in einem Medium aus, in dem die einzelnen Partikel Relativbewegungen zueinander ausführen. Aus Gleichung 6.1.9 wird dann

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{E} + \mathbf{P} \quad 6.1.10$$

wobei \mathbf{P} den Reibungstensor darstellt.

$$\mathbf{T} = t_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad 6.1.11$$

$$\mathbf{P} = \tau_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma'_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma'_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma'_z \end{bmatrix}$$

Als Basis für die Entwicklung solcher konstitutiver Gleichungen dienen die vier Postulate von Stokes (Serrin, 1959):

1. \mathbf{T} ist nur eine kontinuierliche Funktion des Deformationstensors \mathbf{D} , Gleichung 6.1.12), und ist unabhängig von allen anderen kinematischen Größen.
2. \mathbf{T} hängt nicht explizit von der Position \mathbf{x} ab (räumliche Homogenität).
3. Es gibt keine bevorzugte Richtung im Raum (Isotropie).
4. Falls $\mathbf{D} = 0$, $\mathbf{T} = -p\mathbf{E}$.

$$\mathbf{D} \quad \dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) & \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) & \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) & \left(\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{bmatrix} \quad 6.1.12$$

$$= \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_x & \dot{\epsilon}_{xy} & \dot{\epsilon}_{xz} \\ \dot{\epsilon}_{xy} & \dot{\epsilon}_y & \dot{\epsilon}_{yz} \\ \dot{\epsilon}_{xz} & \dot{\epsilon}_{yz} & \dot{\epsilon}_z \end{bmatrix}$$

Es sind natürlich auch andere Postulate möglich und in einigen Fällen wünschenswert, aber im Hinblick auf temperiertes Eis und für die meisten gegenwärtigen hydrodynamischen Anwendungen sind die Stokes'schen Annahmen ausreichend.

Ein Medium das die obigen Bedingungen erfüllt, nennt man ein Stokes'sches Fluid.

Der mathematische Ausdruck für Punkt 1 und 2 hat die Form

$$\mathbf{T} = f(\mathbf{D}) \quad 6.1.13$$

und für die Bedingung der Isotropie schreibt man

$$\mathbf{STS}^{-1} = f(\mathbf{SDS}^{-1}) \quad 6.1.14$$

für alle orthogonale Transformationsmatrizen \mathbf{S} . Gleichung 6.1.14 besagt, daß es keine bevorzugte Richtung, weder im Raum noch im Fluid gibt, oder anders: unabhängig von der Orientierung wird eine gegebene Deformation immer die gleiche innere Reaktion hervorrufen. Zudem folgt aus (6.1.14), daß (6.1.13) invariant gegenüber allen orthogonalen Koordinatentransformationen ist.

Es wird weiters stillschweigend angenommen, daß \mathbf{T} auch vom thermodynamischen Zustand abhängt, was aber im Moment für (6.1.13) nicht berücksichtigt wird. Die Postulate von 1 bis 4 führen zu dem folgenden Ausdruck für den Spannungstensor (Serrin, 1959)

$$\mathbf{T} = \alpha \mathbf{E} + \beta \mathbf{D} + \gamma \mathbf{D}^2 \quad 6.1.15$$

wobei α , β und γ skalare Funktionen der prinzipiellen Invarianten des Informationstensors D sind, das heißt $\alpha=\alpha(I, II, III)$, usw.

Prinzipielle Invarianten sind definiert als die Koeffizienten von λ in der expansion der Determinante $D(\lambda)=\det(\lambda\mathbf{E}-\mathbf{D})$ oder

$$D(\lambda) = \lambda^3 - I\lambda^2 + II\lambda - III \quad 6.1.16$$

Im Einzelnen folgt daraus, daß

$$I = (\mathbf{D}:\mathbf{E}) = 2(\nabla \cdot \mathbf{v})$$

$$II = \frac{1}{2}(I^2 - \mathbf{D}:\mathbf{D})$$

$$III = |\mathbf{D}|$$

Die Eigenwerte von \mathbf{D} sind die Lösungen der Gleichung $D(\lambda)=0$; sie sind Real, da \mathbf{D} symmetrisch ist. Natürlich sind die Eigenwerte von D auch Funktionen der prinzipiellen Invarianten.

Falls man zu oben genannten vier Postulaten noch annimmt, daß die Komponenten von \mathbf{T} in einem linearen Zusammenhang zu den Komponenten von \mathbf{D} stehen, dann reduziert sich Gleichung (6.1.15) zu der Form

$$\mathbf{T} = (-p + \lambda(\nabla \cdot \mathbf{v}))\mathbf{E} + 2\mu\mathbf{D} \quad 6.1.17$$

und für ein inkompressibles Medium ($\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$)

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{E} + 2\mu\mathbf{D} \quad 6.1.18$$

oder unter Berücksichtigung von (6.1.10)

$$\mathbf{P} = 2\mu\mathbf{D} \quad 6.1.19$$

wobei hier die Spur von \mathbf{D} wegen der Divergenzfreiheit von vornherein verschwindet:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y + \dot{\epsilon}_z &= 0 \\ \dot{\epsilon}_x &= \dot{\epsilon}_x' \end{aligned} \quad 6.1.20$$

In dieser rheologischen Gleichung wird μ als die dynamische Viskosität bezeichnet.

Gleichung (6.1.17) stellt den verallgemeinerten Stokes'schen Ansatz für eine isotrope inkompressible Flüssigkeit dar.

6.2 Bewegungsgleichung für temperiertes Eis

Es kann, abgesehen von einer geringfügigen elastischen Volumenänderung am Anfang der Belastung, als inkompressibel betrachtet werden ($\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$).

In Analogie zum verallgemeinerten Stoffgesetz für inkompressible, linear viskose Flüssigkeiten (Gl. 6.1.19) kann man für Eis ansetzen

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2\mu^*} \mathbf{P} \quad \text{bzw.} \quad \dot{\epsilon}_{xy} = \frac{1}{2\mu^*} \tau_{xy} \quad 6.2.1$$

Aus Laborversuchen weiß man, daß die "Zähigkeit" μ^* spannungsabhängig ist und bei einem dreidimensionalen Spannungszustand näherungsweise nur von einer Variablen abhängt, und zwar von I_2' (eine charakteristische Größe des Spannungsdeviator tensors \mathbf{P}):

$$\mu^* = \mu^*(I_2') \quad 6.2.2$$

Die 2. Invariante I_2' des Spannungsdeviator tensors (Reibungstensors) rechnet sich mit Hilfe der Gleichung (6.1.16) falls und nur falls die Determinante Null wird

$$0 = \sigma'^3 - I_1' \sigma'^2 + I_2' \sigma' - I_3' \Rightarrow \quad 6.2.3$$

$$\begin{aligned} I_2' &= -\sigma'_x \sigma'_y - \sigma'_x \sigma'_z - \sigma'_y \sigma'_z + \tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2 \\ &= -\sigma'_1 \sigma'_2 - \sigma'_1 \sigma'_3 - \sigma'_2 \sigma'_3 \end{aligned} \quad 6.2.4$$

wobei mit $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ die Hauptspannungen gemeint sind. Man bezeichnet die drei Richtungen, in welchen die Scherspannungen gleich Null sind, als Hauptachsen, die wiederum orthogonal zueinander sind. Die Normalspannungen in Richtung der Hauptachsen heißen Hauptspannungen.

Nach Umformung mit der Beziehung $(\sigma'_x + \sigma'_y + \sigma'_z)^2 = 0$, erhält man außerdem

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \frac{1}{2}(\sigma'^2_x + \sigma'^2_y + \sigma'^2_z) + \tau'^2_{xy} + \tau'^2_{xz} + \tau'^2_{yz} \\
 &= \frac{1}{2}(\sigma'^2_1 + \sigma'^2_2 + \sigma'^2_3) \\
 I_2 &= \frac{1}{6}[(\sigma'_x - \sigma'_y)^2 + (\sigma'_x - \sigma'_z)^2 + (\sigma'_y - \sigma'_z)^2] + \tau'_{xy} + \tau'_{xy} + \tau'_{xy} \\
 &= \frac{1}{6}[(\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 + (\sigma'_1 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_2 - \sigma'_3)^2]
 \end{aligned}
 \tag{6.2.5}$$

Die durch Gl. (6.2.5) gegebene Definition gilt formal für die 2. Invariante eines jeden 3-dimensionalen Tensors, wie z.B. auch des Deformationstensors, den man wie in (6.2.5) schreiben kann:

$$I_2 = \frac{1}{2}(\dot{\epsilon}_x^2 + \dot{\epsilon}_y^2 + \dot{\epsilon}_z^2) + \dot{\epsilon}_{xy}^2 + \dot{\epsilon}_{xz}^2 + \dot{\epsilon}_{yz}^2
 \tag{6.2.6}$$

Glen (1955, 1958) hat gezeigt, daß

$$\frac{1}{2\mu^*} = A\tau^{n-1}
 \tag{6.2.7}$$

wobei A eine temperaturabhängige Materialkonstante ist und n im Bereich zwischen 1,5 und 5 liegt. Da wir nur temperiertes Eis ($T=0^\circ$ Celsius) untersuchen, wird A zu einer Konstanten. Der Parameter n wird üblicherweise als 3 angenommen.

Die effektive Schubspannung τ ergibt sich aus Gl. (6.2.5) und ist per Definition:

$$\tau = \sqrt{I_2}
 \tag{6.2.8}$$

Analog folgt aus (6.2.6) für die effektive Deformationsrate $\dot{\epsilon}$:

$$\dot{\epsilon} = \sqrt{I_2}
 \tag{6.2.9}$$

Das Stoffgesetz für temperiertes Eis oder auch Glen'sches Fließgesetz (1958) lautet demnach:

$$\mathbf{D} = A\tau^{n-1} \mathbf{P} \text{ oder}
 \tag{6.2.10}$$

$$\dot{\epsilon} = A\tau^n
 \tag{6.2.11}$$

und in den einzelnen Komponenten:

$$\begin{aligned}\dot{v}_x &= A\tau^{n-1}\sigma'_x \\ \dot{v}_{xy} &= A\tau^{n-1}\tau_{xy} \\ &\dots = \dots\end{aligned}\tag{6.2.12}$$

Gleichung 6.2.11 wird allgemein als das Glen'sche Fließgesetz bezeichnet.

Die Beschleunigung in der Bewegungsgleichung (6.1.8) ist beim Fließen von Gletschern um mindestens 2 Größenordnungen kleiner als die restlichen Terme, sodaß dieser Term vernachlässigt wird.

Die Bewegungsgleichung für temperiertes Eis reduziert sich somit zu

$$\rho \mathbf{g} = -\nabla \cdot \mathbf{T}.\tag{6.2.13}$$

Die Gleichungen (6.2.10) und (6.2.13) stellen die Grundlage für die Modellierung des Kesselwandformers in den nächsten Kapiteln dar.



7.1 Allgemeines

Mathematisch geschlossene Lösungen der Bewegungsgleichung (6.2.11, Kapitel 6) sind nur für Gletscher (Strukturen) mit einem geometrisch einfachen Aufbau vorhanden, wie z.B. der unendlich ausgedehnten planparallelen Platte oder dem unendlich langen Halbzylinder. Da die meisten in der Natur vorkommenden Gletscher aber keinen einfachen Aufbau haben, können diese nur mit Hilfe der Finiten Elemente Methode (FEM) berechnet werden.

Das Rechenmodell wird dabei nach dem Baukastenprinzip aus Elementen aufgebaut und kann deshalb den wirklichen Strukturen, welche sich durch Diskontinuitäten in Randbedingungen, Geometrie und Belastung auszeichnen, gut angepaßt werden.

Die FEM hat den entscheidenden Vorteil, daß sie hinsichtlich anderer Theorien erweiterbar ist, d.h. es können mit demselben Konzept physikalisch und/oder

geometrisch nichtlineare Theorien, anisotrope oder viskoelastische Werkstoffe oder Schwingungen berücksichtigt werden.

Der Anwendungsbereich der Methode erweitert sich ständig. So wurde sie mittlerweile auf die Berechnung von elektrischen Feldern, Magnetfeldern, Schmierfilmen, Strömungsproblemen, Akustikproblemen und Sickerwasserbewegungen übertragen.

Die FEM ist heute das wohl am weitesten verbreitete numerische Berechnungsverfahren der technischen Physik.

1.2 Grundidee der FEM

Die FEM ist ein mathematisches Verfahren zur Lösung von Differentialgleichungen. Mit Differentialgleichungen kann das Verhalten von Strukturen mit bestimmten Randbedingungen beschrieben werden. So liefert z.B. die Lösung der Gleichungen der Elastizitätstheorie das Verhalten, das heißt die Verformungen und die Spannungen von Festkörpern unter äußeren Belastungen. Die Laplace-Gleichung ermöglicht die Beschreibung von Temperaturfeldern. Die Lösung der sogenannten Navier-Stokes-Gleichungen gibt uns Einblick in das Strömungsverhalten eines Fluids und die Maxwell-Gleichungen sind eine mathematische Darstellung für Magnetfelder.

Bei der rechnerischen Simulation geht man von diesen Differentialgleichungen aus. Die Funktion, für die die Differentialgleichung aufgestellt wird, ist eine charakteristische Größe. Für Festigkeitsprobleme ist dies die Verschiebung, bei Wärmefeldberechnungen ist es die Temperatur und bei Magnetfeldberechnungen das magnetische Potential.

Primäres Ziel der rechnerischen Simulation ist es, diese Funktionen, z.B. Verschiebungsfunktionen oder das Temperaturfeld zu bestimmen.

Eine Grundidee ist allen numerischen Verfahren gemeinsam:

Es wird ein Näherungsansatz für die unbekannte Funktion aufgestellt. Der Lösungsansatz ist in der Regel ein Produktansatz, der aus vorgegebenen Formfunktionen und freien Koeffizienten besteht. Die Verfahren gehen entweder direkt von der Differentialgleichung aus, wie das Differenzenverfahren, oder von der Integralform. Die erstgenannte Vorgehensweise überführt das Differentialgleichungsproblem direkt in ein algebraisches Gleichungssystem. Bei Verwendung der Integralform wird aus der Forderung nach einem Extremum, z.B. dem Minimum des Fehlerquadrates (Galerkin Methode) oder dem Minimum der pot. Energie (Ingenieur Methode), ein algebraisches Gleichungssystem für die unbekannten Koeffizienten erzeugt. Durch Auflösung des Gleichungssystems werden die Koeffizienten bestimmt. Dadurch ist die gesuchte Näherungsfunktion festgelegt.

Dies ist die prinzipielle Vorgehensweise klassischer numerischer Lösungsverfahren. Die einzelnen Verfahren unterscheiden sich nur durch die zugrundegelegten Ansatzfunktionen und durch die Art und Weise der Bestimmung der Koeffizienten der Ansatzfunktionen.

Das Verfahren der FEM soll hier aber nicht im Detail diskutiert werden. Für ein genaueres Studium der FEM sei hier auf die Spezialliteratur verwiesen.

Darstellung aus der Sicht des Ingenieurs:

Jonkiewicz, 1975, Bathe, 1986, Hughes, 1987, Müller et. al. 1995.

Darstellung aus mathematischer Sicht:

Strang und Fix, 1973, Haltinger und Williams, 1980, Johnson, 1987, Ciarlet und Lions, 1991, Schwarz, 1991, Braess, 1992, Hackbusch, 1992.

1.3 Das Programmpaket ANSYS®

Bei der Suche nach einem kommerziellen Programm zur Berechnung des nichtlinearen Fließverhaltens des Kesselwandformers fiel die Wahl aus folgenden Gründen auf das Multi-Purpose-Programmsystem ANSYS:

Mit diesem Programm ist es möglich, Probleme im Bereich Statik, Dynamik, Temperaturfeld, Magnetfeld und Strömungsmechanik zu behandeln.

Es bietet eine umfangreiche Elementbibliothek mit über 100 verschiedenen Standard- und Spezialelementen. In Zusammenhang mit den verschiedenen Elementen steht die große Auswahl an Materialmodellen (Eis!). Wichtig war bei der Entscheidung für ANSYS auch die Mitberücksichtigung von Nichtlinearitäten bezüglich Material und Geometrie.

Die Implementierung des Glen'schen Fließgesetzes erwies sich mit der Option "secondary Creep" als äußerst einfach, wie später noch erläutert wird.

Es gestattet dem Benutzer die Aufbringung einer Vielzahl von Randbedingungen auf das FE-Modell, unter anderem auch die Koppelung von Freiheitsgraden, auf die später noch eingegangen wird. Die Belastungen werden als Einzelkräfte, Drücke, Beschleunigungen (Schwerkraft), Verdrehungen usw. aufgebracht.

Die Datenaufbereitung (Präprozessor) erfolgt über eine sehr benutzerfreundliche Oberfläche mit einem Geometrie-Modul, einer automatischen Netzgenerierung, adaptiver Netzverfeinerung und den 3-D Vernetzungsstrategien.

Die Datennachbereitung (Postprozessor) ermöglicht eine graphische Darstellung der Ergebnisse unter anderem als Isolinenplots, Vektorplots,

Diagramme und mathematische Operationen zur Weiterbearbeitung der Ergebnisse.

Weiter sind die entsprechenden Schnittstellen zu CAD-Programmen, anderen FE-Programmen und vor allem zur Einbindung von Benutzerprogrammen vorhanden.

Das Programmpaket war bis zur Hälfte dieser Arbeit auf dem Rechenzentrum der Universität Innsbruck auf einer SGI PowerChallenge lauffähig installiert. Nach einer Aktualisierung des UNIX-Betriebssystems konnte oder wollte das Rechenzentrum trotz mehrmaliger Anfragen das Programmpaket nicht mehr lauffähig anbieten.

Es war dem Autor aber glücklicherweise möglich mit einer ANSYS Lizenz von Herrn Ing. Grasser, Mils, unter Windows NT zuhause weiterzurechnen.

7.4 Implementierung des Stoffgesetzes von Eis

Wie schon weiter oben erwähnt läßt sich das Glen'sche Fließgesetz (6.2.11) noch einfacher in das Programm implementieren.

ANSYS bietet dafür die Option "secondary Creep" mit der entsprechenden Gleichung

$$\Delta \epsilon_M = C_7 \tau_M^{C_8} e^{-C_{10}/T} \Delta t \quad 7.4.1$$

wobei τ_M die effektive von Mises Spannung und $\dot{\epsilon}_M = \frac{\Delta \epsilon_M}{\Delta t}$ die effektive von Mises Deformationsrate ist.

Um die Relation (6.2.11) zu erhalten, setzt man die Konstante $C_{10}=0$, und die Konstante C_8 entspricht dem Exponenten n im Glen'schen Fließgesetz. Die Konstante $C_7 = A^{(2/9)}$, was aus der Beziehung zwischen der effektiven Schubspannung und der effektiven von Mises Spannung folgt, denn per Definition gilt:

$$\dot{\epsilon}_M = \sqrt{\frac{2}{3}(\dot{\epsilon}_{ij}\dot{\epsilon}_{ij})} = \sqrt{\frac{4}{3}}\dot{\epsilon} \quad 7.4.2$$

und

$$\tau_M = \sqrt{\frac{3}{2}(\tau_{ij}\tau_{ij})} = \sqrt{3}\tau \quad 7.4.3$$

Aus diesen Definitionen folgt die Beziehung

$$\dot{\epsilon}_M = C_7 \tau_M^{C_8} = \frac{2}{9} A \tau_M^n \quad 7.4.4$$

Der Parameter A ist also mit dem Faktor $2/9$ zu multiplizieren, um die berechneten Deformationsraten mit denen aus dem Glen'schen Fließgesetz vergleichen zu können.

Die Gleichungen werden nach einem expliziten Euler-Schema integriert, welches für Probleme mit kleinen Kriechdeformationen sehr effizient ist.

Die Eulersche Formulierung bietet weiters den Vorteil, daß das Material durch ein starres Gitter fließt, und so quasistationär gerechnet werden kann.

7.5 Vergleich zwischen analytischer und numerischer Lösung

7.5.1 Die unendlich ausgedehnte planparallele Platte

Für die Formulierung dieses Problems verwenden wir ein lokales kartesisches Koordinatensystem (siehe Kapitel 4). Bei diesem Problem reduziert sich die Bewegungsgleichung (6.2.13) auf zwei Dimensionen. Die einzig verbleibende Spannung ist die Scherspannung τ_{xy} und somit verlaufen die Fließlinien parallel zum Untergrund.

Daraus und mit (6.1.12) folgt aber auch, daß

$$\dot{\epsilon}_x = \frac{1}{2} \frac{du}{dz} \quad 7.5.1.1$$

Mit dem Fließgesetz wird aus dieser Beziehung

$$\frac{1}{2} \frac{du}{dz} = A \tau_{xz}^n \quad 7.5.1.2$$

wobei

$$\tau_{xz} = \rho g (h - z) \sin \alpha \quad 7.5.1.3$$

mit h als Eisdicke und α als Oberflächenneigung.

Integriert man nun (7.5.1.2) über die Koordinate z , so erhält man für die Geschwindigkeitsverteilung

$$u(z) = \frac{2A}{n+1}(\rho g \sin \alpha)^n (h-z)^{n+1}$$

$$u_s - u_b = \frac{2A}{n+1}(\rho g \sin \alpha)^n h^{n+1}. \quad 7.5.1.4$$

In obiger Gleichung sind u_s die Oberflächengeschwindigkeit, u_b die basale Geschwindigkeit (Gleitgeschwindigkeit) und u ist die Geschwindigkeit im Abstand z vom Untergrund.

Um nun die analytische Lösung mit der numerischen vergleichen zu können wurde ein geometrisches Modell einer unendlich ausgedehnten planparallelen Platte im Programmpaket ANSYS erstellt (Abb. 7.5.1.1). In der Vertikalen wurde die Platte in 10 Elemente unterteilt (Abb. 7.5.1.1), wobei die Elementdicke zur Oberfläche und zum Untergrund hin immer dünner wird, um die Spannungsgradienten genauer erfassen zu können. Generell sollte bei der FEM darauf geachtet werden, daß das Verhältnis von Breite zu Höhe eines Elementes nicht zu groß wird. Daraus ergibt sich oft zwangsläufig die Unterteilung in verschiedene Richtungen. In diesem Fall sind es 40 Elemente in Längsrichtung.

Das 2-D Element besteht aus 8 Knoten mit quadratischen oder höhergeordneten Ansatzfunktionen. Für diese Berechnung wurde die "plane strain" Option gewählt, das bedeutet, daß nichts aus der Ebene herausfließen kann. Damit ist automatisch die unendliche Ausdehnung in beiden Richtungen normal zur Ebene erfüllt. Um auch nach vorne und hinten eine unendliche Ausdehnung zu gewährleisten, müssen die entsprechenden Randbedingungen aufgebracht werden. Mit ANSYS gibt es die Möglichkeit, an den beiden Rändern die Geschwindigkeits- oder die Spannungsverteilung mit der Tiefe aus der analytischen Lösung aufzubringen. Hierbei werden aber die Abschätzungen der numerischen Fehler zu gering (Gudmundsson, 1994). Um die numerischen Fehler besser abschätzen zu können, ist es besser, periodische Randbedingungen anzubringen. Das heißt die Knoten der beiden Schnittflächen der Platte müssen dieselbe Lösung annehmen. Mit dieser Methode schließt man alle Längsspannungsgradienten aus und simuliert somit eine unendliche Ausdehnung nach vorne und hinten.

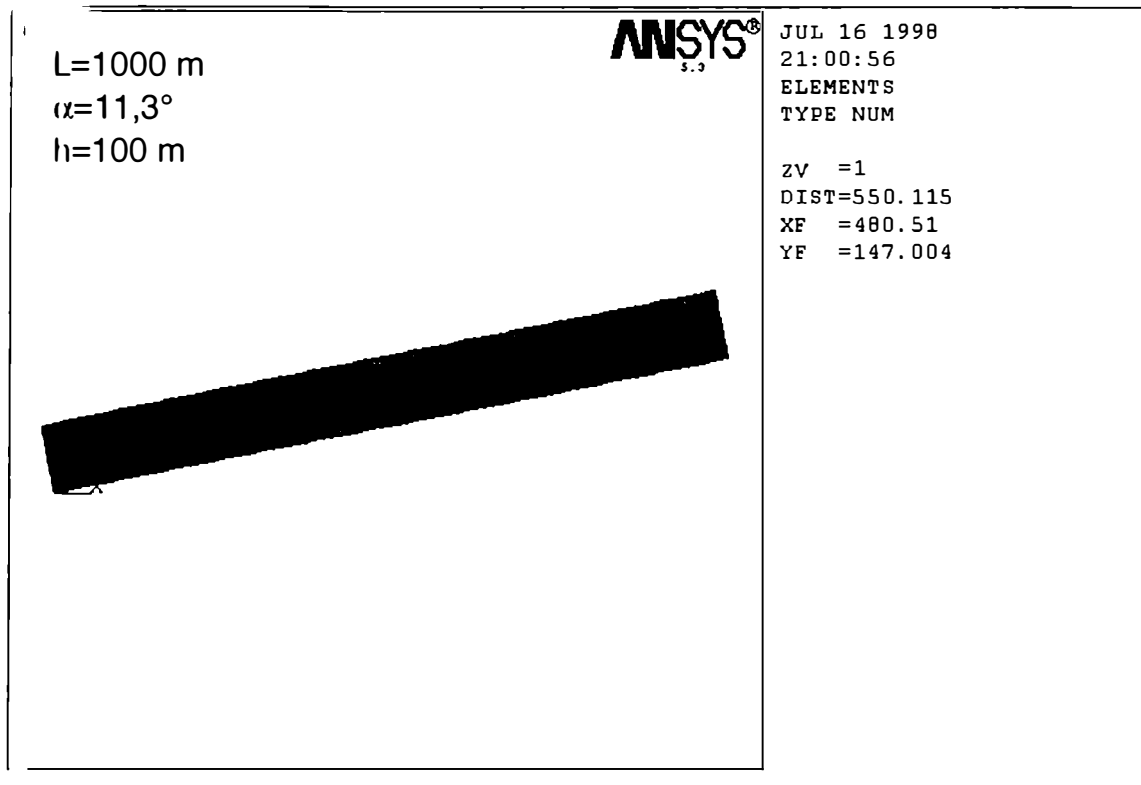


Abb. 7.5.1.1: Geometrie der planparallelen Platte.

Am Boden wurden alle Knoten in x- und z-Richtung festgehalten, um das Gleiten auszuschließen. Die Platte ist somit am Untergrund angefroren.

Alle erforderlichen Parameter für die Berechnung dieses Problems sind in der untenstehenden Tabelle aufgelistet.

$E=25233000 \text{ Nm}^{-2}$	Elastizitätsmodul für Eis
$\nu=0.499$	Poisson Zahl für inkompressibles Material
$\rho=9.81 \text{ ms}^{-2}$	Schwerebeschleunigung
$A=6.88 \cdot 10^{-17} \text{ Pa}^{-3} \text{ a}^{-1}$	Fließparameter
$n=3$	Exponent im Glen'schen Fließgesetz
Element=PLANE 82, 8-node, isotrop, plane strain	ANSYS Elementtyp

Tab. 7.5.1: Eingabeparameter für das FE-Modell der unendlich ausgedehnten Platte

Abbildung 7.5.1.1 ist als ein Ergebnis der FEM Berechnung die Verteilung die Geschwindigkeit u (x-Richtung, parallel zum Untergrund) wiedergegeben. Die Ergebnisse sind auf das lokale Koordinatensystem bezogen, das um $11,3^\circ$ (Neigung des Untergrundes) gegenüber dem globalen Kartesischen verdreht. Alle Einheiten für die Geschwindigkeit sind immer in m s^{-1} . Wie im analytischen Fall verschwinden auch hier alle Gradienten in senkrechter Richtung. Die kontinuierliche Verteilung mit der Tiefe (Abb. 7.5.1.2) ist gekennzeichnet durch das nichtlineare Fließgesetz mit den größten Gradienten in Bodennähe. Der Vergleich bei der horizontalen Geschwindigkeit zwischen der analytischen und numerischen Lösung (Abb. 7.5.1.3) zeigt die deutlich größeren Abweichungen dort, wo die Knotendichte geringer ist. Insgesamt aber sind die absoluten Differenzen nicht größer als 0,05 m, das bedeutet einen maximalen Fehler von weniger als einem Prozent. Bei der Schubspannung τ_{xy} sieht das Bild bei den Abweichungen zwischen analytisch und numerisch doch etwas anders aus (Abb. 7.5.1.3). Hier werden die Unterschiede umso größer, je kleiner die Schubspannungen werden.

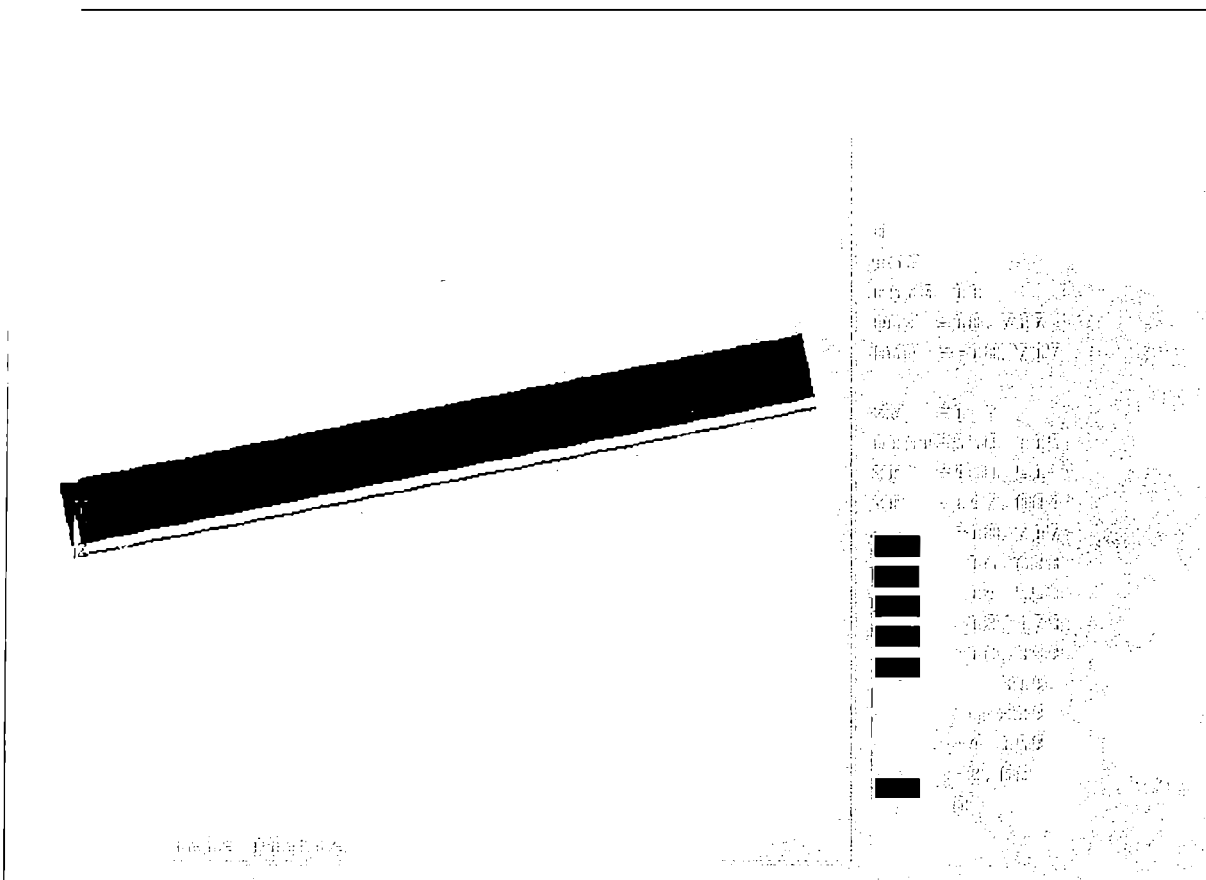


Abb. 7.5.1.1: Die Verteilung der horizontalen Geschwindigkeit u_x . Einheiten in m s^{-1} .

Dieses Verhalten im Bereich von kleinen Spannungen steht im Zusammenhang mit dem Glen'schen Fließgesetz, wo die Viskosität (6.2.7)

$$\mu = \frac{\tau_{ij}}{2\dot{\epsilon}_{ij}} = \frac{1}{2A} \tau^{-(n-1)}$$

7.5.1.1

für $\dot{\epsilon}_{ij} \Rightarrow 0$ gegen unendlich geht ($\mu \Rightarrow \infty$). Das heißt die Tangente steht im Ursprung senkrecht. Aus diesem Grunde sind die Differenzen bei kleinen Spannungen größer.

Mit dieser Netzaufteilung kann also der analytische lösbare Fall der unendlichen Platte mit hinreichender Genauigkeit simuliert werden.

Als nächstes wollen wir den unendlichen langen Halbzylinder betrachten.

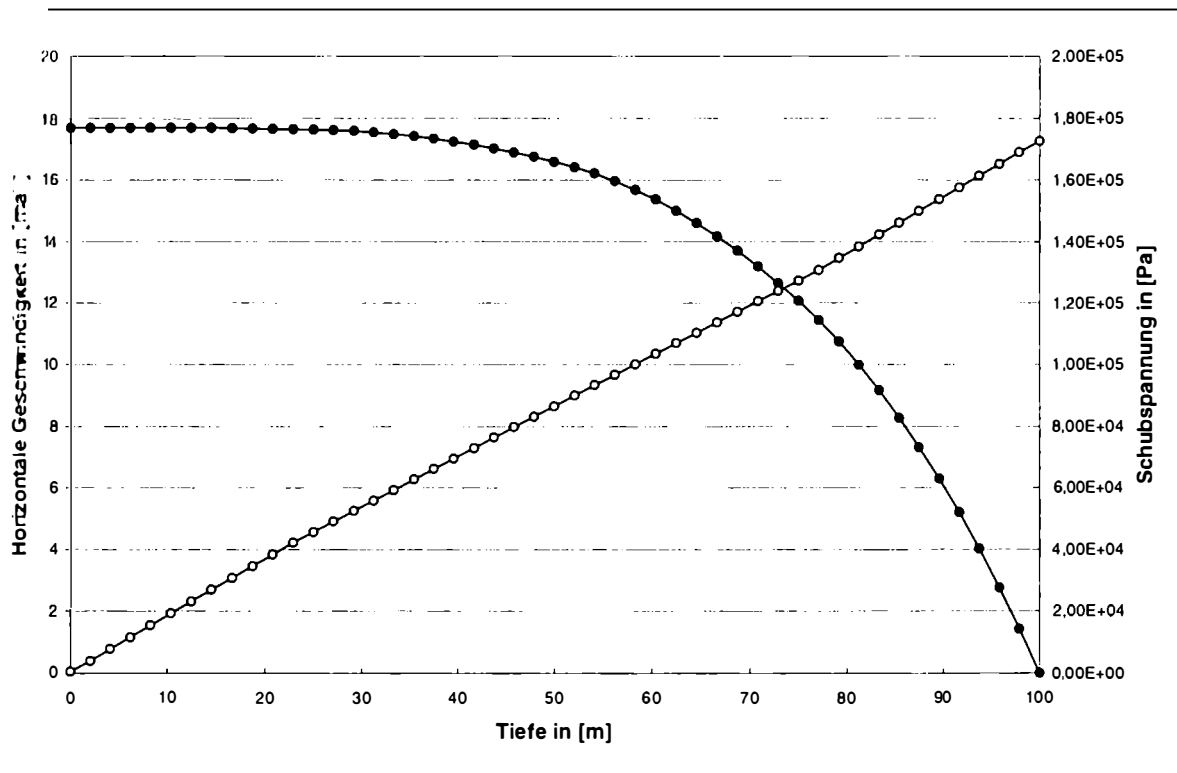


Abb. 7.5.1.2: Der Verlauf der horizontalen Deformationsgeschwindigkeit und der Schubspannung mit der Tiefe aus der FE-Berechnung.

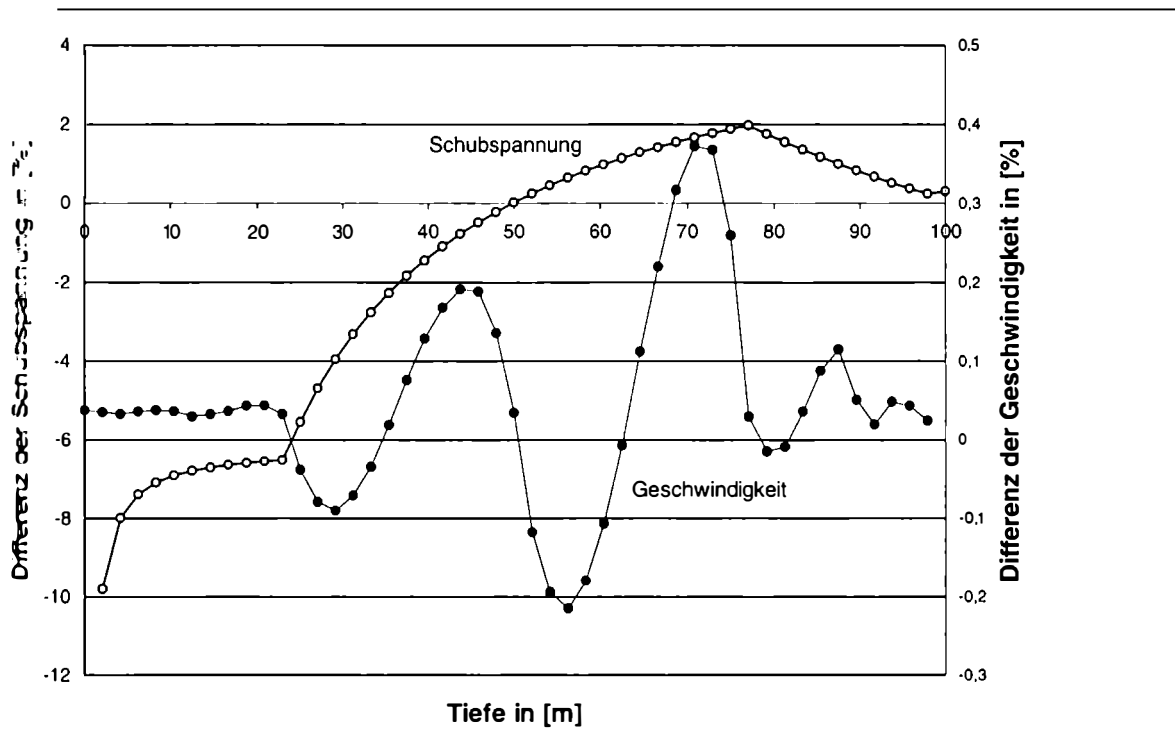


Abb. 7.5.1.3: Der Unterschied bei der horizontalen Geschwindigkeit und der Schubspannung zwischen der FE-Berechnung und der analytischen Lösung.

7.5.2 Der unendlich lange Halbzylinder

Auch für das 3-D Problem des unendlich langen Halbzylinders existiert eine analytische Lösung. Damit wird das Problem um eine Dimension erweitert, wozu nun auch ein 3-D FE-Modell generiert werden muß. Es bietet sich damit die Gelegenheit, die Methode der Finiten Elemente auch an einem 3-D glaziologischem Problem zu testen.

Wie bei der unendlich ausgedehnten Platte müssen auch hier die Gradienten in x -Richtung verschwinden. Durch die Rotationssymmetrie des Problems ist es von Vorteil auf ein lokales zylindrisches Koordinatensystem überzugehen. In diesem Koordinatensystem fällt die x -Richtung (Drehachse) mit der zentralen Fließlinie zusammen und der Radius r steht normal zur x -Achse. Der Spannungstensor reduziert sich damit zu:

$$\tau_{xr}(r) = \frac{1}{2} \rho g r \sin \alpha$$

7.5.2.1

Unter Verwendung des Glen'schen Fließgesetzes erhält man für die Geschwindigkeitsverteilung

$$u(r) = 2A \left(\frac{1}{2} \rho g \sin \alpha \right)^n (R^{n+1} - r^{n+1}) \quad 7.5.2.2$$

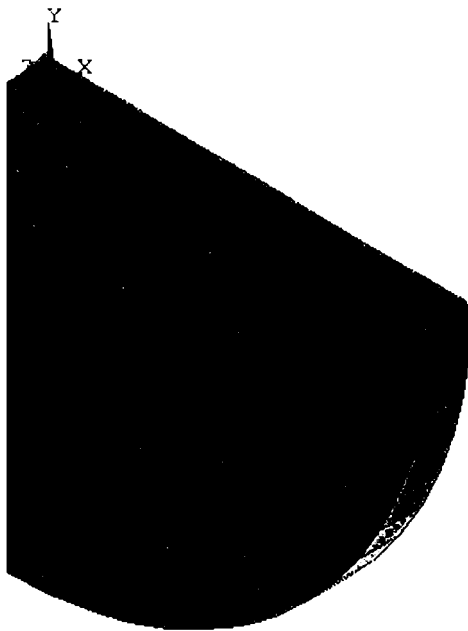
mit R als Außenradius des Zylinders oder

$$u(r=0)_{\text{Halbzylinder}} = \left(\frac{1}{2} \right)^n u(z=h)_{\text{Platte}} \quad 7.5.2.3$$

Aus dieser Gleichung läßt sich der Einfluß der Seitenwände in einem Talgletscher mit halbkreisförmigem Querschnitt direkt ableiten. Den Einfluß der Seitenwände hat schon Nye (1965) für parabolische, halbkreisförmige und rechteckige Querschnitte mit variablem Verhältnis von halber Gletscherbreite zu Tiefe analytisch bestimmt. Der von ihm eingeführte Formfaktor f beschreibt das Verhältnis der zentralen Geschwindigkeit in einem unendlich langem Kanal mit bestimmtem Querschnitt zur Geschwindigkeit ohne den bremsenden Einfluß der Seitenwände.

Für die Berechnung der Geschwindigkeits- und Schubspannungsverteilung wurde der unendlich lange Zylinder mit halbkreisförmigem Querschnitt gewählt (Abb. 7.5.2.1). Die maximale Tiefe (Radius) des FE-Modells beträgt wiederum 100 m und die Neigung wieder $11,3^\circ$, um die Ergebnisse mit denen der Platte vergleichen zu können. Zur Generierung des Netzes diente ein 3-D Element mit 20 Knoten und bilinearem Ansatz. Als Randbedingung galt auch hier, daß die an einer Schnittfläche gefundene Lösung auch an der anderen gültig sein soll, wodurch man einen unendlich langen Kanal ohne Längsgradienten bekommt. Die notwendigen Parameter für dieses FE-Modell waren ansonsten dieselben wie für die Platte.

Aus Symmetriegründen war es nur notwendig einen Viertelkreis zu vernetzen, was natürlich weitere Rechenzeit ersparte.



```

ANSYS 5.3
JUL 16 1998
20:45:29
ELEMENTS
TYPE NUM

XV  =1
YV  =1
ZV  =1
*DIST=69.606
*XF  =41.475
*YF  =-32.95
*ZF  =-3.525
Z-BUFFER

```

**Abb. 7.5.2.1: Das FE-Modell des Halbzylinders mit der entsprechenden Vernetzung.
Aus Gründen der Symmetrie war es nur notwendig einen Viertelkreis zu berechnen.**

Das Ergebnis der Berechnung der Geschwindigkeitsverteilung ist wiederum als Farbplot in Abb.7.5.2.2 dargestellt. Der Verlauf der horizontalen Geschwindigkeit und der Schubspannung von der Zentrallinie zum Untergrund und zum Gletscherrand muß bei einem halbkreisförmigen Querschnitt symmetrisch verlaufen (Abb.7.5.2.4). Weiters treten bei diesem Problem keine Geschwindigkeiten quer zur Fließrichtung auf, das heißt alle Bewegungen in radialer Richtung sollten auch bei der numerischen Simulation verschwinden. Je nach numerischem Iterationsverfahren werden aber immer Diskretisierungsfehler auftreten, die bewirken, daß Eis nicht völlig inkompressibel gerechnet wird. Um diese abzuschätzen zu können, betrachten wir die numerische Lösung der radialen Geschwindigkeiten (Abb. 7.5.2.3). Die Querbewegungen verschwinden nicht völlig; bleiben aber innerhalb tolerierbarer Grenzen.

Ein Vergleich mit der analytischen Lösung der horizontalen Geschwindigkeit und der Schubspannung (Abb. 7.5.2.5) zeigt, daß die Fehler symmetrisch verteilt sind und bei der Geschwindigkeit unter 2% und bei der Schubspannung unter 3% bleiben. In diesem Beispiel ist die Länge des halbkreisförmigen Kanals 10 m, wohingegen die Platte 1000 m lang war. Somit wirken sich die

chnittflächen viel deutlicher im Ergebnis aus, als bei der Platte. Bei einer Länge des Kanals von ca. 100 m schrumpfen die Fehler auf dieselbe Größenordnung wie bei der Platte, doch die Rechenzeit wächst aufgrund des 3-D Problems gewaltig an.

Die Testrechnungen zeigen, daß mit ANSYS ein taugliches FE-Programm für die gestellten Anforderungen der Glaziologie zur Verfügung steht. Deshalb wurde dieses Programm auch dazu verwendet die Geschwindigkeits- und Spannungsverteilung des Kesselwandferners zu bestimmen.

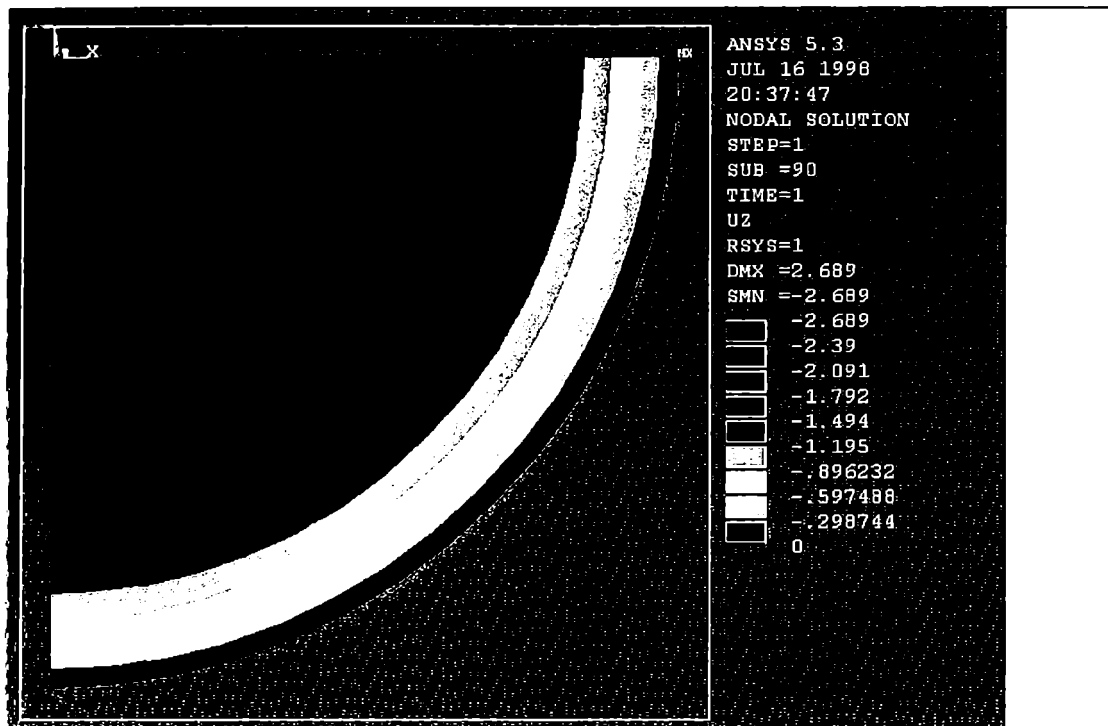


Abb. 7.5.2.2: Die Verteilung der horizontalen Geschwindigkeit in z-Richtung (aus dem Blatt heraus) in $[m \cdot s^{-1}]$. Dargestellt ist aus Symmetriegründen nur ein Viertelkreis.

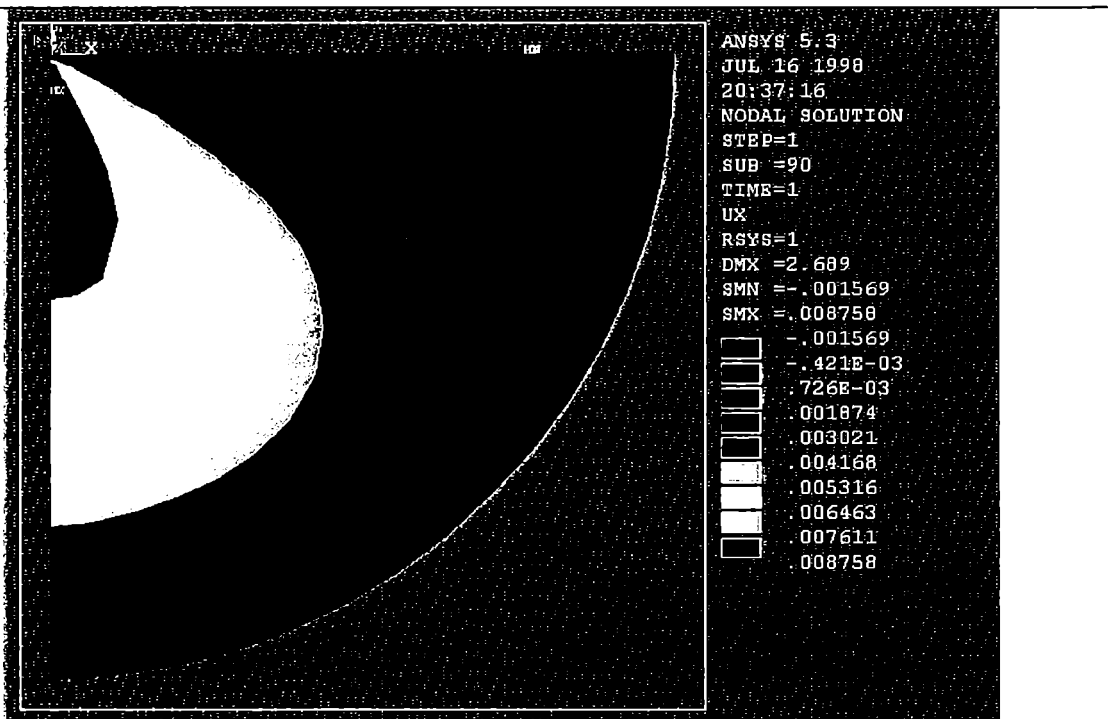


Abb. 7.5.2.3: Die Verteilung der Geschwindigkeit in radialer Richtung als Indikator für numerische Fehler, denn in der analytischen Lösung treten keine Bewegungen in radialer Richtung auf. $[m/a]$

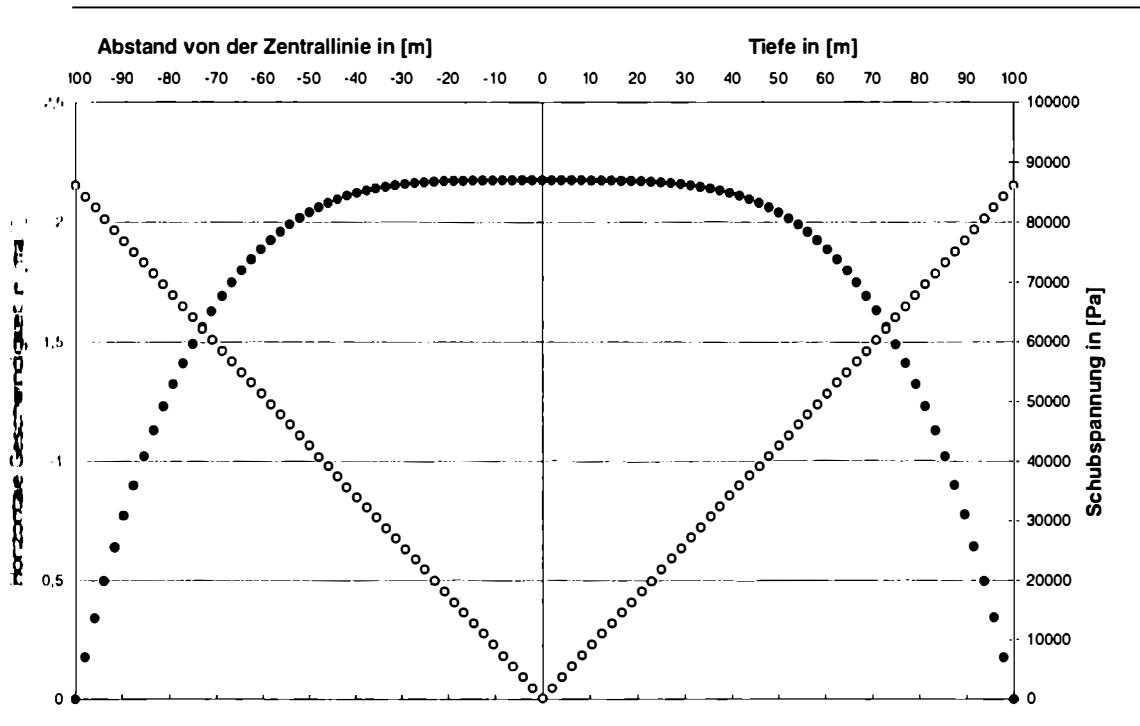


Abb. 7.5.2.4: Die Verteilung der horizontalen Geschwindigkeit mit der Gletscherbreite (linke Blatthälfte) und mit der Tiefe (rechte Blatthälfte).

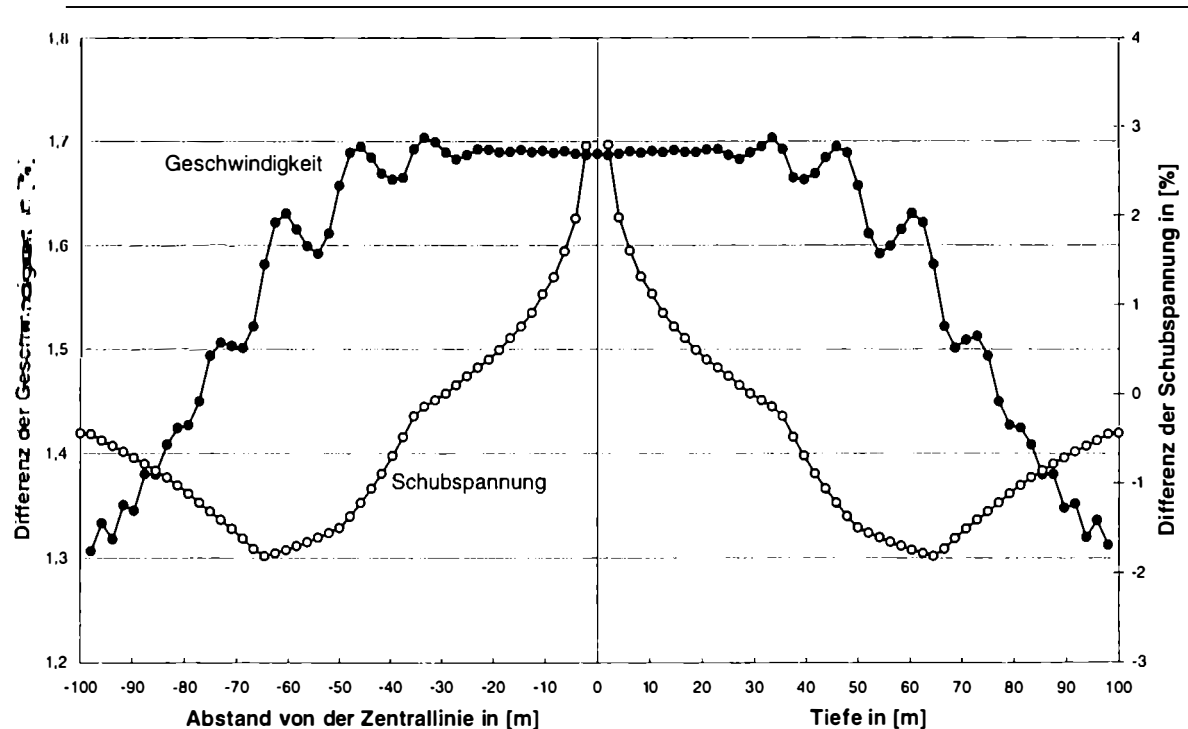
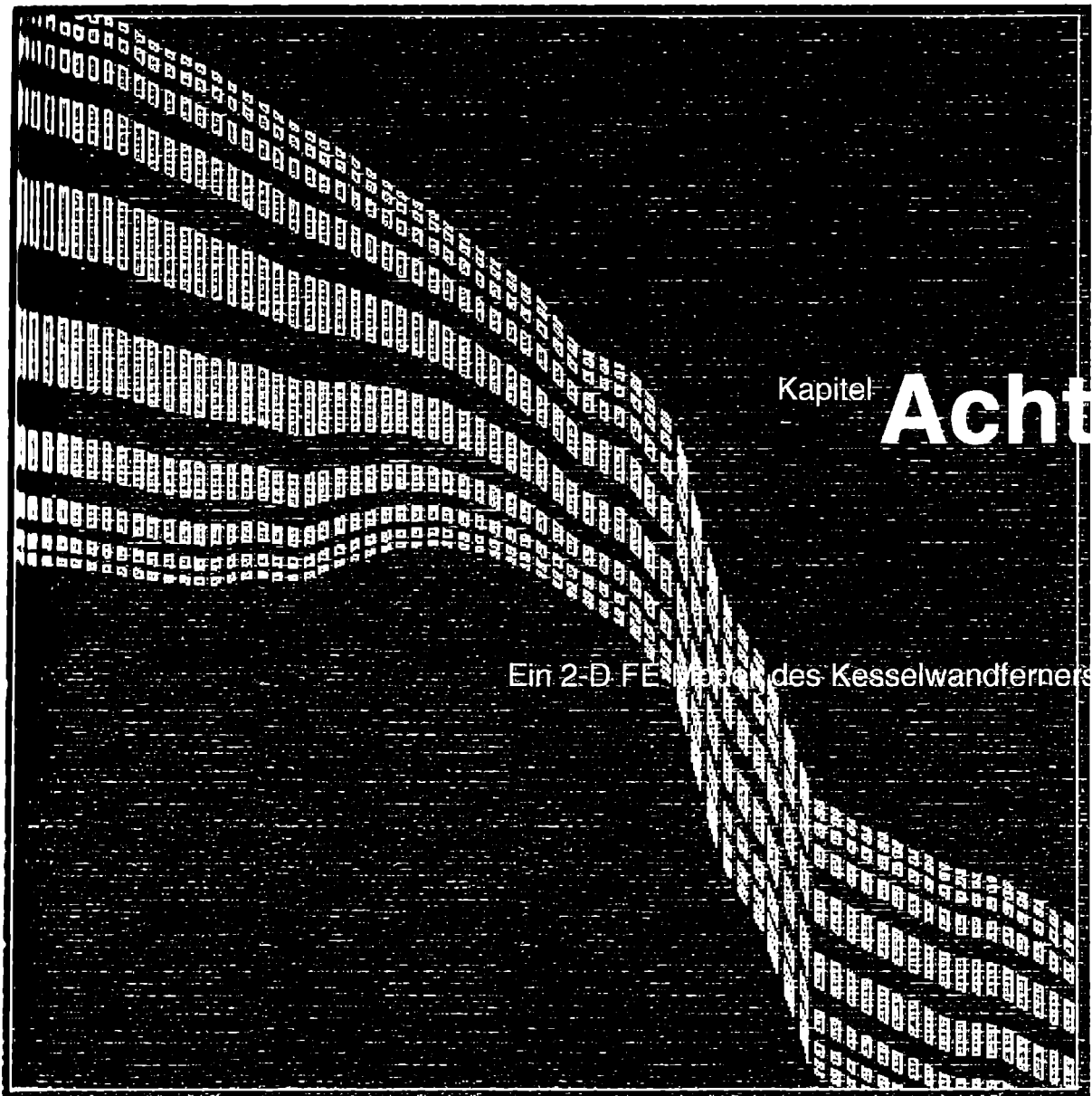


Abb. 7.5.2.5: Differenz zwischen analytischer und numerischer Lösung der horizontalen Geschwindigkeit und der Schubspannung.
Linke Blatthälfte: In der Gletscherbreite; Rechte Blatthälfte: Mit der Tiefe.



8.1 Allgemeines

Ein Hauptziel der numerischen FE-Modellierung war die Berechnung der Schubspannung am Gletscherbett, um dann den Verlauf entlang der Fließlinie in einem numerischen Fließmodell (finite Differenzen) besser annähern zu können. Ursprünglich war geplant ein 3-D Modell zu erstellen; dieses Vorhaben wurde aus mehreren Gründen wieder fallengelassen:

* Nachdem die FE-Testrechnungen beendet und die 2-D Berechnungen des KWF gerade angefangen hatten, wurde am Rechenzentrum in Innsbruck

mit der SGI PowerChallenge das Betriebssystem (UNIX) aktualisiert. Danach war das Programmpaket auf diesem Computer nicht mehr lauffähig. Die Berechnungen wurden somit auf einem PC mit einem Pentium 200MMX Prozessor und 64 MB RAM fortgeführt. Die Rechenkapazität war damit doch einiges geringer und eine entsprechend genaue 3-D Modellierung war damit aus Zeitgründen uninteressant geworden.

Der Kesselwandfener ist bezüglich der zentralen Fließlinie sehr symmetrisch und es fließt auch kein Seitengletscher hinzu. Damit ist auch bei einer 3-D Modellierung kein besonderes Muster der Spannungsverteilung zu erwarten.

Die Schubspannung am Untergrund hängt vor allem auch von den Gleitbedingungen des Gletschers ab. Da jedoch über die räumliche Verteilung der Gleitbewegung des KWF nichts bekannt ist, können nur Annahmen darüber gemacht werden, die sich aber entscheidend auf das Resultat auswirken.

Aus den oben genannten Gründen steht der Aufwand einer 3-D FE-Modellierung in keinem vernünftigen Verhältnis zum Erkenntnisgewinn.

II.2 Das 2-D FE-Modell ohne Gleiten

II.2.1 Geometrie

Dazu wurde eine Schnittfläche entlang der zentralen Fließlinie als 2-D Modell definiert. Es wurden alle 50 m Gitterpunkte definiert (**Geometrie 50**). Die Höhen der Oberfläche entstammen der Karte von 1971.

Für dieses Problem kam das 2-D Element PLANE 82 (8 Knoten und bilineare Ansatzfunktion) und mit der "plane strain" option in Verwendung, was heißt, daß es keine Normalbewegungen zur 2-D Modellebene gibt.

Der Gletscher befindet sich in einem globalen kartesischen Koordinatensystem mit der x-Richtung als Horizontale und die z-Richtung weist zum lokalen Zenit. Das FE-Netz besteht aus 2492 Elementen bzw. 8057 Knoten, mit 10 Elementunterteilungen in der Vertikalen (Abb. 8.2.1.1). Die Linien zwischen den Gitterpunkten wurden wiederum in jeweils 4 Elemente unterteilt, das bedeutet 32 Knoten pro Gitterpunktsdistanz. Der Knotenabstand wurde zum Untergrund und zur Oberfläche hin immer enger gewählt, um die Gradienten genauer erfassen zu können.

Als Test für die Empfindlichkeit der Ergebnisse wurde noch zusätzlich ein grobes FE-Modell mit einer vereinfachten Geometrie (nur alle 100 m Punkte der Oberfläche und Untergrund) definiert (**Geometrie 100**). Die Vernetzung dieser Geometrie mit demselben Elementtyp ergab 837 Elemente oder 2796 Knoten.

8.2.2 Randbedingungen

In einem ersten Schritt wurde angenommen der KWF sei überall am Bett angelagert. Um dies zu erreichen setzt man einfach für alle Knoten, die den Untergrund definieren, die Geschwindigkeit in x- und z-Richtung auf Null.

Als Belastung bleibt nur die Schwerkraft, da der umgebende Luftdruck homogen auf dem ganzen Eiskörper verteilt ist, und somit keinen Einfluß auf das Spannungs- oder Geschwindigkeitsfeld hat. Durch den Luftdruck steigt nur der Absolutwert des Druckes um ca. 700 hPa an, was aber in den Berechnungen nicht berücksichtigt wurde.

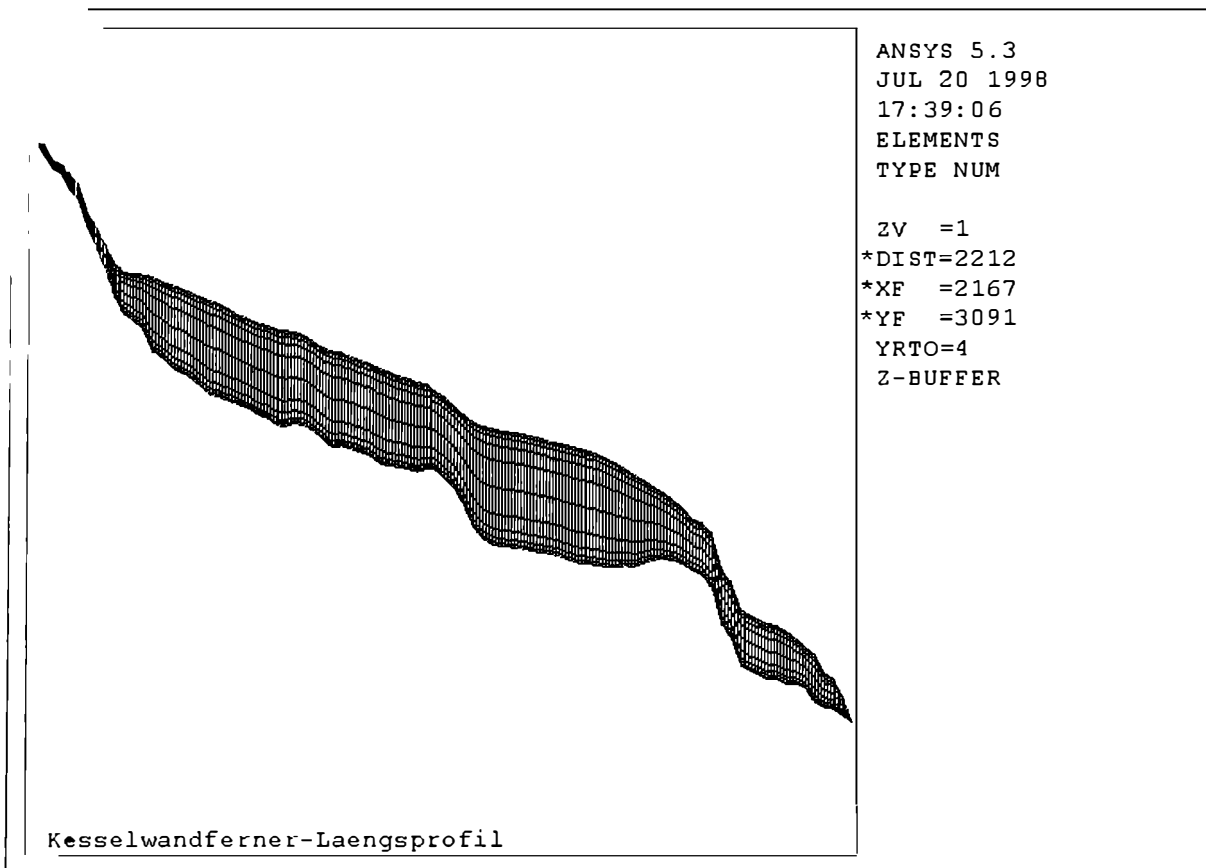


Abb. 8.2.1.1: Das 2-D FE-Netz des KWF mit 10 Elementunterteilungen in der Vertikalen, 2492 Elementen insgesamt, 8057 Knoten und zulässigen Verschiebungen nur in der Ebene. Darstellung ist 4-fach überhöht.

Der Fließparameter A

Die Parameter A im Glen'schen Fließgesetz werden in der Literatur verschiedene Angaben gemacht. In Paterson (1994) findet man für A bei $T=0^\circ$ C daher einen Mittelwert zu $2,15 \cdot 10^{-16} \text{ Pa}^{-3} \text{ a}^{-1}$.

Ein wichtiger Schritt bei den FE-Berechnungen ist die Kalibrierung des Parameters A. Am geeignetsten wäre es diesen Wert aus verschiedenen Gletscherneigungen zu bestimmen, aber am KWF wurden bisher noch keine Gletscherneigungen gemessen. Eine Alternative ist die Anpassung des Modells mit Hilfe der Wintergeschwindigkeiten, wenn man davon ausgeht, daß zu dieser Jahreszeit das Gleiten vernachlässigt werden kann. Diese Annahme gilt jedoch nicht für den Kesselwandferner.

Die Wintergeschwindigkeiten wurden einige Jahre während der Vorstoßperiode oberhalb des B-Profiles gemessen. Die Minima im Winter waren aber immerhin um den Faktor 2 bis 3 höher als die Jahresgeschwindigkeiten heute sind. Jedoch die Höhe der Eisoberfläche schwankte nicht mehr als 5 m und die Neigung weniger als 3° (Abb. 4.3.2.4 und 4.3.1.5). Seit nunmehr 10 Jahren sind die horizontalen Geschwindigkeiten im Firnbereich annähernd konstant (Abb. 4.3.1.2). Leider gibt es keine Daten über die Wintergeschwindigkeit nach der Vorstoßperiode. Deshalb wurde der Parameter A solange verändert, bis die oberflächengeschwindigkeiten des FE-Modells mit den gemessenen Minimalgeschwindigkeiten von 1995/96 bis zum C-Profil übereinstimmten (Abb. 4.3.4.1). Dabei wird davon ausgegangen, daß bis zum C-Profil die Gletscherkomponente vernachlässigbar klein ist. Auch der Formfaktor in diesem Bereich beträgt nahezu 1, sodaß dieser bei der Kalibrierung von A nicht berücksichtigt werden mußte.

Schließlich wurde für A der Wert $6,88 \cdot 10^{-17} \text{ Pa}^{-3} \text{ a}^{-1}$ bestimmt. Dieser Wert kommt dem, den Gudmundsson (1994) für den Unteraargletscher bestimmte ($7,5 \cdot 10^{-17} \text{ Pa}^{-3} \text{ a}^{-1}$), sehr nahe.

Hanson (1995) benötigt für den Parameter A Werte zwischen $1,25 \cdot 10^{-16}$ und $9,4 \cdot 10^{-17} \text{ Pa}^{-3} \text{ a}^{-1}$ in seinem 3-dimensionalen FEM-Modell des Storglaciären.

Der Wert des Autors ist somit um den Faktor 3 kleiner als der, den Paterson angibt.

In der folgenden Tabelle sind verschiedene Werte des Fließparameters A für temperierte Gletscher ($T=0^\circ\text{C}$) angegeben. Die ersten drei Werte sind der Tabelle aus "The physics of glaciers" von Paterson (1994) entnommen. Darin wird auch der Mittelwert aus den ersten drei Werten als Fließparameter für temperierte Gletscher empfohlen.

Wert	Methode	Autor
$2,03 \cdot 10^{-16}$	Laborversuche	Budd und Jacka, 1989
$1,79 \cdot 10^{-16}$	Neigung von 5 Bohrlöchern	Raymond, 1980
$1,73 \cdot 10^{-16}$	Deformation von 2 Eistunnel	Nye, 1953
$1,15 \cdot 10^{-16}$	Mittelwert der ersten 3	Paterson, 1994
$1,25 \cdot 10^{-16}$ bis $0,4 \cdot 10^{-17}$	Aus FEM-Berechnungen	Hanson, 1995
$1,5 \cdot 10^{-17}$	Aus FEM-Berechnungen	Gudmundsson, 1994
$0,88 \cdot 10^{-17}$	Aus FEM-Berechnungen	Span, 1998

Tab. 8.2.3.1: Verschiede Werte des Fließparameters A im Vergleich zum Wert des Autors dieser Arbeit. Die 2. Spalte gibt an mit welcher Methode der Parameter A bestimmt wurde.

8.2.4 Resultate der feinen Geometrie 50

Mit Hilfe des oben bestimmten Fließparameter A ist die Geschwindigkeitsverteilung des Kesselwandfurners mit ANSYS berechnet worden (Abb. 8.2.4.1). Die Deformationsgeschwindigkeit verläuft bis zum Profil C (L6=C5) entsprechend den gemessenen Werten (Abb. 8.2.4.1). Von dort an aber sind die gerechneten Werte deutlich zu niedrig, das heißt der Gleitanteil nimmt ständig zu.

Im Mittel lag die Gleichgewichtslinie zwischen 1965 und 1997 ebenfalls im Bereich des C-Profiles. Bei der jetzigen Bewegung (der niedrigsten seit Beginn der Messungen des KWF) sieht es so aus, als ob das Firngebiet sich annähernd mit der Deformationsgeschwindigkeit bewegt, wohingegen im Ablationsgebiet der Gleitanteil nicht zu vernachlässigen ist. Eine FE-Berechnung, in der das Gleiten eingeht, wird weiter unten behandelt.

Bei der 2-D Verteilung der Geschwindigkeit (Abb. 8.2.4.2 und 8.2.4.3) sticht der Bereich der Schwelle zwischen Profil D und Profil E besonders hervor. Hier treten die maximalen Bewegungen mit bis zu ca. 18 m a^{-1} auf.

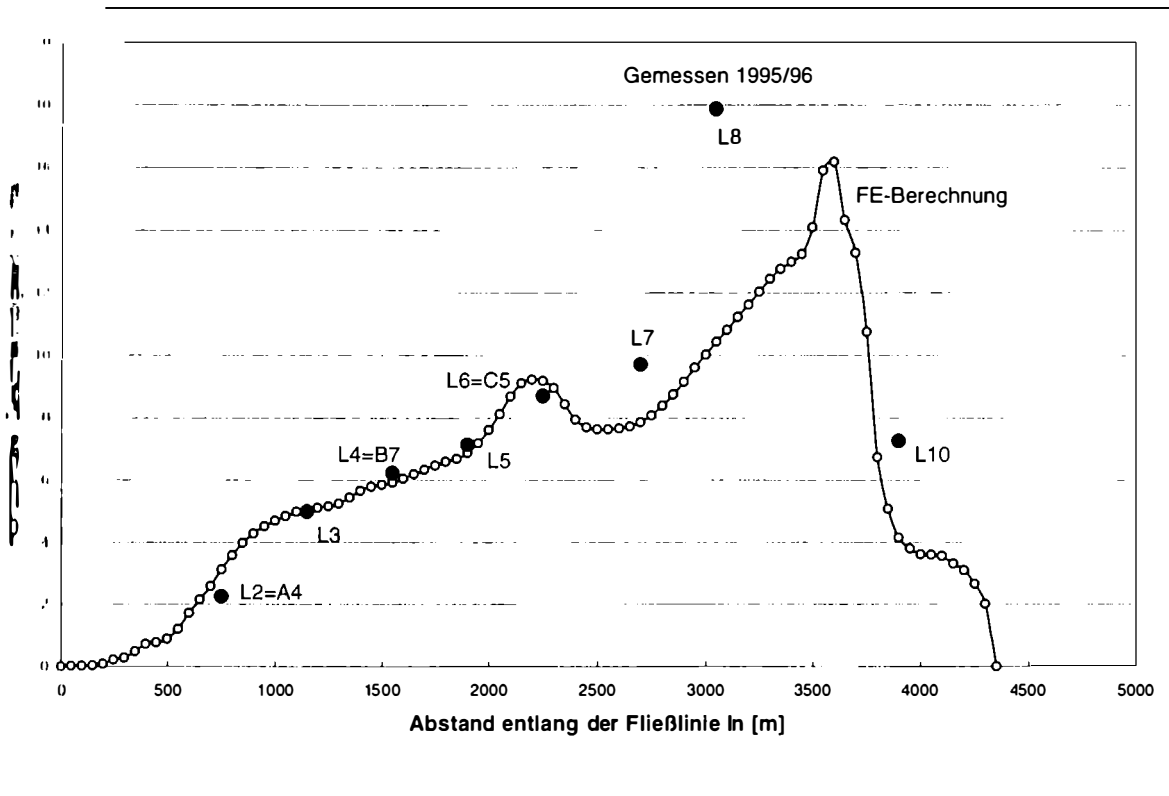


Abb.8.2.4.1 Der Verlauf der horizontalen Oberflächengeschwindigkeit aus der FE-Berechnung zum Vergleich mit der minimalsten bisher gemessenen Jahresbewegung aus dem Jahre 1995/96.

In der Stauchungszone hinter dieser Schwelle erfährt das Eis sogar eine Bewegung positiv (in z-Richtung) zur Horizontalen (Abb. 8.2.4.3 und 8.2.4.4), was auch durch Messungen belegt wird.

Die gerechneten Horizontalgeschwindigkeiten bis zum Pegel L6=C5 wurden den gemessenen mit der Justierung des Fließparameters angeglichen. Daher sollten bei unveränderter Oberflächenneigung auch die Vertikalgeschwindigkeiten bis zum Profil C gleich den gemessenen Werten sein. Wie aber in Abb. 8.2.4.4 ersichtlich ist, sind die gerechneten Werte beim Pegel L3 und L4 um ca. die Hälfte kleiner als die gemessenen Vertikalbewegungen. Dieser Unterschied ist nur durch den Umstand zu erklären, daß im FE-Programm immer alle Werte in Meter Eis gerechnet werden, die Pegel aber im oberen Firngebiet stehen. Dort ist die Dichte immer geringer als die von Eis und die Pegel sind den Setzungsprozessen ausgesetzt, welche in der FE-Berechnung mit konstanter Dichte nicht berücksichtigt werden.

Im unteren Firnbereich (L5) und in der Nähe der Gleichgewichtslinie (L6) stimmen die gerechneten Vertikalbewegungen wieder gut mit den gemessenen Werten überein, da hier der Dichteunterschied zwischen Eis und Firn immer kleiner wird.

Bei den letzten 3 Pegeln im Ablationsgebiet (L7, L8, L10) sollte diese gute Deckung der Vertikalbewegung eigentlich nicht auftreten, da die horizontalen Geschwindigkeiten um bis zu den doppelten Betrag differieren. Da hier aber immer mehr das Gleiten eine Rolle spielt, reagiert der Geschwindigkeitsvektor immer deutlicher auf die Neigung des Untergrundes, das heißt der Vektor verläuft bei entsprechend großem Gleiten annähernd parallel zum Untergrund. Und im Ablationsgebiet ist die Neigung des Untergrundes meist geringer als die der Oberfläche. Nur bei reiner Deformation würde bei einer Verdoppelung der Horizontalbewegung auch eine Verdoppelung der vertikalen Geschwindigkeit auftreten.

Bei der Emergenzbewegung, die definiert ist durch (Paterson, 1994)

$$v_{em} = w_s - u_s \frac{\partial S}{\partial x}, \quad 8.2.4.1$$

verhält es sich ähnlich wie bei der Vertikalbewegung. Im oberen Firngebiet (L3, L4) sind zwar die Oberflächenneigung $\partial S / \partial x$ und die Oberflächengeschwindigkeit u_s in x-Richtung gleich, nicht aber die Vertikalbewegung w_s . Deshalb sind hier dieselben Abweichungen bei der Emergenzbewegung festzustellen, wie aus Gleichung (8.2.4.1) leicht einsichtig ist. Die Pegel L5 und L6 stimmen wieder gut mit den gerechneten Werten überein, da hier alle Terme in (8.2.4.1) ebenfalls sich decken. Im Gegensatz zur Vertikalbewegung treten dann wieder deutliche Abweichungen im Ablationsgebiet auf, weil dort weder die Oberflächengeschwindigkeit, noch die Vertikalbewegung übereinstimmen.

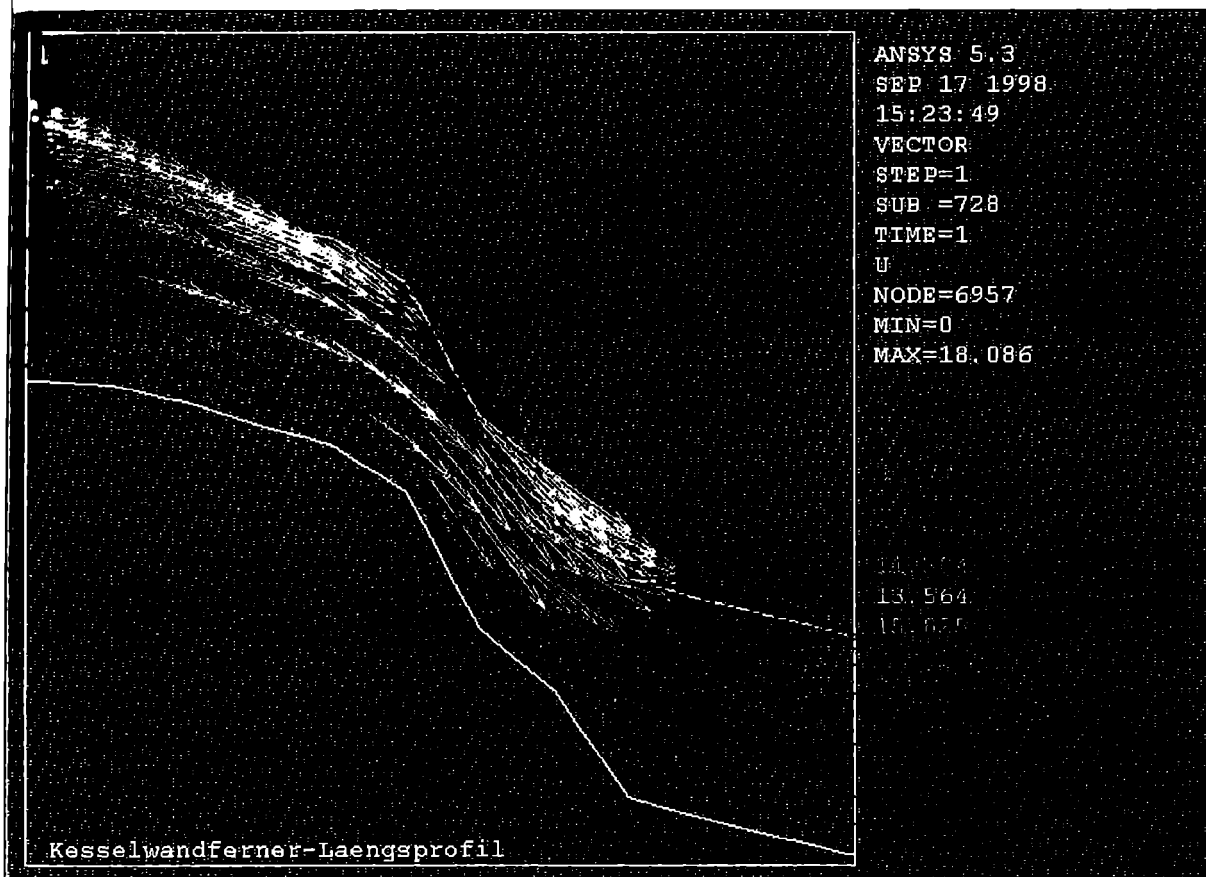
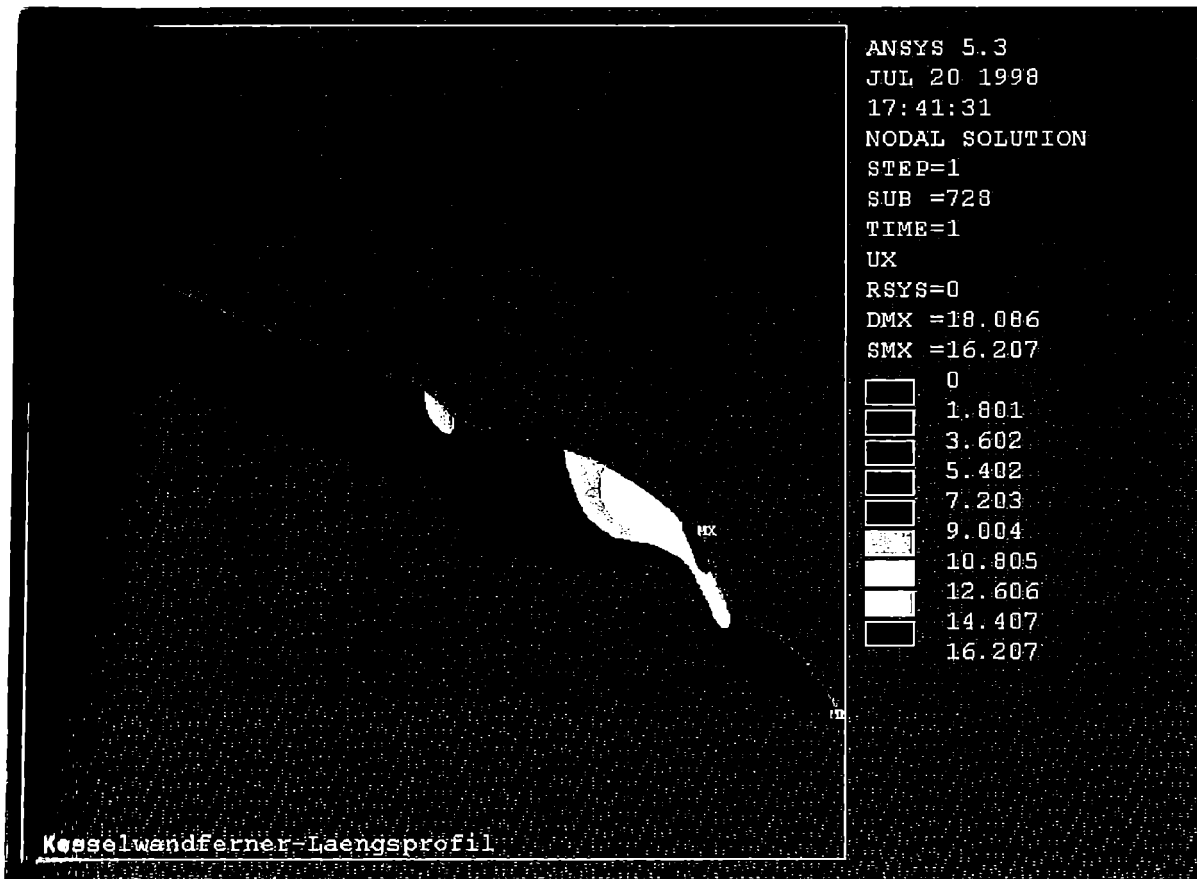


Abb. 8.2.4.2: Vorherige Seite oben: Die 2-D Verteilung der horizontalen Geschwindigkeit u_x ohne Gleiten als Contour-Plot. Die Abbildung ist 4-fach Überhöht und die Einheiten sind ma^{-1} .

Abb. 8.2.4.3: Vorherige Seite unten: Die 2-D Verteilung der Geschwindigkeit ohne Gleiten als Vektordarstellung. Die Abbildung ist 2-fach Überhöht und die Einheiten sind ma^{-1} .

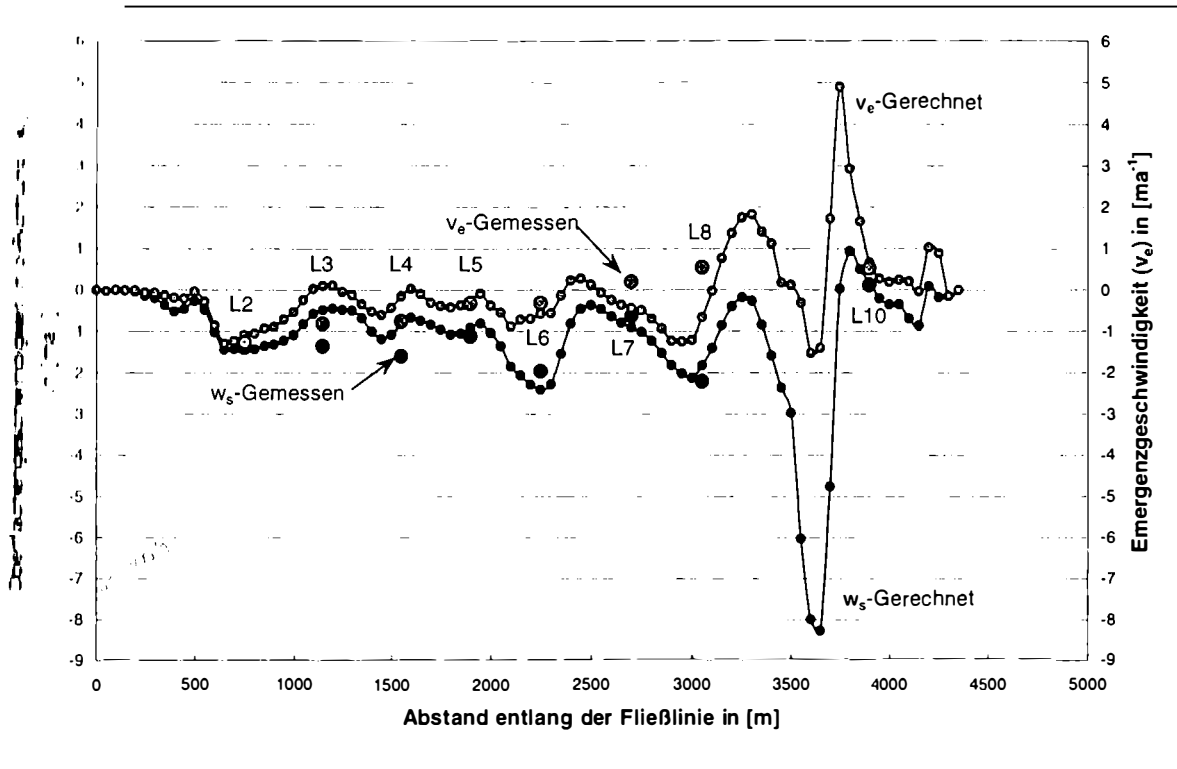


Abb. 8.2.4.4: Berechnete Vertikalbewegung und Emergenzbewegung (kleine Kreise) an der Oberfläche im Vergleich mit den gemessenen Werten (große Kreise). Negative Werte bei der Emergenzbewegung bedeuten eine Relativbewegung von der Oberfläche in den Gletscher hinein und umgekehrt.

Der Verlauf der Dehnungsraten und der Spannungen (Abb. 8.2.4.5) entspricht der Verteilung des Gradienten der Oberflächengeschwindigkeit. Dort wo die Bewegung zunimmt, treten Zugspannungen (positiv definit) oder positive Dehnungsraten auf und umgekehrt. Die Spalten am Kesselwandferner treten vor allem im Bereich des C- und D-Profiles auf, wo die Gradienten der Oberflächengeschwindigkeit am größten sind. Dieses Bild findet man auch in der obigen Graphik, wenn auch in Wirklichkeit die Spannungen an der Oberfläche durch die unterschiedlichen Gleitprozesse am Boden noch deutlich verstärkt werden können. Am besten kann man sich davon überzeugen, wenn man die Aufnahmen im Bereich des D-Profiles betrachtet, die während der Vorstoßperiode gewonnen wurden (Deckblatt, Kapitel 11). Jedoch bietet die FE-Berechnung ein gutes Hilfsmittel bei der Abschätzung der Bruchfestigkeit des Eises in Bereichen, wo das Gleiten vernachlässigt werden kann. Das ist z.B. der

all im Profil C, das sich genau über einer schwach ausgeprägten Schwelle (Hochpol) befindet. Hier treten Zugspannungen von ca. 100000 Pa (1 bar) auf, die sich noch heute zur Zeit der Minimalbewegung zu einigen wenigen Spalten durch.

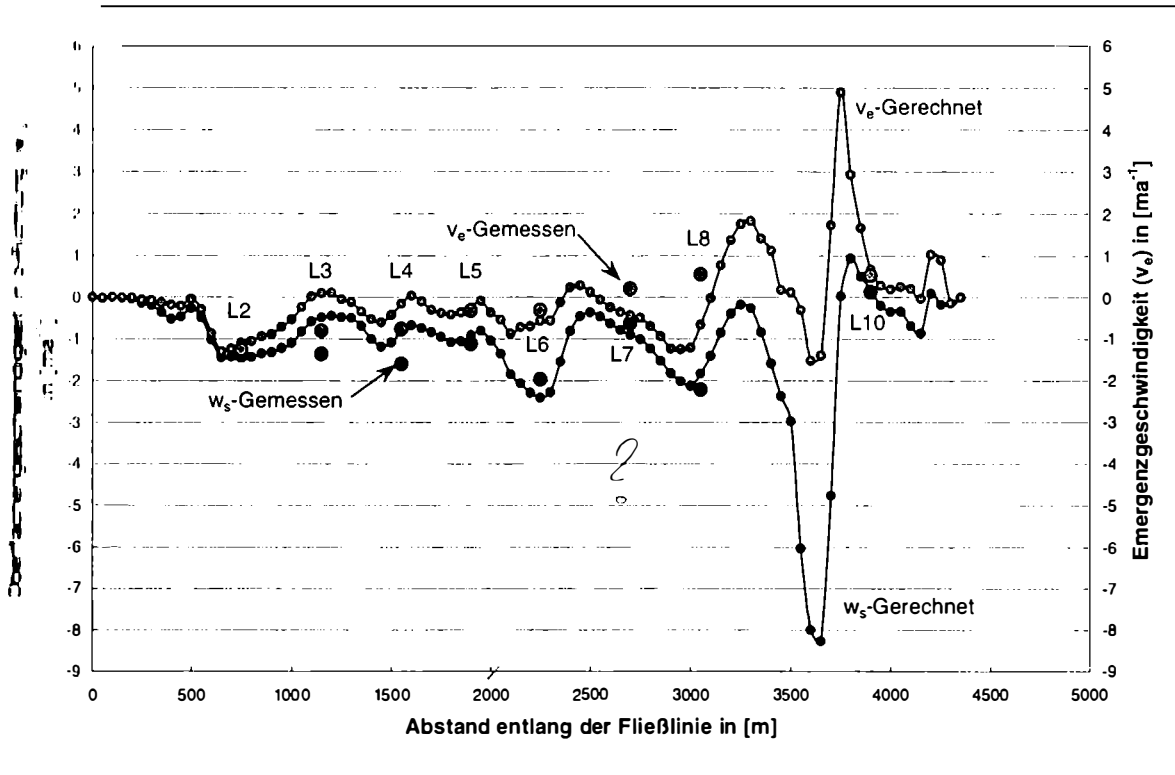


Abb. 8.2.4.5: Spannungen und Dehnungsraten an der Oberfläche des KWF bei reiner Deformation (ohne Gleiten).

Als Bruchkriterium für Eis eignet sich vor allem das Coulomb-Kriterium (Nevel und Haynes, 1976) oder das verwandte von-Mises-Kriterium, das vor allem bei Metallen mit ähnlichem rheologischen Verhalten wie Gletschereis sehr oft erfolgreich angewandt wird (Jaeger, 1969). Dieses Kriterium besagt, daß das Material (Eis) nur eine oktaedrische Spannung σ_t ertragen kann, die einen bestimmten Grenzwert nicht überschreiten darf.

$$I_2 = \tau^2 = \frac{1}{6}[(\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 + (\sigma'_1 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_2 - \sigma'_3)^2] \quad 8.2.4.2$$

$$\sigma_t = \sqrt{3I_2} = \sqrt{3}\tau$$

Betrachtet man vorerst nur die Spannungen in x-Richtung σ_x , so wird das Kriterium zu

$$\sigma_t = \sqrt{3}\sigma_x \quad 8.2.4.3$$

bedann

1 σ_x^2

8.2.4.4

Das von-Mises-Kriterium (zusammen mit dem Coulomb-Kriterium) ist am besten an Meßdaten anpaßbar (Vaughan, 1993). Für σ_t werden für Eis bei 0°C Maximalwerte von 2 bar angegeben, wobei je nach Anteil Wasser im Eis die Kristallstruktur des Eises geschwächt und die Bruchfestigkeit herabgesetzt wird. Für das Profil C bedeutet das laut FE-Berechnung, daß die oktraedische Spannung σ_t bei ca. 1,7 bar liegt, also knapp am Grenzwert von 2 bar. Je nach Wasseranteil werden hier auch ohne Gleiten immer wieder Spalten aufreißen.

Auch bei der Schubspannung am Boden sind die 2 Riegel im Untergrund wieder deutlich zu erkennen (Abb. 8.2.4.6). Dabei steigt die Schubspannung im Luv einer Schwelle an, um dieses Hindernis zu überwinden, und im Lee stützt sich der Gletscher auf das darunterliegende Eis auf, was die Schubspannung deutlich erniedrigt. Aber auch hier muß wieder darauf hingewiesen werden, daß der Gletscher überall an Boden angefroren gerechnet wurde. Bei räumlich unterschiedlichen Gleitbedingungen kann sich dieser Verlauf drastisch ändern (siehe weiter unten).

Der Verlauf in Abb. 8.2.4.6 diente als Grundlage zur richtigen Berechnung der Schubspannung und somit der Geschwindigkeit im Fließmodell in Kapitel 10.

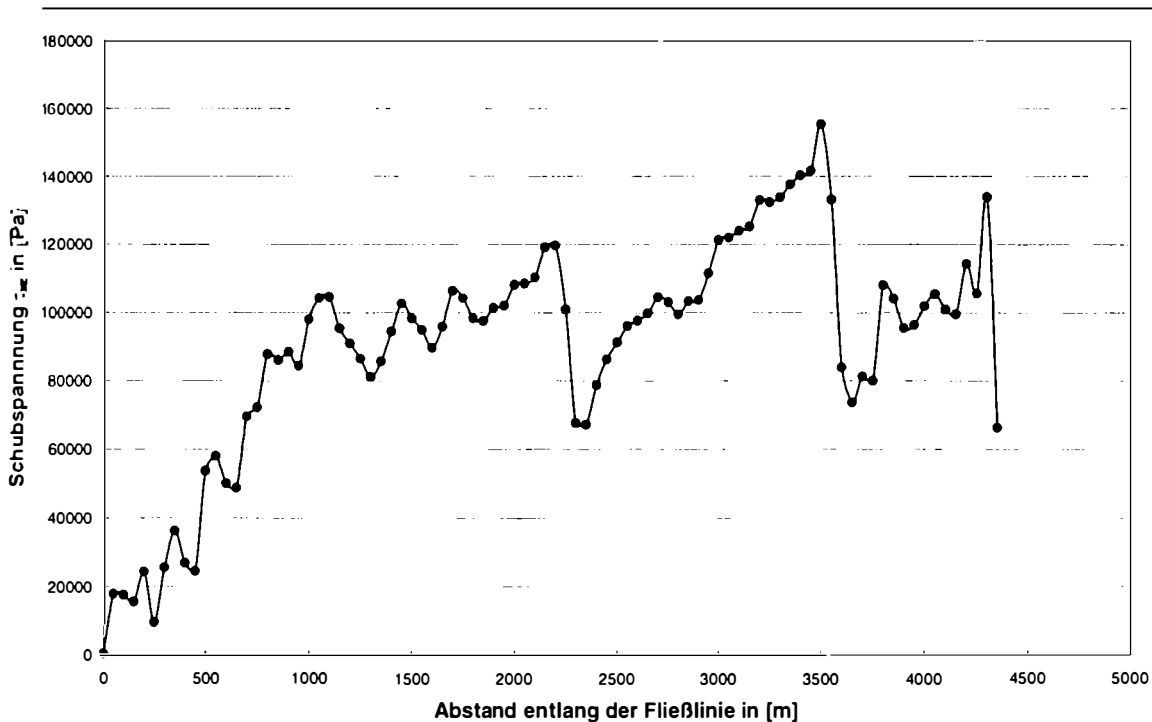


Abb. 8.2.4.6: Der Verlauf der Schubspannung am Gletscherbett. Der Gletscher ist überall am Bett angefroren (Rechnung ohne basales Gleiten).

8.2.5 Resultate der groben Geometrie 100

Für diesen Fall wurde für das gröbere FE-Modell (Geometrie 100) verwendet. Der Unterschied bei der Berechnung der Deformationsgeschwindigkeit zwischen dem feinen (50 m Gitterpunktsdistanz) und dem groben (100 m Gitterpunktsdistanz) ist vernachlässigbar, wie aus der Abb. 8.2.5.1 ersichtlich ist. Die Berechnungen verbessern sich bei einer Erhöhung der Knotenanzahl nicht mehr.

Durch den unruhigeren Untergrund im feinen Modell treten etwas größere Schwankungen der Schubspannung entlang der Fließlinie auf. Lediglich in einem schmalen Bereich der Steilstufe und am Zungenende weichen die Schubspannungen aufgrund der besseren Auflösung im feinen Modell deutlich voneinander ab.

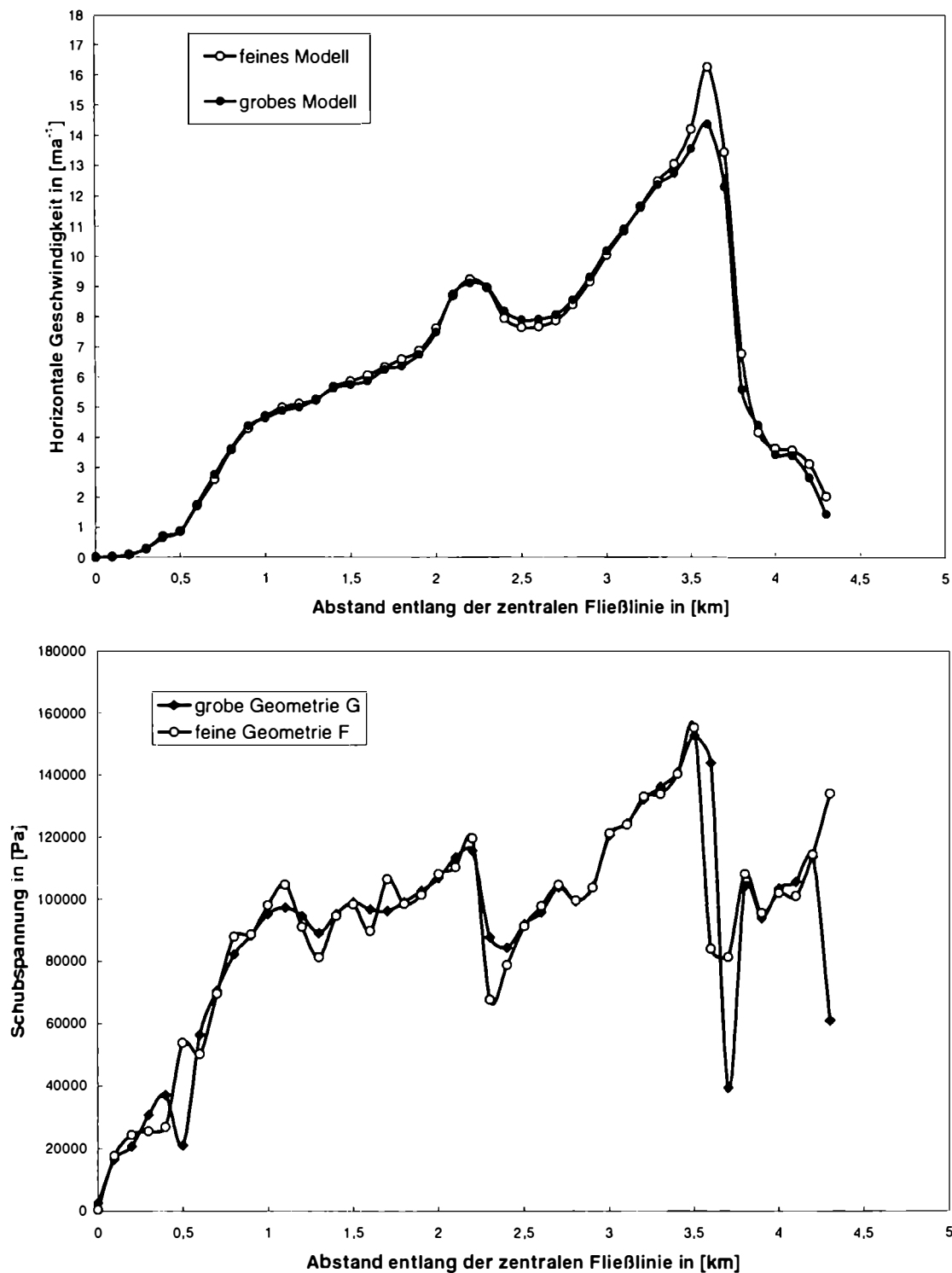


Abb. 8.2.5.1: Der Vergleich bei der Berechnung der Geschwindigkeit und Schubspannung zwischen grobem und feinem Modell.

8.3 Das 2-D FE-Modell mit Gleiten

8.3.1 Geometrie

Für den ersten Fall wurde die grobe Geometrie 100 verwendet. Die Arbeit wird dadurch um ein vielfaches erleichtert, da die vorgegebene Gleitgeschwindigkeit händisch auf alle Knoten am Untergrund aufgebracht werden muß. Ansonsten kam überall das feine Modell zum Einsatz.

8.3.2 Randbedingungen

Um die Gleitkomponente bei der Gletscherbewegung mitberücksichtigen zu können stehen im Programmpaket ANSYS mehrer Möglichkeiten zur Verfügung.

1) Zum einen kann man die Differenz zwischen gemessener oberflächengeschwindigkeit und der gerechneten Deformationsgeschwindigkeit als Gleitbewegung direkt an den Knotenpunkten des Untergrundes aufbringen. Damit erzwingt man mittels einer Randbedingung einen Geschwindigkeitsverlauf am Untergrund, der natürlich noch keine Physik in sich birgt.

Dazu wurde die Differenz zwischen der gemessenen Geschwindigkeitsverteilung des Kesselwandfeners von 1970/71 und der gerechneten Deformationsgeschwindigkeit verwendet, da auch das FE-Modell aus der Karte dieser Zeit entnommen wurde. Diese Differenz, die ja nur an den Längsprofilpegeln ermittelt werden kann, ist durch ein Polynom 6.Grades interpoliert worden, um einen kontinuierlichen Verlauf zu erhalten. Nun war es möglich, diese Werte als Gleitkomponente den Knoten des Untergrundes vorzuschreiben.

Aufgrund des stetigen Verlaufs der Gleitgeschwindigkeit ist es deshalb auch nicht verwunderlich, daß sich in diesem Fall auch der Verlauf der Schubspannung beinahe mit dem im angefrorenen Fall deckt (Abb 8.3.2.1).

Der Erkenntnisgewinn ist in diesem Fall sehr gering.

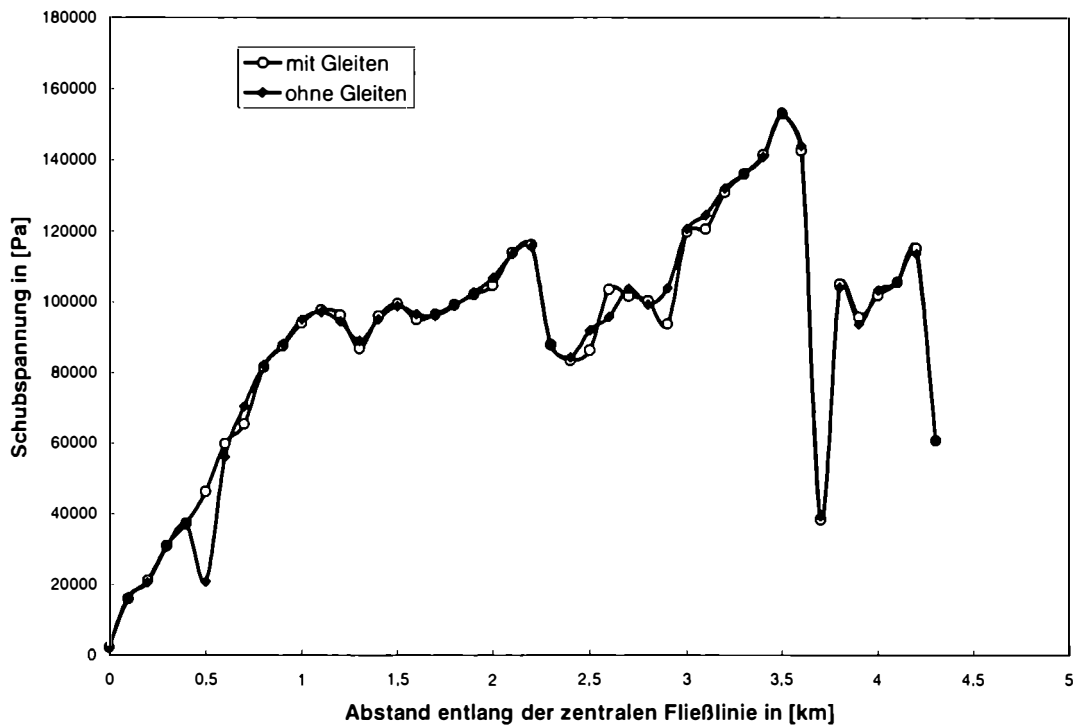


Abb. 8.3.2.1: Der Vergleich zwischen der Schubspannung mit und ohne Gleiten. Es wurde die grobe Geometrie 100 verwendet.

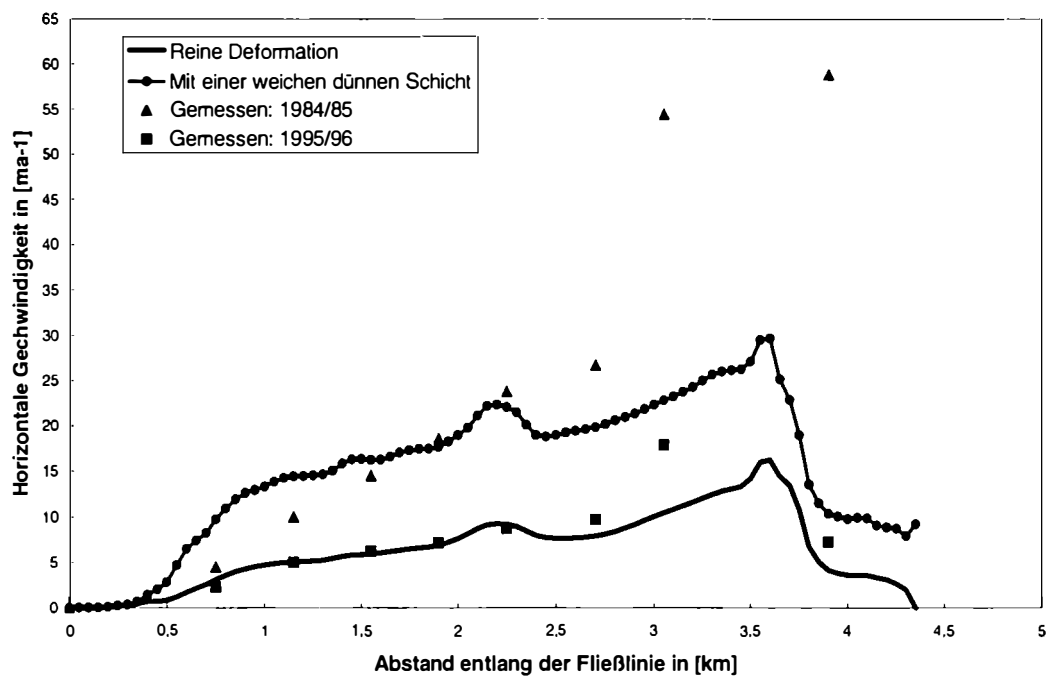


Abb. 8.3.2.2: Verteilung der horizontalen Geschwindigkeit bei reiner Deformation und mit einer weichen ca. 2 m dünnen Schicht zwischen Eis und Gletscherbett.

2) Eine weitere Variante ist die Definition einer sehr dünnen weichen Schicht zwischen Gletscher und Untergrund, die auf die Schubspannungen des darüber fließenden Eiskörpers reagieren kann (Lüthi, 1994).

Dazu wurde der Fließparameter A in einer ca. 2 m dicken Schicht direkt über dem Gletscherbett um das 20 fache "weicher" eingestellt. Diese dünne weichere Schicht sollte somit eine Gleitschicht simulieren.

Das Ergebnis dieses Versuches ist in Abb. 8.3.2.2 veranschaulicht. Die Bewegung erhöht sich beinahe entlang des ganzen Gletschers um den selben Betrag. Es sieht so aus, als ob der Verlauf der Geschwindigkeit einfach parallel in Richtung höherer Beträge verschoben wird. Diese dünne weiche Schicht reagiert nicht sehr empfindlich auf eine Änderung der Schubspannung und ist für die Simulation des Gleitens daher nicht gut geeignet.

Die gerechnete Bewegung im oberen Bereich des Kesselwandfenners wird schnell zu groß und ab dem Profil C (km 2) wird die Geschwindigkeit nach wie vor drastisch unterschätzt.

3) Als dritte Möglichkeit bietet sich das freie Gleiten in einem kleinen Teilbereich des Gletschers an. Dazu läßt man alle Knoten in einem Teilbereich parallel zum Untergrund frei gleiten. Nur die Bewegung normal zum Gletscherbett wird an den Knoten nach wie vor Null gesetzt.

Der Ort und die Ausdehnung des Teilbereichs mit freiem Gleiten wurde so lange verändert, bis das Ergebnis mit dem Geschwindigkeitsverlauf von 1995/96 übereinstimmte (Abb. 8.3.2.3).

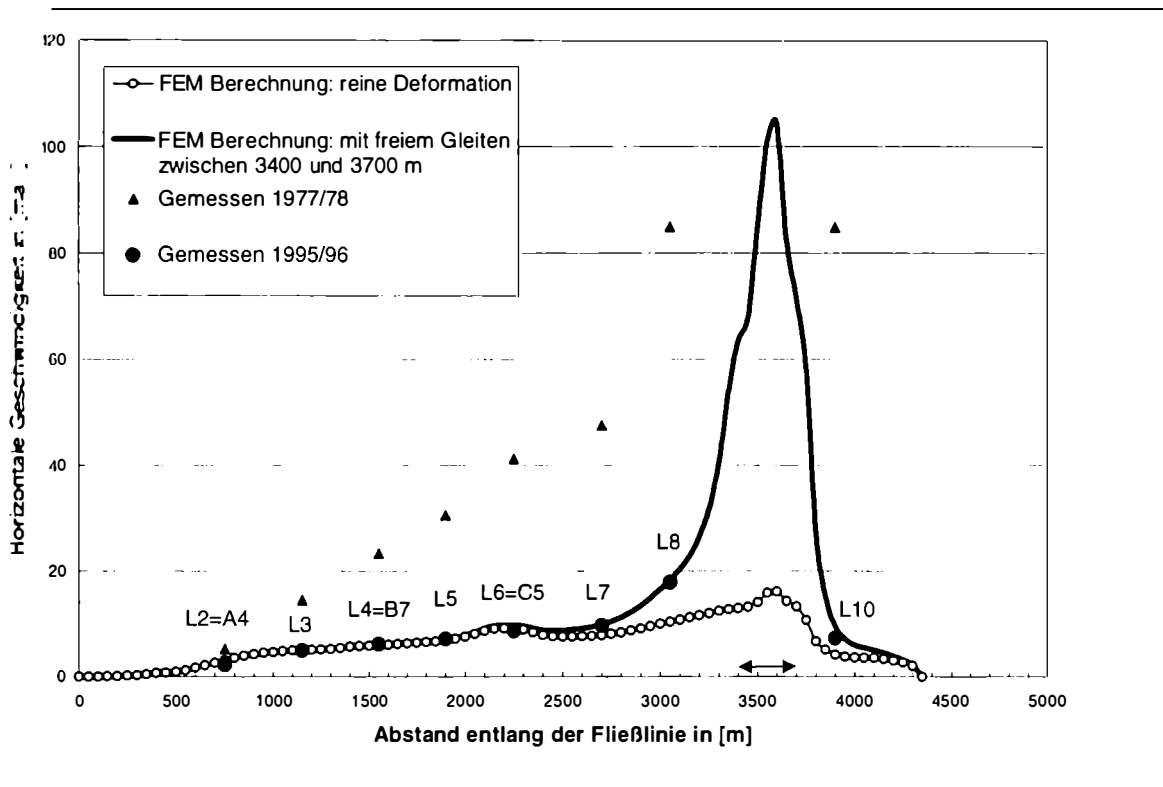


Abb.: 8.3.2.3 Die Verteilung der horizontalen Geschwindigkeit bei reiner Deformation und im Falle von freiem Gleiten am Untergrund im Bereich von 3400 m bis 3700 m (Markierung). Im Vergleich dazu eingetragen sind die gemessenen Geschwindigkeiten von 1977/78 (bisheriges Maximum) und von 1995/96 (bisheriges Minimum).

Die beste Übereinstimmung mit den gemessenen Daten von 1995/96 (bisheriges Minimum) ergab sich mit freiem Gleiten zwischen 3400 m und 3700 m entlang der Fließlinie. Inwieweit der Verlauf der berechneten Geschwindigkeit im Bereich des Eisbruchs (zw. L8 und L10) mit der Realität übereinstimmt, kann nicht gesagt werden, denn hier sind aufgrund der zerrissenen Oberfläche mögliche Messungen der Bewegung mittels Pegel unmöglich.

Die einzige Möglichkeit, hier Geschwindigkeitsdaten zu erhalten, wäre aus mathematischen Analysen von photographischen Vergleichsaufnahmen.

Der wohl interessanteste Aspekt dieser Berechnung ist aber die Tatsache, daß mit einem kleinen Teilstück das frei gleitet, der komplette Verlauf der Oberflächengeschwindigkeit erklärt werden kann.

Somit ist es nicht mehr zulässig die Deformationsgeschwindigkeit von der gemessenen Oberflächengeschwindigkeit abzuziehen, und so auf die Gleitkomponente zu schließen.

Aufgrund dieser Randbedingungen ändert sich natürlich auch der Schubspannungsverlauf (Abb. 8.3.2.4) und die Verteilung der von-Mises-Spannung (Abb. 8.3.2.5) im Vergleich zum überall fest angefrorenen Fall.

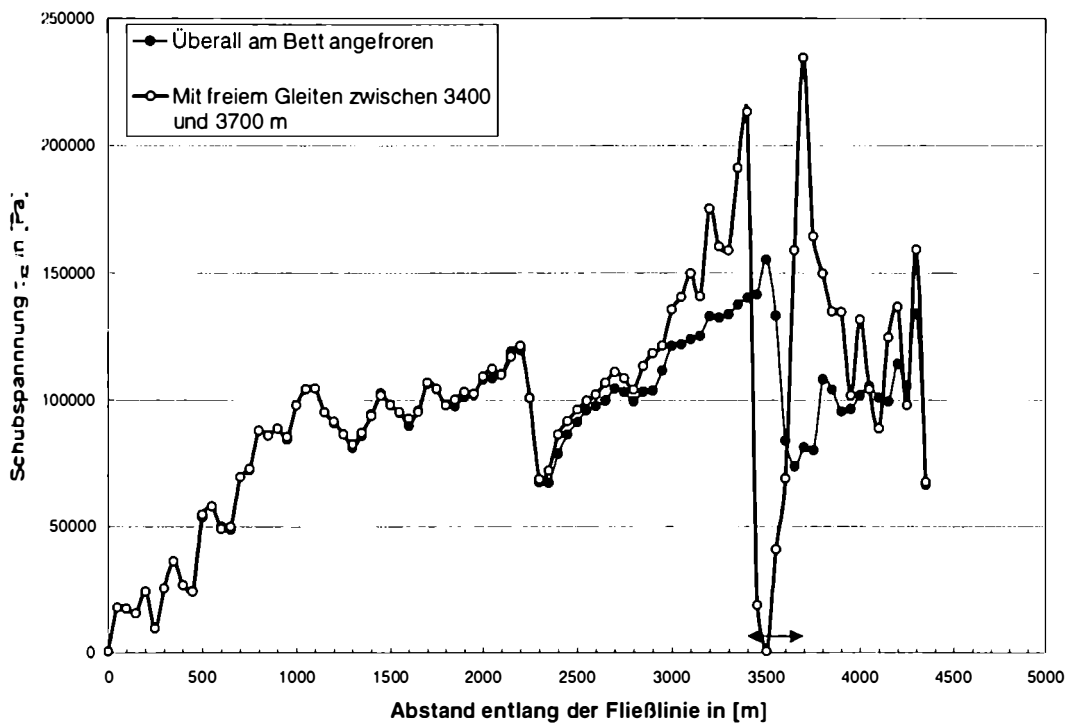


Abb.: 8.3.2.4: Der Vergleich zwischen dem Verlauf der Schubspannung im Fall der reinen Deformation und mit einem 300 m langen Teilstück (Markierung), das frei gleitet.

Wie bei der Oberflächengeschwindigkeit, so wirkt sich das 300 m lange Teilstück mit freiem Gleiten auch bei der Schubspannung noch weit ober- und unterhalb davon aus.

Ab 2300 m wird die Schubspannung langsam immer größer als im angefrorenen Fall und erreicht an der Stelle, wo das freie Gleiten beginnt, ein Maximum. An diesem Punkt ist nämlich die abstützende Wirkung der stromabwärts gelegenen Eismasse sehr stark erniedrigt. Innerhalb des Teilstücks mit freiem Gleiten geht die Schubspannung abrupt auf sehr niedrige Beträge zurück und an einem Punkt geht diese sogar auf Null zurück. Wäre dieses Teilstück länger, so wäre auch der Bereich ausgedehnt, in dem keine Schubspannung mehr auftritt. Schließlich tritt an jener Stelle, wo das Eis wieder angefroren ist, wieder ein Maximum der Schubspannung auf, da diesmal der Rückhalt der stromaufwärts gelegenen Eismasse stark erniedrigt ist. Dies ist auch der Grund für die starke Erhöhung der Oberflächengeschwindigkeit.

Abb. 8.3.2.5: Nächste Seite: Der Vergleich zwischen der von-Mises-Spannung im Fall reiner Deformation (oben) und im Fall eines 300 m langen Teilstückes, das frei gleitet (unten). Die Abbildungen sind 2-fach Überhöht und die Einheiten sind Pa.



Auch das Bild der von-Mises-Spannungsverteilung (Abb. 8.3.2.5) ändert sich im Falle des frei gleitenden Teilbereichs drastisch. Die von-Mises-Spannung dient ja als Maß für die Festigkeit des Eises und damit lassen sich auch Eisbruchstellen im Eis definieren (Jaeger, 1969; Vaughan, 1993).

Im Fall der reinen Deformation verlaufen die Isolinien der von-Mises-Spannung eher parallel zum Untergrund und die Maxima sind nur etwa halb so groß, wie im Fall mit frei gleitendem Teilstück.

Im letzterem Fall hingegen verlaufen die Isolinien eher normal zum Untergrund, wobei zwei Maxima an den beiden Enden des freien Teilbereichs auftreten.

Es wäre nun interessant aus der Form und Struktur des Eisbruchs des KWF auf die Spannungsverteilung zu schließen und umgekehrt.

Hier an dieser Stelle kann jedoch dieser Fragestellung nicht nachgegangen werden. Dies würde eine eigene Arbeit verlangen.

Inzwischen stehen in der neuesten Version von ANSYS auch Elemente für Kontaktprobleme zur Verfügung, das heißt es könnten spezielle Gleitgesetze oder Reibungsansätze zwischen Gletscher und Untergrund eingebaut werden. Aber diese neue Version steht dem Autor noch nicht zur Verfügung und außerdem erschien diese Version erst kurz vor der Fertigstellung dieser Arbeit. Dies wäre aber ein interessantes Betätigungsfeld für zukünftige Untersuchungen auf dem Kesselwandfener.

8.4 Das 2-D FE-Modell zur Bestimmung des Eisalters des Kesselwandfeners

Da nach einer FE-Berechnung die Geschwindigkeitsvektoren an jedem Knoten bekannt sind und ausgegeben werden, bietet sich an, diese für eine Bestimmung der Stromlinien zu verwenden. Sind erst einmal die Stromlinien bekannt, so ist es ein Leichtes das Alter des Eises an jedem Punkt zu ermitteln. Bei der FEM-Methode werden aber in Wirklichkeit "Verschiebungen" und nicht reale Geschwindigkeiten der einzelnen Knoten berechnet, die sich in einer vorgegebenen Zeit aufgrund der aufgetragenen Lasten vollziehen. Es sind also statische Berechnungen eines geometrischen Körpers unter verschiedenen äußeren Lasten und Randbedingungen. Deshalb ist es auch nicht möglich Stromlinien oder gar Trajektorien auszurechnen. Es gibt natürlich transiente Berechnungen bei der FEM-Methode, wie zum Beispiel mittels Fluid-Elementen. In ANSYS sind aber bei solchen zeitabhängigen Berechnungen nur lineare Stoffgesetze zulässig. Außerdem sind solche Berechnungen nur mehr mit Großrechnern zu bewerkstelligen.

Man kann aber unter Annahme eines stationären Gletschers die Verschiebungen als Geschwindigkeit interpretieren und in ein Programm zur Berechnung der Trajektorien, die in diesem Fall Stromlinie sind, exportieren.

In derartiges Programm, mit dem Sourcecode in MATLAB, ist vom Autor mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung entwickelt worden.

Die Kontinuitätsgleichung unter stationären Bedingungen $\frac{\partial h}{\partial t} = 0$ kann mit Hilfe der schematischen Skizze 8.4.1 (nächste Seite) veranschaulicht werden:

Um die Oberfläche eines Gletschers mit der Einheitsbreite zu halten, muß die Massenbilanz b , die im Gebiet zwischen x_0 und x_1 dazukommt, gleich groß sein wie der Massenfluß rechtwinklig zur Querschnittsfläche h_1 an der Stelle x_1 . Nimmt die Geschwindigkeit entlang der Fließlinie zu, so muß die neue Höhe h_2 kleiner werden als h_1 , da der Massenfluß konstant bleibt.

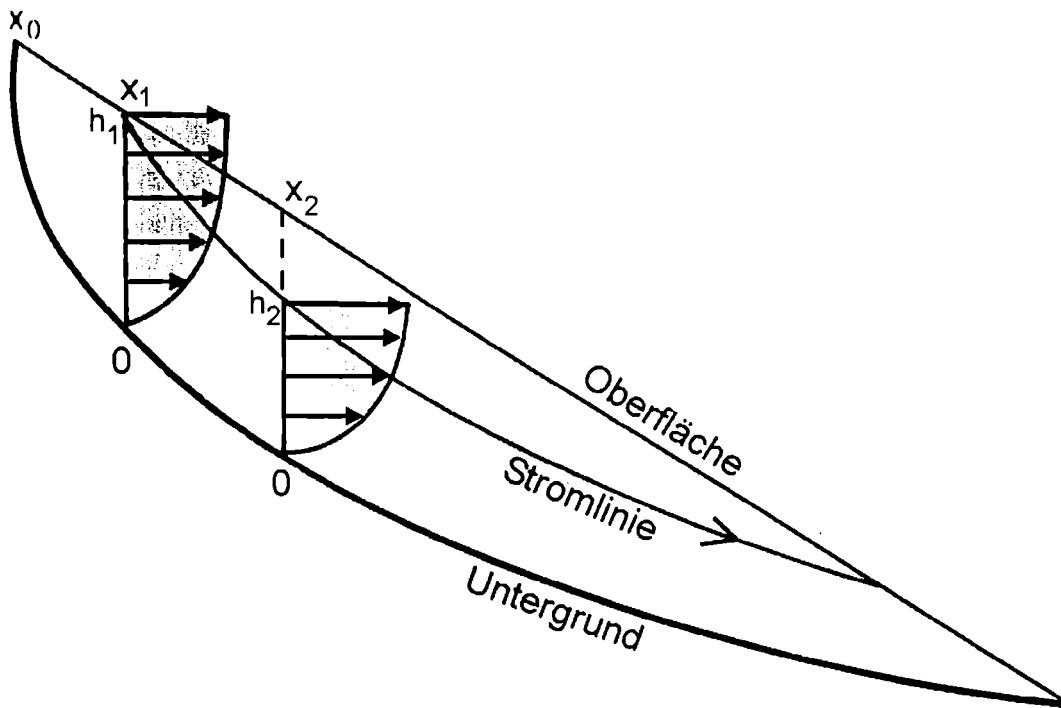


Abb. 8.4.1: Das Schema für die Berechnung der Stromlinien.

Die Kontinuitätsgleichung kann somit wie folgt geschrieben werden:

$$\int_{x_0}^{x_1} b dx = \int_0^{h_1} u dz = \int_0^{h_2} u dz \quad 8.4.1$$

wobei b die spez. Massenbilanz, h_1 die Eisdicke an der Stelle x_1 , und u die Geschwindigkeiten in horizontaler Richtung angibt.

Bei der praktischen Berechnung der Partikelbahn (die an der Oberfläche beginnt) wird an einer Stelle x_1 der Fluß durch einen Querschnitt, der bis zur Oberfläche reicht, berechnet. Dann wird am nächsten Gitterpunkt jene Höhe h_2 gesucht, bei der der Massenfluß gleich jenem an der Stelle x_1 ist. Diese Höhe h_2 ist dann auch der neue Ort der Partikelbahn. Diese Prozedur wird solange fortgeführt, bis die Partikelbahn wieder aus der Eisoberfläche austritt.

Als Eingabefeld dienen die Ergebnisse der 2-D Geschwindigkeitsverteilung aus den FE-Berechnungen mit und ohne Gleiten. Beim Gleiten wurde der Fall mit den vorgeschriebenen Geschwindigkeiten von 1970/71 verwendet (siehe weiter oben unter 8.3.2).

Die Stromlinien beider Fälle (mit und ohne Gleiten) mit der stationären Geometrie von 1971 sind in der untenstehenden Abbildung eingetragen.

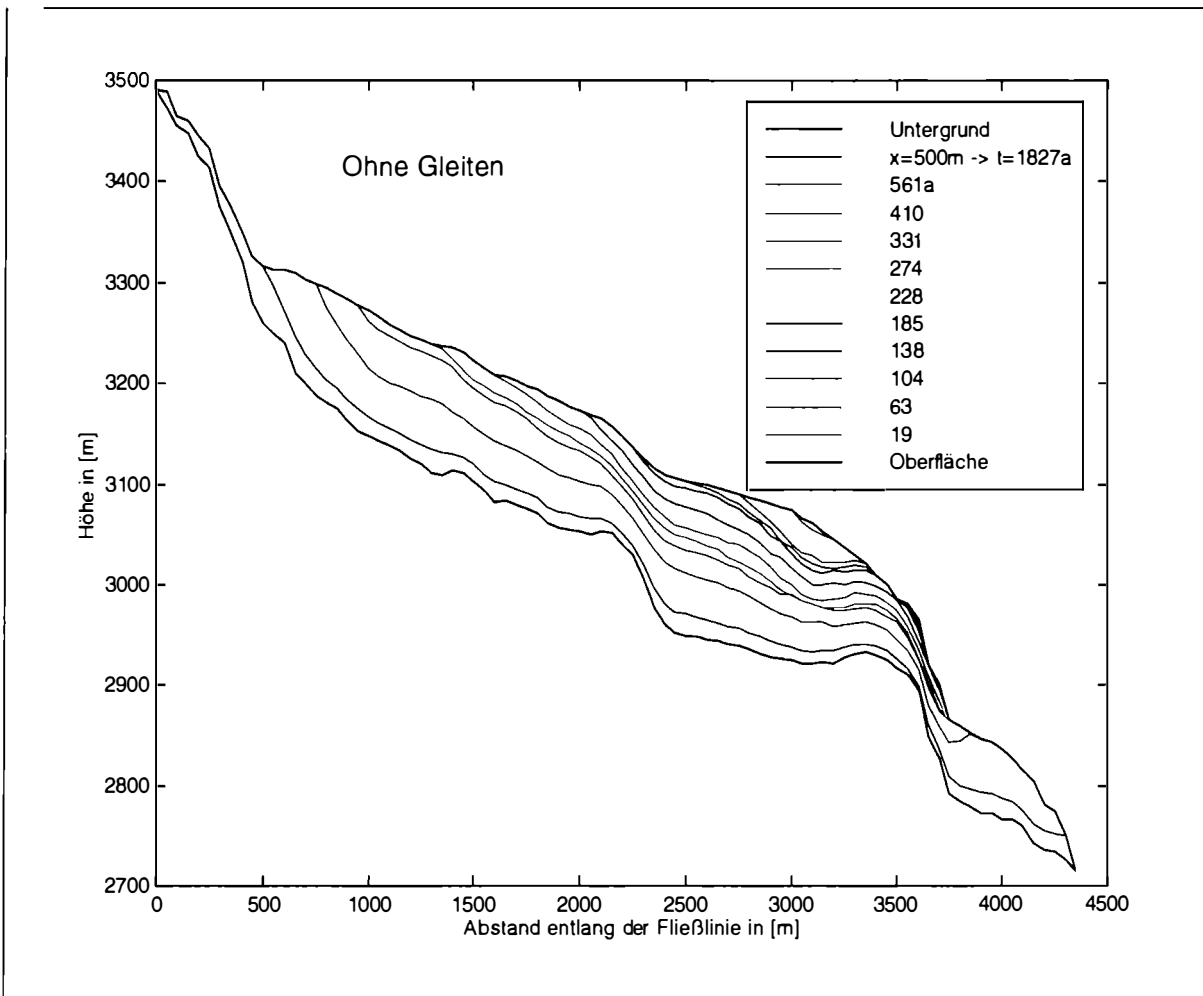


Abb. 8.4.2: Die Stromlinien des Kesselwandferners ohne Gleiten unter stationären Annahmen und der Geometrie von 1971. Die erste Stromlinie startet bei $x=500$ m und alle 250 m bis zu $x=3000$ beginnt eine neue Stromlinie. Die Zahlen der Legende geben das Alter des Eises am Ende der Stromlinie an.

Auffällig sind die unterschiedlichen Winkel unter denen die Stromlinien im Firngebiet in den Gletscher eintauchen.

Bei der Berechnung mit Gleiten tauchen die Stromlinien viel steiler in die Oberfläche ein. Um die Oberfläche zu halten muß nämlich bei erhöhter Oberflächengeschwindigkeit auch die Emergenzbewegung größer sein, die ja bei einem stationären Gletscher gleich groß wie die Massenbilanz, nur mit umgekehrten Vorzeichen ist (Gleichung 8.4.1). Dadurch gelangen die Partikel auch viel tiefer in das Eis und dort drängen sich die Stromlinien dann entsprechend. Bis zu einem Abstand von $x=2250$ m kommen die Partikel alle nach der Steilstufe an der Zunge wieder zum Vorschein. Das Alter dort schwankt dabei von 35 Jahren im Mittelteil der Zunge bis zu ca. 300 Jahren am

Zungenende. Es kommt also relativ altes und junges Eis in einem Abstand von nur ca. 300 m nebeneinander vor.

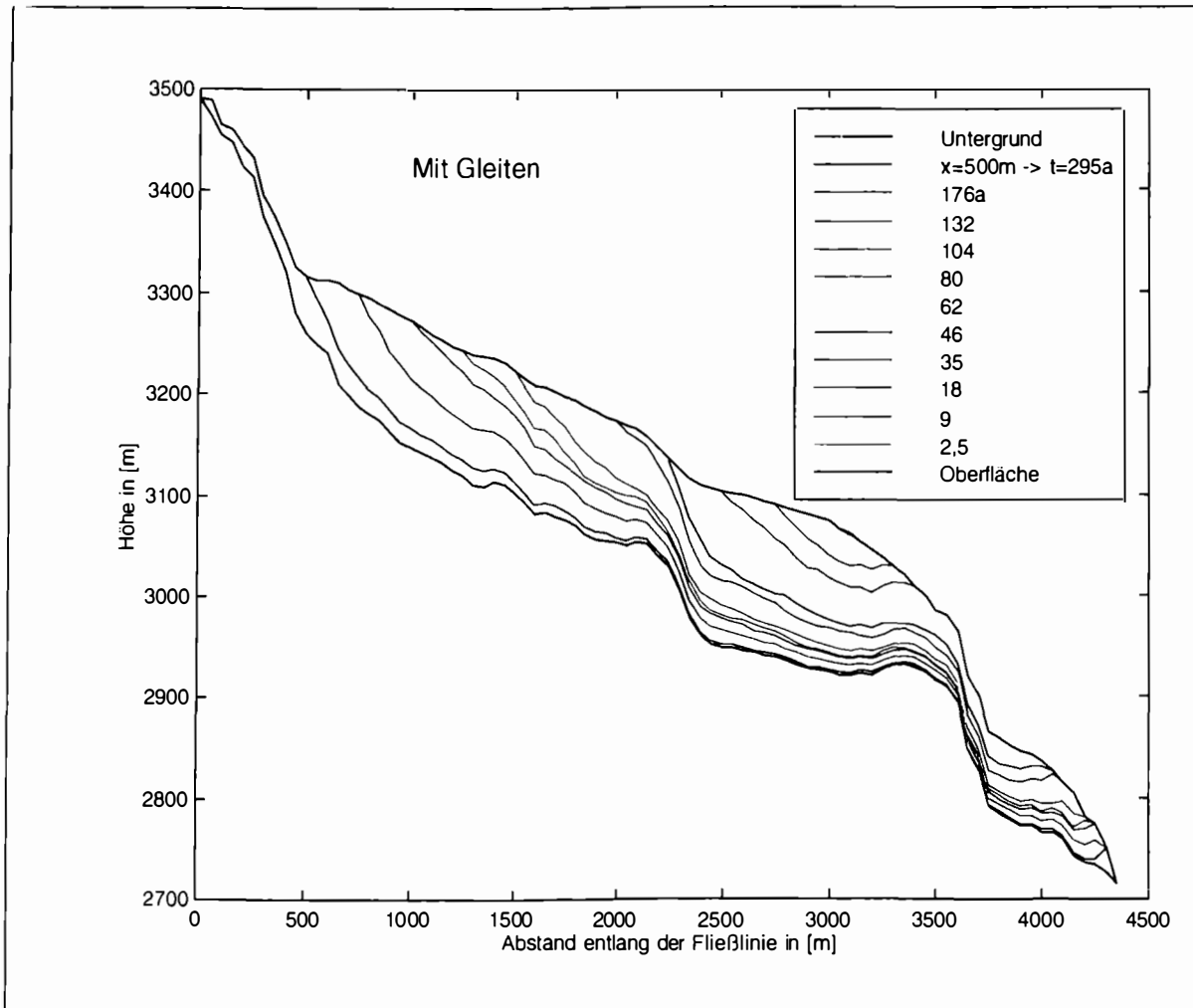


Abb. 8.4.3: Die Stromlinien des Kesselwandferners mit Gleiten aus dem Abschnitt 8.3.2 unter stationären Annahmen und der Geometrie von 1971. Die erste Stromlinie startet bei $x=500$ m und alle 250 m bis zu $x=3000$ beginnt eine neue Stromlinie. Die Zahlen der Legende geben das Alter des Eises am Ende der Stromlinie an.

Im Schnitt wird im Fall mit Gleiten das Eis vom Zungenende in Richtung Eisbruch um ca. 1 Jahr pro 1 m Horizontalabstand älter.

Im angefrorenen Fall wäre das älteste Eis am Zungenende ca. 1800 Jahre alt und 560 Jahre in der Nähe des Eisbruchs bei $x=3800$. Dadurch ergibt sich ein Gradient von 2,5 Jahre pro 1 m Horizontalabstand. Die Partikel aus dem Firngebiet tauchen, bis auf 2 Stromlinien bei $x=500$ und 750, alle im Bereich des Eisbruchs wieder auf.

Im Jahr 1964 (Picciotto et. al., 1967, Ambach, 1968) wurden im Ablationsgebiet des KWF Eisproben entnommen, um mit Hilfe der Pb-210 Datierungsmethode das Alter des Eises ebendort zu bestimmen. Das Pb-210 Nuklid ist ein Glied der natürlichen Uran-Radium-Zerfallsreihe und hat eine Halbwertszeit von ca. 20 Jahren. Infolge dieser kurzen Halbwertszeit sind Datierungen von einer

Zeitspanne bis zu 150 Jahren möglich. Der Vorteil dieses Nuklids ist, daß die Pb-Aktivität von den A-Bombentests unbeeinflußt blieb. In der Arbeit von Picciotto et. al. (1967) wird davon ausgegangen, daß Pb-210 sich streng nach dem Zerfallsgesetz verhält, sobald es sich im wasserundurchlässigen Eis befindet. Die Autoren schließen aber einen Einfluß auf das radioaktive Gleichgewicht auch im kompakten Eis nicht völlig aus. Die Zeit, die benötigt wird bis die alljährliche Schneeeauflage zu luftundurchlässigem Eis wird, beträgt bei temperierten Alpengletscher ca. 10 Jahre. Dies resultiert aus den Erkenntnissen des ca. 20 m tiefen Schachtes am KWF von 1983, in dem die jährliche Rücklage ca. 2 m betrug (Ambach et. al., 1989). In einer Tiefe von ca. 20 m geht der Firn in wasserundurchlässiges Eis über.

Aufgrund der Resultate der Altersbestimmung schlossen die Autoren auf eine mittlere Oberflächengeschwindigkeit des KWF von 30m/a in den letzten 65 Jahren (vor 1965). Die mittlere Oberflächengeschwindigkeit der letzten 30 Jahre aller Profile liegt bei ca. 25m/a, so erscheint das der Wert von 30m/a nicht unrealistisch, wenn man bedenkt, daß der KWF vor 1965 noch länger und dicker war und sich deswegen sehr wahrscheinlich auch schneller bewegte.

Die Geschwindigkeit an den Profilen im Jahre 1970/71 (Fall mit Gleiten) lag nicht über dem Mittelwert der letzten 30 Jahre.

Betrachtet man die Ergebnisse dieser Arbeit (Abb. 8.4.4), so stimmen die Größenordnungen des gerechneten Eisalters im Fall mit Gleiten recht gut mit den entnommenen Proben von 1964 überein. Natürlich berücksichtigt das stationäre FE-Modell nicht die Änderung der Topographie und der Geschwindigkeit, aber für eine qualitative Abschätzung des Eisalters an der Zunge sind die Ergebnisse durchaus brauchbar.

Der angefrorene Fall überschätzt das Alter des Eises bei weitem, was aber nicht weiter verwunderlich ist, da der Gletscher immer einen Gleitanteil besitzt.

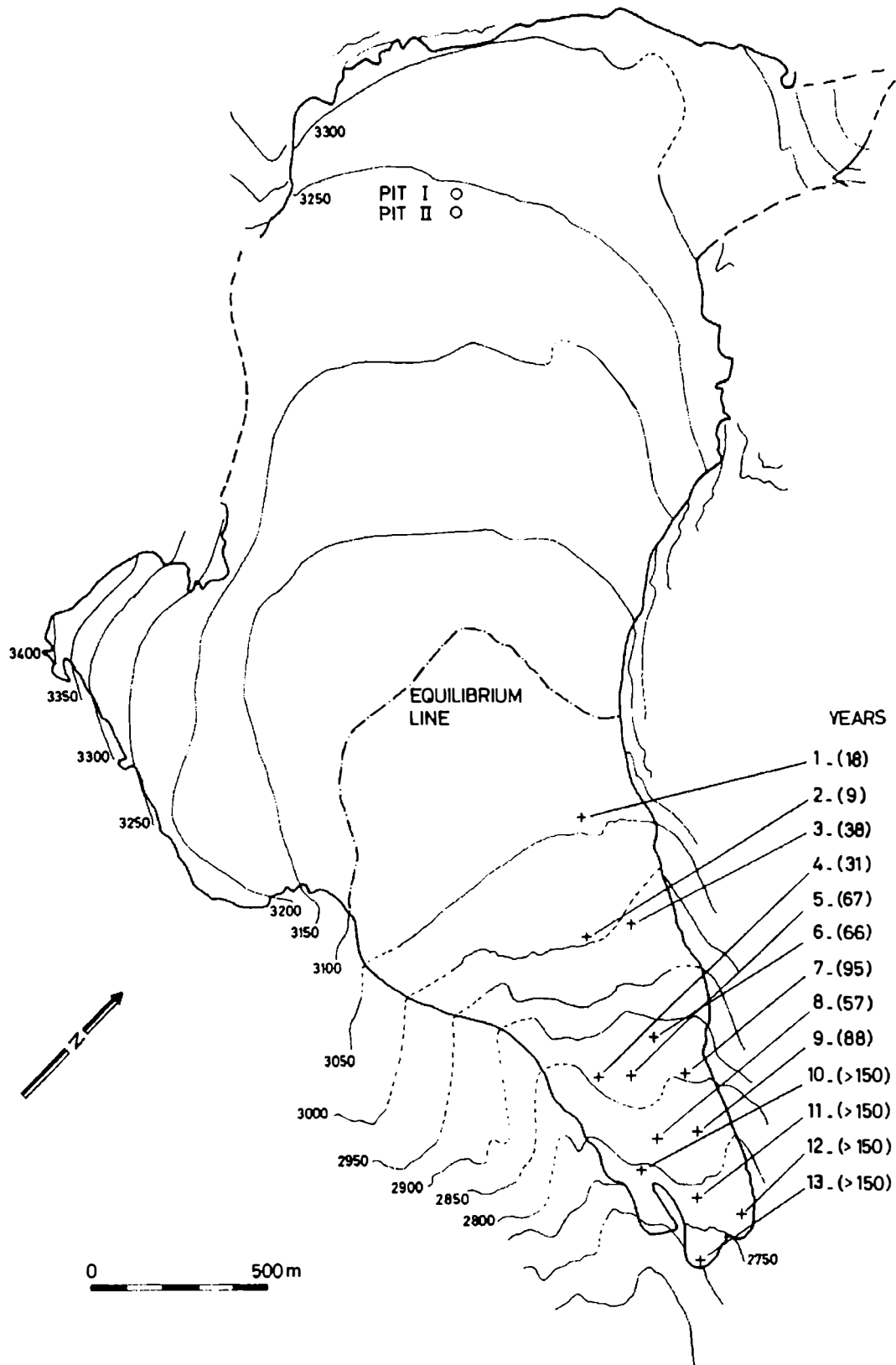
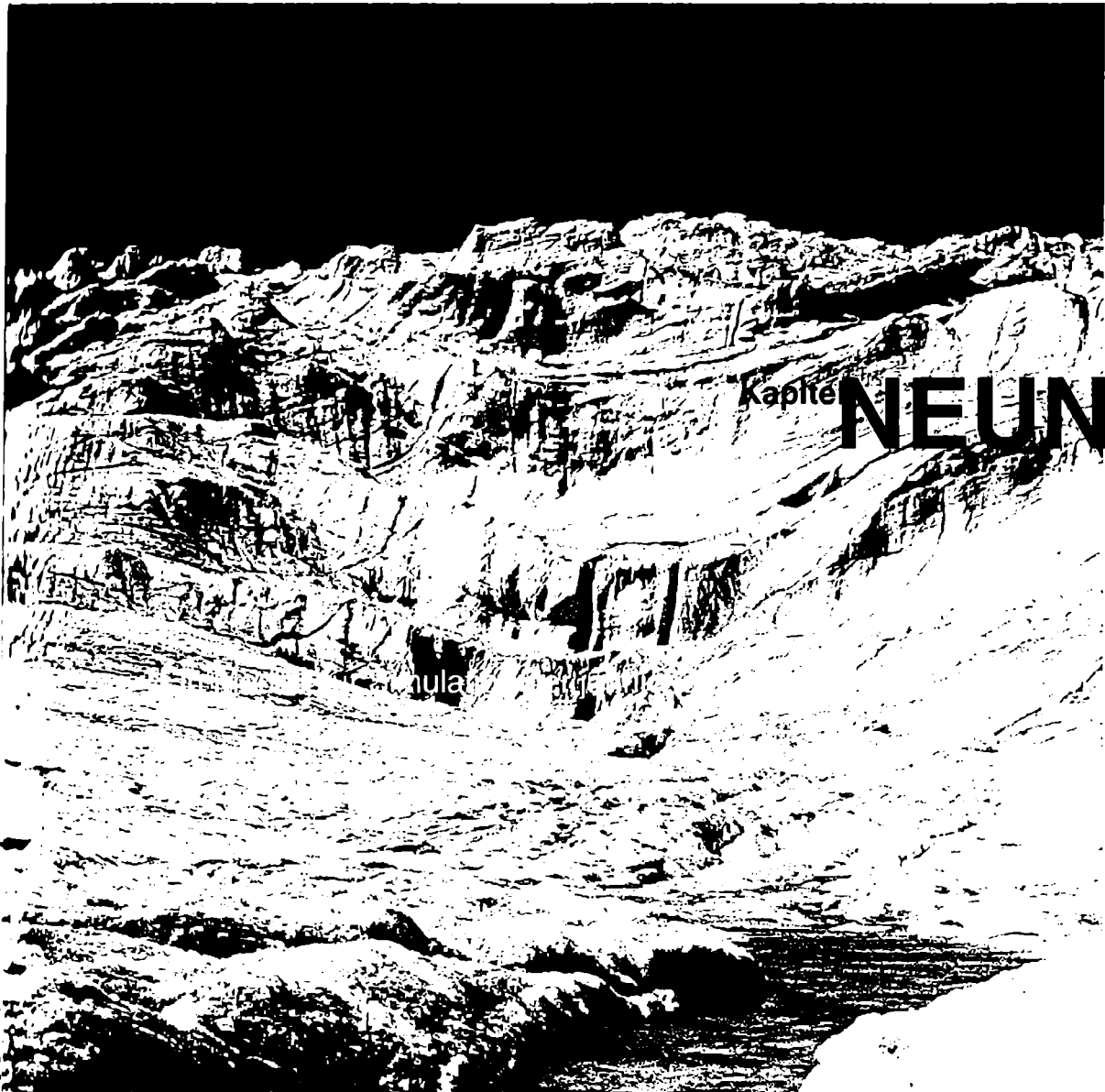


Abb. 8.4.4: Das Alter des Eises an der Oberfläche der Zunge des KWF nach der Pb-210 Datierungsmethode (Quelle: Picciotto et al., 1967). Die Zahlen in den runden Klammern geben das Alter an.



9.1 Allgemeines

Insgesamt vollziehen sich die Geschwindigkeitsänderungen am KWF (Abb. 4.3.1.2 in Kapitel 4, S. 14) nahezu gleichzeitig, das heißt innerhalb eines Jahres, über den ganzen Gletscher. Eine Ausnahme bildet das E-Profil, das sich knapp unter dem Eisabbruch befindet und dadurch hauptsächlich von dessen Dynamik beeinflusst wird.

Interessant ist, daß seit dem Ende des Vorstoßes 1984/85 die horizontalen Geschwindigkeiten exponentiell abnehmen und sich in den letzten Jahren kaum mehr veränderten.

Bisher sind schon einige Arbeiten über die jahreszeitliche Änderung der Oberflächengeschwindigkeit verfaßt worden. An einigen Gletschern konnte der Zusammenhang zwischen dem Wasserdruck und Gleiten am Gletscherbett während des Jahres eindrucksvoll demonstriert werden (Iken, Bindschadler, 1986; Jansson, 1995). Jedoch ist noch sehr wenig über die jährlichen Geschwindigkeitsänderungen bekannt.

Am Kesselwandferner und auch beim benachbarten Hintereisferner sind die jährlichen Geschwindigkeitsänderungen nicht durch die Änderung der Eisdicke oder der Neigung zu erklären. Wie in Abb. 4.3.2.4 (Kapitel 4, S 25) zu erkennen ist, veränderte sich die Oberflächenhöhe im Firngebiet des KWF nirgends mehr als 5 m.

Um die Ursachen der jährlichen Geschwindigkeitsänderung besser verstehen zu können, ist es notwendig auch die vorhandenen Daten des benachbarten Hintereisferners miteinzubeziehen.

Im Gegensatz zum Kesselwandferner existiert am Hintereisferner (HEF) nur ein fixes Profil mit lokalen Geschwindigkeitsänderungen. Diese Steinlinie, auch Linie 6 genannt, besteht aus ca. 20 flachen Steinen, die alle 25 m quer über den Gletscher verteilt sind.

Angelegt wurde diese Linie im Jahre 1932 von H. Schatz (1953) und wird seit 1965 von H. Schneider weiter betreut.

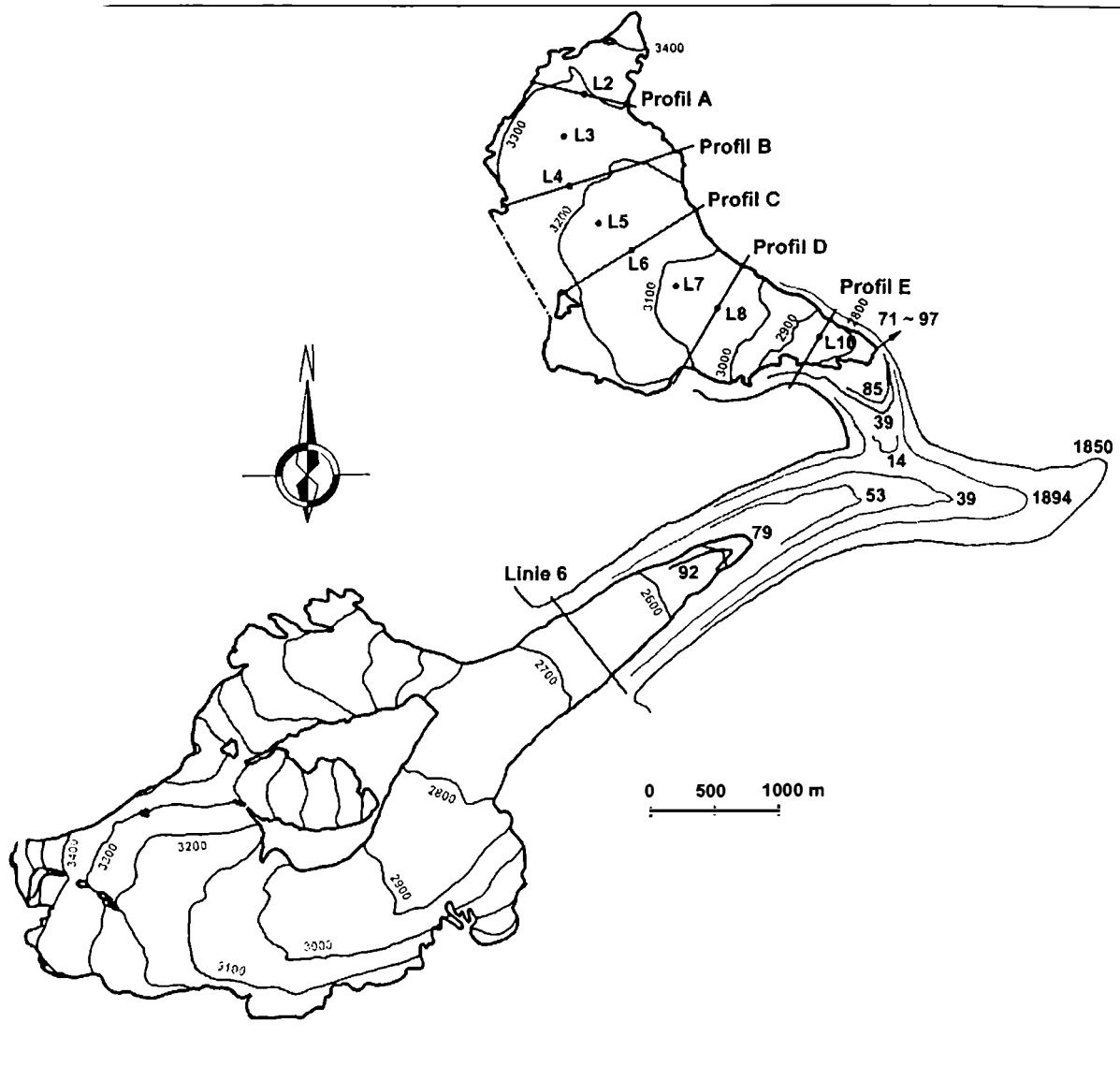


Abb. 9.1.3: Lageplan der Positionen der Pegel am KWF und der Linie 6 am HEF. Die Lage der Zungenenden in verschiedenen Jahren sind grau eingetragen.

Auch diese Steine werden jedes Jahr im August an ihren Ausgangsort zurückgelegt. Aus dem Mittelwert aller Steine wird schließlich die jährliche Geschwindigkeitsänderung bestimmt. Die Linie befindet sich in einer Höhe von ca. 2640 m im Ablationsgebiet. Die Position der Steinlinie, zusammen mit den Pegeln des KWF und einigen Zungenständen der beiden Gletscher ist in Abb. 9.1.1 eingetragen.

9.2 Vergleich zwischen den Daten des KWF und HEF

Der Kesselwandferner und der Hintereisferner sind Gletscher mit verschiedenen glaziologischen und topographischen Eigenschaften (Kuhn et. al., 1985). Eine Gegenüberstellung ist in Tabelle 9.2.1 gegeben.

Mittelwert von 1965 bis 1995	HEF	KWF
Gesamtfläche S	9.0 km ²	4.3 km ²
Gesamtvolumen V	0.5 km ³	0.3 km ³
Akkumulationsfläche S _c	4.6 km ²	3.0 km ²
Ablationsfläche S _a	4.4 km ²	1.3 km ²
S _c /S	0.51	0.69
Höhe der Gleichgewichtslinie	3020 m	3120 m
Länge der zentralen Fließlinie	7.1 km	4.3 km
Querschnittsfläche an der Gleichgewichtslinie	97000 [m ²]	101100 [m ²]

Tab. 9.2.1: Eine Gegenüberstellung der glaziologischen Kennwerte von HEF und KWF nach Kuhn et. al. 1985.

Auch der Unterschied in der Form des Gletscherbettes ist auffällig (Abb. 9.2.1):

Das Bett des Hintereisferners verläuft eher glatt mit drei leichten Übertiefungen. Der HEF ist ein typischer Vertreter eines Talgletschers mit einer ausgeprägten Zunge ohne markante Gefällsänderungen.

Am Kesselwandferner dagegen befindet sich zwischen dem D- und dem E-Profil ein Felsriegel, der einen Eisabbruch verursacht. Dieser Gletscherbruch beeinflusst zum Großteil das dynamische Verhalten des E-Profiles. Im Gegensatz zum HEF hat der KWF ein relativ hoch gelegenes Firnbecken geringer Neigung und eine sehr steile kurze Zunge.

Aufgrund dieser Unterschiede könnte man eigentlich auch ein verschiedenes Fließverhalten erwarten.

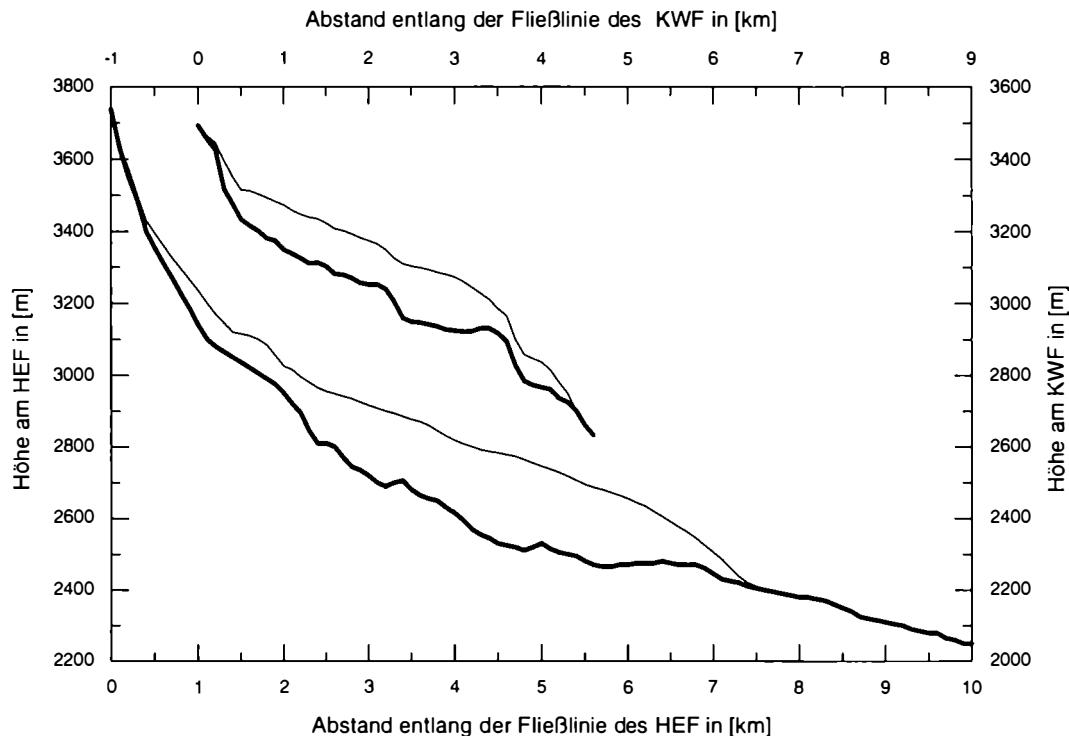


Abb. 9.2.1: Der Untergrund von HEF und KWF entlang der zentralen Fließlinie im gleichen Maßstab.

Jedoch genau das Gegenteil ist der Fall:

Die Geschwindigkeitsreihen beider Gletscher sind erstaunlich ähnlich. Vergleicht man z.B die Linie 6 mit dem Pegel L5 vom KWF (Abb. 9.2.2), so ergibt sich eine überraschend hohe Korrelation von 0,96 (Abb 9.2.3). Natürlich kann man jeden Pegel des KWF zu einem Vergleich mit der Linie 6 heranziehen, da die Geschwindigkeitsreihen der Pegel untereinander sehr hoch korreliert sind (mit Ausnahme des L10=E2).

Bei beiden erkennt man den sprunghaften Anstieg der Geschwindigkeit im Jahr 1965/66, ein Jahr nach dem extrem positiven Massenhaushaltsjahr 1964/65. Auch das Maximum beider Reihen ereignet sich im gleichen Jahr: 1977/78. Am Beginn der Achtziger Jahre begannen die Geschwindigkeiten abzunehmen und veränderten sich in den letzten Jahren kaum noch.

Wichtig festzuhalten ist, daß die Linie 6 sich im Ablationsgebiet des HEF und der Pegel L5 sich im Akkumulationsgebiet befindet. Dieser Sachverhalt macht die Ähnlichkeit der Reihen nur noch interessanter.

Die Frage lautet nun, was denn die Ursache für die jährliche Änderung der Geschwindigkeit ist.

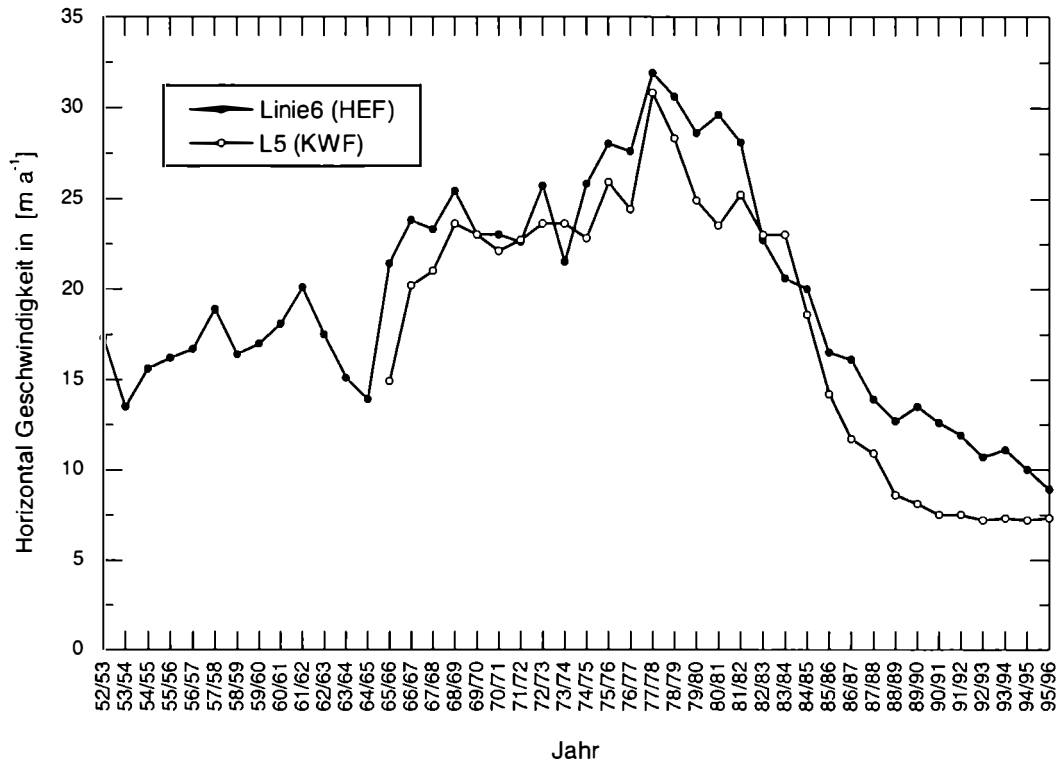


Abb. 9.2.2: Der Vergleich zwischen der horizontalen Geschwindigkeitsreihe der Linie 6 am Hintereisferner und des Pegels L5 am Kesselwandferner.

Eine mögliche Erklärung ist die jährliche Massenbilanz. Die mittlere spezifische Massenbilanz b beider Gletscher ist nämlich auch sehr hoch korreliert (Abb. 9.2.4). Es ist jedoch allgemein bekannt, daß keine lineare Abhängigkeit zwischen der spez. Massenbilanz und der Oberflächengeschwindigkeit besteht. Um den Einfluß der Massenbilanz b auf die Bewegung genauer untersuchen zu können, ist es sinnvoll die mittlere spezifische Massenbilanz b aufzuteilen in:

- die mittlere spezifische Akkumulation b_c des Akkumulationsgebietes S_c
- die mittlere spezifische Ablation b_a des Ablationsgebietes S_a oder

$$b = \frac{B}{S} = \frac{B_c + B_a}{S} = \frac{b_c S_c + b_a S_a}{S} \quad 9.2.1$$

wobei S die gesamte Fläche des Gletschers darstellt.

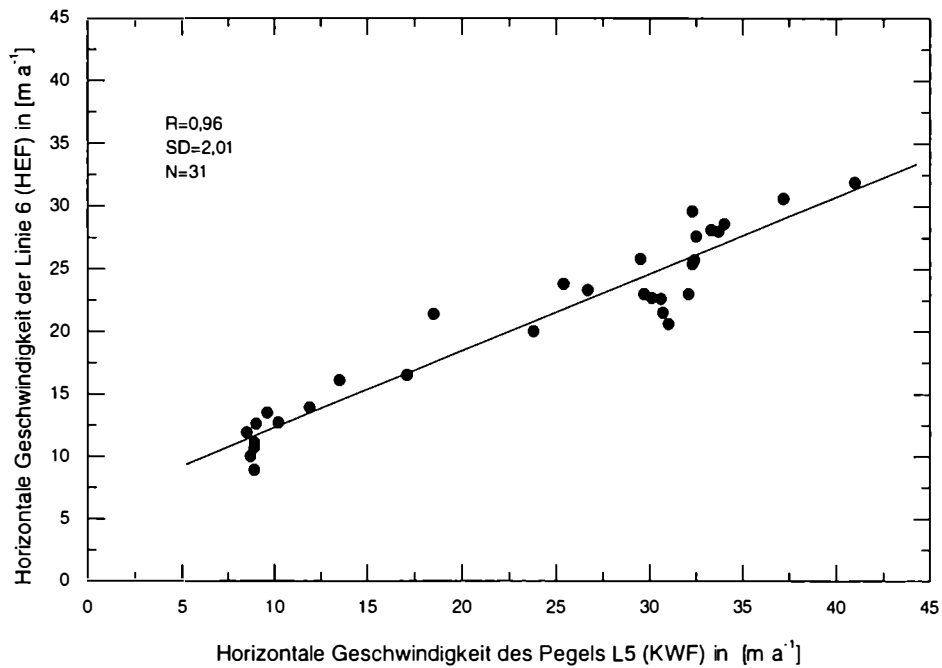


Abb. 9.2.3: Die Korrelation zwischen der horizontalen Geschwindigkeit an der Linie 6 und dem Pegel L5 von 1965 bis 1995.

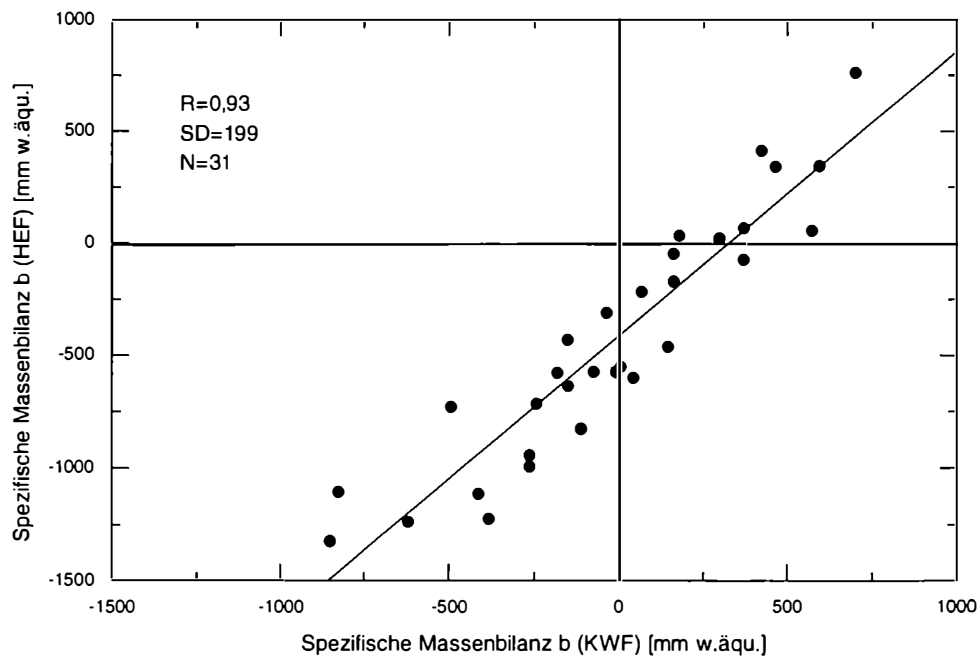


Abb. 9.2.4: Die Korrelation der spezifischen Massenbilanz b von HEF und KWF von 1996 bis 1995.

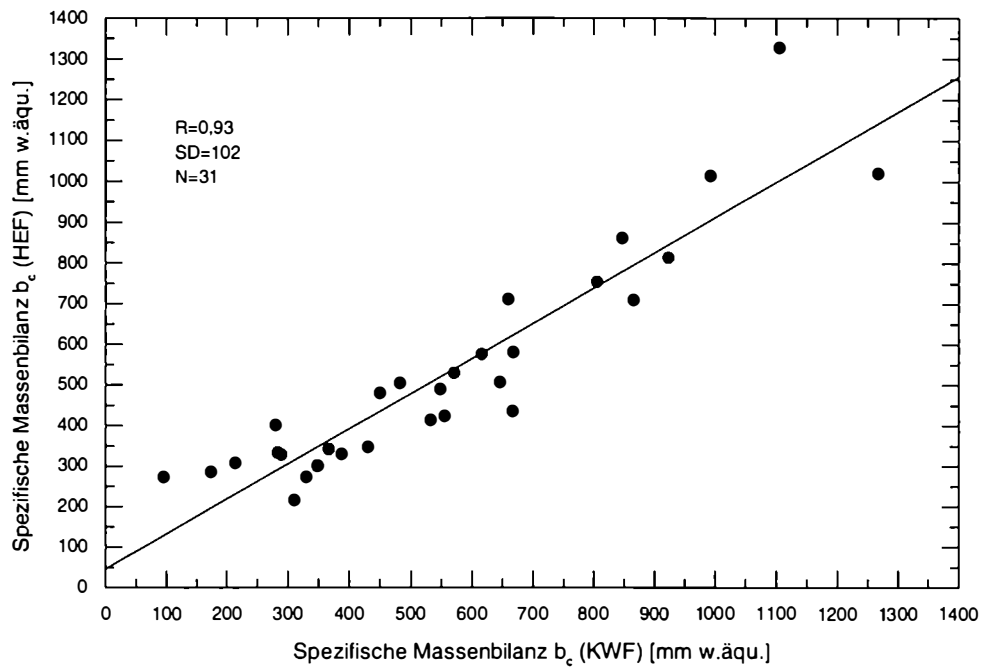


Abb. 9.2.5: Die Korrelation der spezifischen Akkumulation b_c von KWF und HEF von 1965 bis 1995.

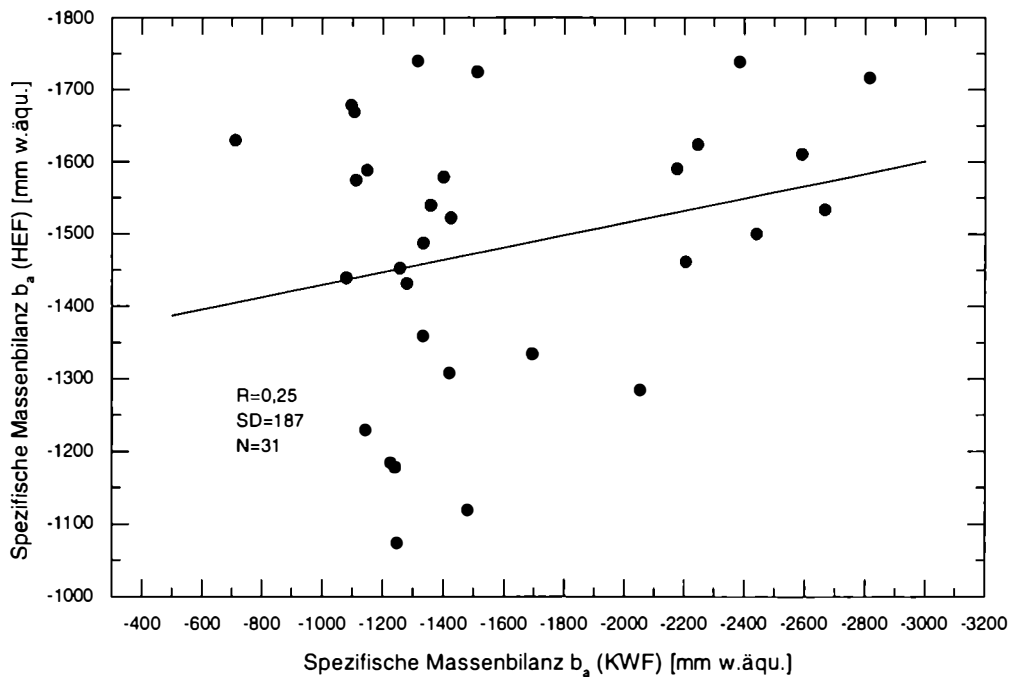


Abb. 9.2.6: Die Korrelation der spezifischen Ablation b_a von KWF und HEF von 1996 bis 1995.

Lineare zufriedenstellende Korrelation der Größen b_c und b_a (Abb. 9.2.5 bzw. 9.2.6) zwischen beiden Gletschern ergibt sich nur für die spezifische Akkumulation b_c . Die schlechte Korrelation der Größe b_a ist ein erster Hinweis darauf, daß im Gegensatz zur **jahreszeitlichen** Geschwindigkeitsänderung, die Ablation und deshalb auch die Wassermenge (oder der Wasserdruck) keine bestimmende Rolle bei der **jährlichen** Geschwindigkeitsänderung spielen. Weiters kommt hinzu, daß sich die horizontalen Geschwindigkeiten seit den späten Achtziger Jahren trotz unterschiedlicher negativer Massenhaushaltsjahre (mit stark schwankendem Schmelzwasserangebot), praktisch nicht mehr verändert haben.

Was jetzt noch bleibt, ist die spezifische Akkumulation oder die jährliche Auflast. Schon im Jahre 1924 hat Hess vermutet, daß die jährliche Akkumulation die beschleunigte Bewegung des Gletschers antreibt: "die Zunahme der Oberflächengeschwindigkeit aufgrund reichlicher Winterniederschläge wandert innerhalb eines Jahres vom Firnbasin zum Gletscherende" (Hess, 1924).

In weiterer Folge wird vorausgesetzt, daß hauptsächlich die jährliche Auflast neuer Masse im Firngebiet die beschleunigte Bewegung antreibt. Der Versuch einer physikalischen Erklärung erfolgt erst weiter unten.

9.3 Die Herleitung eines einfachen Modells

Nach jedem Jahr mit einem ausreichend hohen Betrag der spezifischen Akkumulation b_c , nimmt in den allermeisten Fällen auch der Betrag der horizontalen Geschwindigkeit u_x zu (Abb. 9.3.1 und 9.3.2). Falls aber der Massenzutrag unter einem kritischen Wert verbleibt, so nimmt die Geschwindigkeit exponentiell wieder ab. Da die Höhenlage des Firnbeckens des KWF während des Vermessungszeitraumes als konstant angesehen werden kann (wie auch auf vielen anderen alpinen Gletschern), wird hier der Versuch unternommen, die Geschwindigkeitsänderungen mit Hilfe der Definition der linearen Reservoirs (Chow, 1964; Dyck, 1995) in ein mathematisches Modell einzubauen.

Die Linearität zwischen dem Eisvolumen V des Firnbeckens (Reservoir) und dem Massenfluß Q durch einen Querschnitt im Gletscher wird durch die Konstante k beschrieben. Diese Konstante ist ein Maß dafür wie schnell das Eis durch den Querschnitt aus dem Firngebiet ausfließt. Dies führt zu folgendem Ausdruck:

$$V(t) = kQ(t) \quad 9.3.1$$

Da die Masse erhalten bleibt, folgt daraus, daß die Differenz zwischen dem Massengewinn M (oder die Akkumulation pro Jahr) und dem Massenverlust durch das Abfließen durch den Querschnitt, gleich groß ist wie die Änderung des Volumens (Masse) innerhalb des Firnbeckens

$$M(t) - Q(t) = \frac{\partial V}{\partial t} \quad 9.3.2$$

Mit Hilfe der beiden Gleichungen 9.3.1 und 9.3.2 erhält man die Differentialgleichung für ein lineares Reservoir

$$Q(t) + k \frac{\partial Q}{\partial t} = M(t) \quad 9.3.3$$

Der Massenzuwachs oder der Zufluß oberhalb eines willkürlich definierten Querprofils im Firngebiet bis zum höchsten Punkt des Gletschers ist gegeben durch

$$M(t) = \int_{Z(\text{Profil})}^{Z(\text{Gipfel})} b(z, t) s(z) dz = b_c^*(t) S_c^* \quad 9.3.4$$

wobei der Index * sich auf die Fläche oberhalb des Profils bezieht. Fällt das Profil mit der Gleichgewichtslinie zusammen, so wird $b_c^* = b_c$ und $S_c^* = S_c$.

Der Massenfluß Q durch einen Querschnitt A ist gegeben durch

$$Q = \bar{u}A = f u_s A \quad 9.3.5$$

Da die gesuchte mittlere Geschwindigkeit \bar{u} durch einen Querschnitt immer nur ein Bruchteil der bekannten Oberflächengeschwindigkeit u_s ist, bleibt der Faktor $f < 1$. Setzt man nun Gleichung 9.3.4 und 9.3.5 in Gleichung 9.3.3 ein, so erhält man den Ausdruck

$$f u_s A + k f \frac{\partial (u_s A)}{\partial t} = b_c^* S_c^* \quad 9.3.6$$

Wie aber schon weiter oben erwähnt, bleibt die Querschnittsfläche über längere Zeit konstant und per Definition ist auch S_c^* konstant, womit Gleichung 9.3.6 übergeht in

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{k}u + \frac{b_c^* S_c^*}{fkA} \quad 9.3.7$$

und nach einfacher Umformung erhält man die gesuchte Differentialgleichung für die Änderung der Oberflächengeschwindigkeit

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -k_1 u + k_2 b_c^* \quad 9.3.8$$

wobei $k_1 = \frac{1}{k}$ und $k_2 = \frac{S_c^*}{Akf} = \frac{S_c^* k_1}{Af}$.

Wir wollen nun die beiden konstanten Koeffizienten etwas genauer untersuchen und versuchen sie physikalisch zu interpretieren.

Zu diesem Zweck nehmen wir als erstes an, daß der jährliche Massenzuwachs $b_c = 0$ sei. Dann wird 9.3.8 zu

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -k_1 u \quad 9.3.9$$

und somit würde die Geschwindigkeit rasch exponentiell abnehmen. Da aber in der Natur zumindest noch die Deformationsgeschwindigkeit bleibt, sieht man, daß die Konstante k_1 nicht wirklich konstant sein kann.

Als nächstes betrachten wir stationäre Bedingungen $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$ und erhalten

$$u_{bal} = \frac{k_2 b_c^*}{k_1} = \frac{S_c^* b_c^*}{Af} \quad 9.3.10$$

wobei u_{bal} die Gleichgewichts- oder Bilanzgeschwindigkeit genannt wird. Die Bilanzgeschwindigkeit vergrößert sich bei gegebener Akkumulation mit dem Verhältnis von Akkumulationsfläche zu Querschnittsfläche. Der Koeffizient k_2 beschreibt somit die Umwandlung des Massenzuwachses in Geschwindigkeitsänderung und ist zugleich ein Indikator für die Empfindlichkeit des Gletschers auf Klimaänderungen. Berechnet man das Verhältnis von S_c/A mit den Werten aus Tabelle 9.2.1, so ergibt das für den Hintereisferner ca. 50 und ca. 30 für den Kesselwandferner. Die Schwankungen der horizontalen

Geschwindigkeiten waren in diesem Jahrhundert beim HEF auch wirklich deutlich größer, als beim KWF (Span et al., 1997).

Die analytische Lösung für Gleichung 9.3.8 lautet

$$u(t) = \frac{u_0 e^{-k_1 t} + k_2 \int e^{k_1 t} b_c^*(t) dt}{e^{k_1 t}} \quad 9.3.11$$

Diese Lösung enthält nun den exponentiellen Abfall der Geschwindigkeit mit der Konstanten k_1 und die zeitliche Entwicklung der Massenbilanz im Integral, die durch die Konstante k_2 verstärkt wird. Die Gleichung in dieser Form ist jedoch von geringem Nutzen, da die Massenbilanz nur jeweils als Jahreswert zur Verfügung steht.

Aus diesem Grunde muß die Differentialgleichung 9.3.8 in diskreter Form umgeschrieben werden.

9.4 Numerische Behandlung des Modells

Um das oben beschriebene Modell in der Natur testen zu können, muß die bestimmende Gleichung in diskreter Form mit Jahresschritten vorliegen. Nach einer einfachen Umformung der Gleichung 9.3.8 mit einem zeitlichen Vorwärtsschritt erhält man

$$u(t+1) - u(t) = -k_1 u(t) \Delta t + k_2 b_c^*(t) \Delta t \quad 9.4.1$$

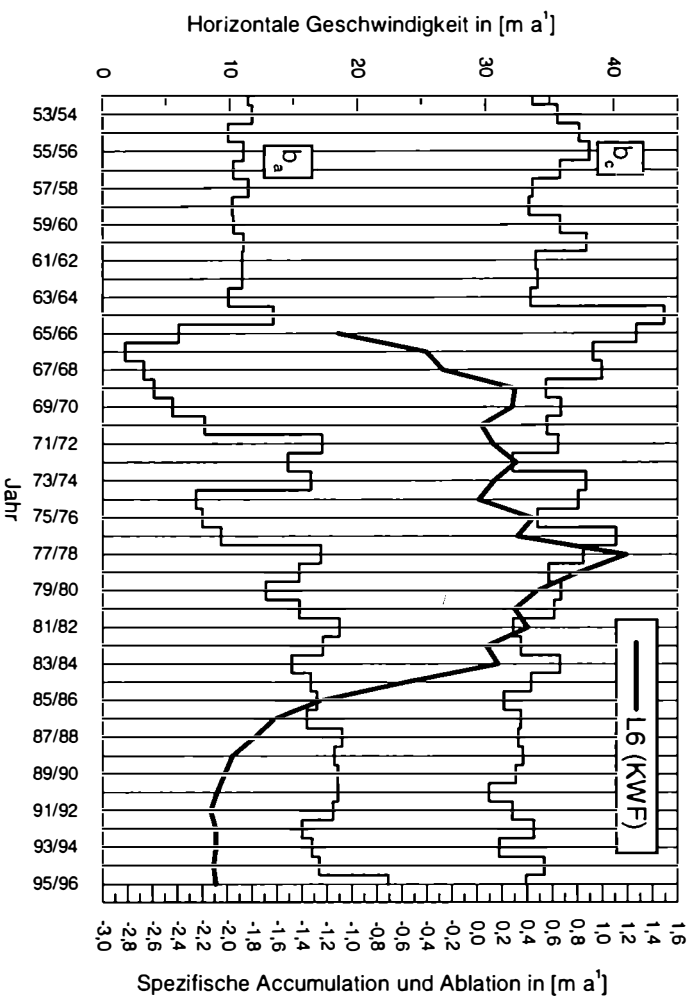


Abb. 9.3.1: Horizontale Geschwindigkeit und spezifische Akkumulation b_c und Ablation b_a am KWF

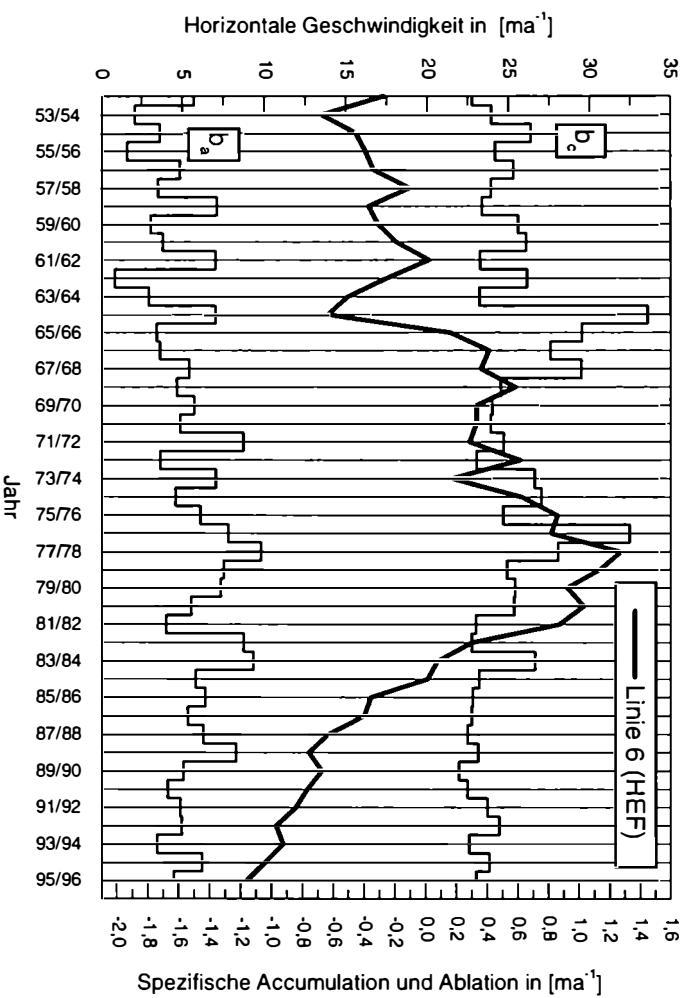


Abb. 9.3.2: Horizontale Geschwindigkeit und spezifische Akkumulation b_c und Ablation b_a am HEF

Da die Pegel jedes Jahr im Frühherbst zurückgesetzt und eingemessen werden beträgt der Zeitschritt Δt genau 1 Jahr. Aus Gleichung 9.4.1 wird

$$u(t+1) = u(t)(1 - k_1)\Delta t + k_2 b_c^*(t)\Delta t \quad 9.4.2$$

oder in vereinfachter Form

$$u(t+1) = K_1 u(t)\Delta t + K_2 b_c^*(t)\Delta t \quad 9.4.3$$

Die Geschwindigkeit wird also bestimmt von einem Bruchteil der Geschwindigkeit des Vorjahres und durch einen antreibenden Term, der proportional zur jährlichen Eisauflast b_c^* ist.

Die Konstante K_1 beschreibt den exponentiellen Abfall der Geschwindigkeit und ist

$$\begin{aligned} K_1 &= (1 - k_1) \approx e^{-k_1} \\ K_2 &= k_2 \end{aligned} \quad 9.4.4$$

wobei für $k_1 < 1$.

K_2 in Gleichung 9.4.4 ist identisch mit k_2 aus Gleichung 9.3.8.

Mit Hilfe der Gleichung 9.4.3 und den vorhandenen Daten der Geschwindigkeit und der Massenbilanz wurden die Konstanten K_1 und K_2 so lange variiert bis der Fehler zwischen Modell und Messung zu einem Minimum wurde. Dies ist aber nur möglich, falls eine entsprechend lange Meßreihen zur Verfügung stehen.

Um das oben beschriebene einfache Modell aber auch in einem generellen Fließmodell anwenden zu können, müssen die beiden Konstanten auf eine andere Weise bestimmt werden.

Dazu wird angenommen, daß die Konstanten für eine Periode von ca. 30 Jahren auch wirklich konstant sind. Aufgrund der sehr guten Ergebnisse (die weiter unten behandelt werden) zwischen Messung und Modell mit den angepaßten Konstanten, wird dies als gerechtfertigt vorausgesetzt. Dazu betrachten wir in

in einem ersten Schritt den stationären Fall $\left(\frac{\partial u}{\partial t} = 0\right)$ im Firngebiet. Danach wird aus 9.4.3

$$\begin{aligned} u(t+1) &= u(t) \Rightarrow \\ u &= \frac{K_2 b_c^*}{1 - K_1} \end{aligned} \quad 9.4.5$$

Um stationäre Bedingungen zu erreichen muß auch die Akkumulation b_c^* im Firngebiet konstant verbleiben.

Wir wollen nun diese stationären Bedingungen speziell an der Gleichgewichtslinie betrachten. In diesem Fall können wir für 9.4.5 schreiben:

$$\bar{u} = \frac{K_2 b_c}{(1 - K_1)} = \frac{b_c S_c}{A f} \quad 9.4.6$$

Um nun die weiter oben bestimmten Konstanten in ihrer Größenordnung überprüfen zu können verwenden wir Gleichung 9.4.6 für die Gleichgewichtslinie am Kesselwandferner. Die Höhe der Gleichgewichtslinie lag zwischen 1965 und 1995 bei ca. 3120 m, welche sich knapp unterhalb des C-Profiles befindet. Deshalb werden hier die Parameter am C-Profil angeführt:

K_1	0,69
K_2	13,6
\bar{u}	23,6 [ma ⁻¹]
\bar{b}_c	0,55 [ma ⁻¹]
$S_c = S_c^*$	2,9 [km ²]
A	101100 [m ²]
f	0,65

Tab. 9.4.1: Die benötigten Parameter der Gleichung 9.4.5 im C-Profil. Die angegebenen Werte sind ein 30 jähriges Mittel von 1965 bis 1995.

Setzt man die in der Tabelle angegebenen Werte in Gleichung 9.4.6 ein, so erhält man für den mittleren Term 24,1 und für den rechten Term 24,3 ma⁻¹, was einem Wert von 23,6 ma⁻¹ der mittleren Geschwindigkeit gegenübersteht. Diese Übereinstimmung ist mit den oben angeführten Annahmen recht zufriedenstellend.

Wie aus der Abbildung 9.4.1 ersichtlich ist, bleibt die Konstante K_1 entlang der Fließlinie annähernd unverändert. Die Werte bewegen sich in einem sehr schmalen Bereich. Bei der Konstante K_2 hingegen ist eine klare Zunahme entlang der Fließlinie gegeben.

Bei einer konstanten Höhenlage des Firngebietes und einem ortsunabhängigen Wert für K_1 für einen bestimmten Zeitraum (20-30 Jahre) ist es deshalb recht einfach, die Konstanten K_2 entlang der Fließlinie bis zur Gleichgewichtslinie mit Hilfe der Gleichung 9.4.6 abzuschätzen. Die einzige Schwierigkeit bleibt die Bestimmung der Konstanten im Ablationsgebiet, denn hier kann die

Höhenänderung nicht mehr vernachlässigt werden, wodurch K_2 nicht mehr konstant verbleibt.

Ein möglicher Ausweg:

Man bestimmt die Konstante K_2 an mehreren Stellen im Firngebiet bis zur Gleichgewichtslinie für einen bestimmten Zeitraum (20-30 Jahre) und berechnet aus der bekannten oder angenommenen mittleren Akkumulation b_c die mittlere Oberflächengeschwindigkeit und den Massenfluß durch den Querschnitt. Zusätzlich wird eine empirische Verteilung des Verhältnisses von Oberflächengeschwindigkeit zu Deformationsgeschwindigkeit entlang der Fließlinie für das Ablationsgebiet vorgegeben. Daraus wird schließlich die Oberflächengeschwindigkeit errechnet.

Diese Methode wurde sehr erfolgreich Kapitel 10 beschrieben Fließmodell angewendet.

Allerdings muß der lineare Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit u und der Konstanten K_2 noch an anderen alpinen Gletschern getestet werden, um das Modell als taugliches Werkzeug für die Beschreibung der jährlichen Geschwindigkeitsänderung in einem Fließmodell zu bestätigen.

Und nur wenn sich die Höhe des Firngebietes für eine bestimmte Periode im Gleichgewicht befindet (auch während eines Vorstoßes), ist es möglich das Modell in einem Fließmodell zu implementieren. Im Falle des Kesselwandferners und auch des Hintereisferners war dies während des beobachteten Zeitraums (1965 bis heute) der Fall.

Das Modell berücksichtigt keine Änderung der Geschwindigkeit aufgrund der Höhenänderung (Eisdicke) und die daraus sich ergebende Änderung der Querschnittsfläche A . Von 1965 bis heute hat sich das Firngebiet des Kesselwandferners um weniger als 5 m verändert (Abb. 9.1.2). Im D-Profil hat die Eisdicke inzwischen um ca. 15 m abgenommen; die Neigung ist aber nunehmends steiler geworden, wodurch die Deformationsgeschwindigkeit annähernd als konstant betrachtet werden kann. Dies gilt auch für die Line 6 am Hintereisferner.

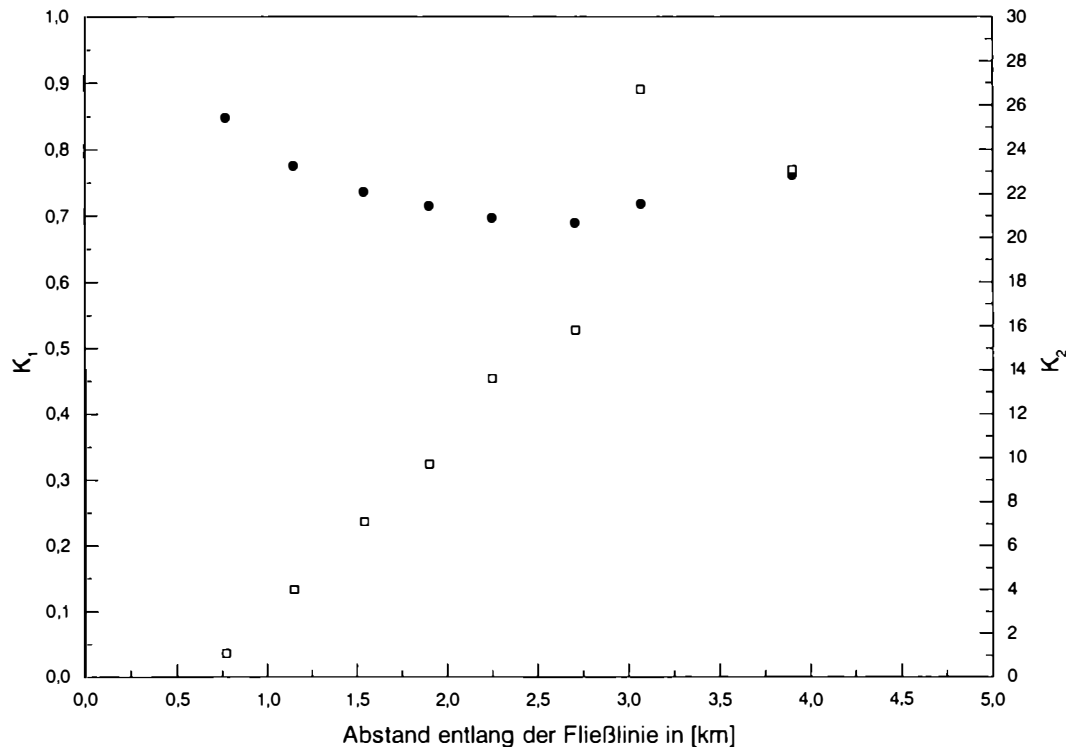


Abb. 9.4.1: Die Verteilung der Konstanten K1 und K2 entlang der Fließlinie. Die Konstanten wurden mittels Anpassung durch Fehlerminimierung zwischen den gemessenen und errechneten Oberflächengeschwindigkeiten bestimmt.

9.5 Resultate

Die nachfolgenden Berechnungen der jährlichen Geschwindigkeitsänderungen wurden mit dem oben beschriebenen Modell durchgeführt. Grundlage dafür war die Gleichung 9.4.3. Als Eingabedaten waren also nur die jährlichen Werte von b_c notwendig. Für die Massenbilanz kann eine Fehlerabschätzung von ± 100 mm angegeben werden (pers. Mitteilung G. Markl, IMG I). Die Ergebnisse dieser Modellrechnungen sind in der Abb. 9.5.1 für alle Längspegel des KWF und die und in Abb. 9.5.2 für die Linie 6 des HEF dargestellt.

Allgemein gilt, daß für die Pegel im Firngebiet (L2 bis L7) des Kesselwandferner die Übereinstimmung zwischen den gerechneten und gemessenen Werte recht gut ist. Erst beim Pegel L8, der kurz vor der Steilstufe positioniert ist, bemerkt man den Einfluß der Dynamik des Eisbruchs. Zusätzlich hat sich hier die Oberfläche seit 1965 bis 1978 um ca. 15 m gehoben und ist heute um fast 10 m niedriger als 1965, so daß von einer annähernd konstanten Querschnittsfläche,

wie sie das Modell aber verlangt, nicht mehr gesprochen werden kann. Das gleiche gilt für den Pegel L10, der sich knapp unterhalb der Eisbruchs befindet, wobei sich hier die Eigendynamik der steilen Eisbruchs noch viel stärker bemerkbar macht. Auch die Änderung der Eisdicke betrug hier ca. 30 m, sodaß es nicht verwunderlich ist, wenn die Modellergebnisse doch deutlich von den Meßwerten abweichen (Abb.9.5.1 d).

Was das Modell sehr gut wiedergibt ist der beträchtliche Anstieg der Geschwindigkeit im Jahre 1965/66 nach der extrem positiven Massenbilanz von 1964/65. Es gibt natürlich einige Jahre, wo die jährliche Eisauflast über- oder unterschätzt wird. Die Geschwindigkeitsänderung im Modell reagiert nämlich auf die Eisauflast, die einen Jahresmittelwert darstellt, aber in Wirklichkeit ist natürlich der zeitliche Verlauf der Akkumulation während eines Jahres von besonderer Wichtigkeit. So macht es einen Unterschied, ob der Hauptteil der Akkumulation als antreibende Kraft von Beschleunigungen im Winter oder im Frühjahr oder gar Sommer fällt, wo die Gleitbedingungen stark verbessert sind. In diesem Modell wurde aber die Rolle des Wassers in diesen Prozessen nicht mitberücksichtigt. Weiters spielt auch die jährlich bestimmte Massenbilanz eine nicht unwesentliche Rolle bei den Abweichungen, denn schon kleine Änderungen der Eisauflast (± 100 mm) könnten das Ergebnis deutlich verbessern.

Aufgrund der einfachen Physik des Modells ist aber nicht angebracht, daraus jene Werte von b_c abzuleiten, bis das Modell den gemessenen Geschwindigkeiten entspricht.

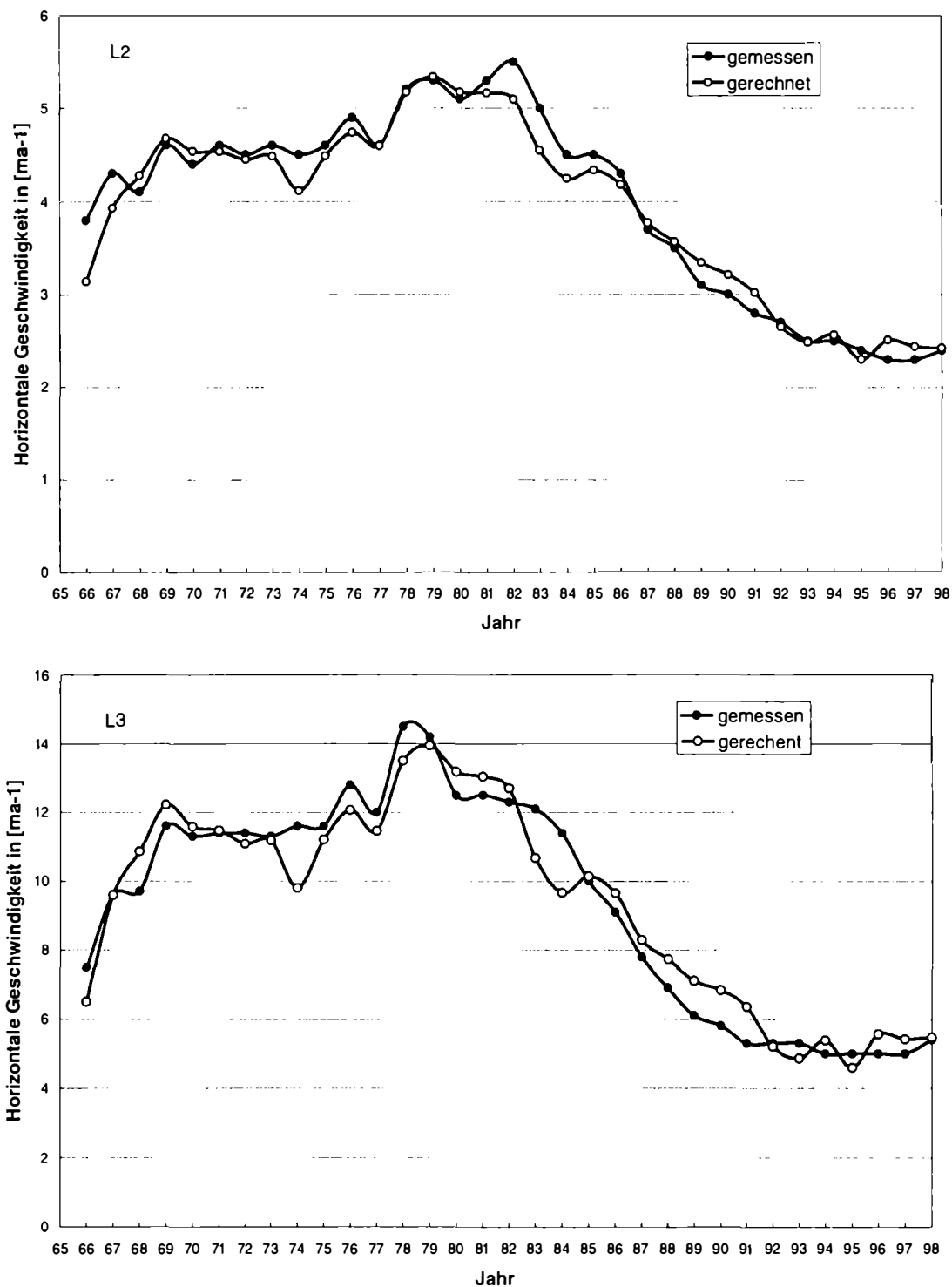


Abb. 9.5.1 a: Der Verlauf der mit dem Modell gerechneten und gemessenen horizontalen Geschwindigkeit beim Pegel L2 und L3 von 1966/66 bis 1997/98.



Abb. 9.5.1 b: Der Verlauf der mit dem Modell gerechneten und gemessenen horizontalen Geschwindigkeit beim Pegel L4 und L5 von 1966/66 bis 1997/98.

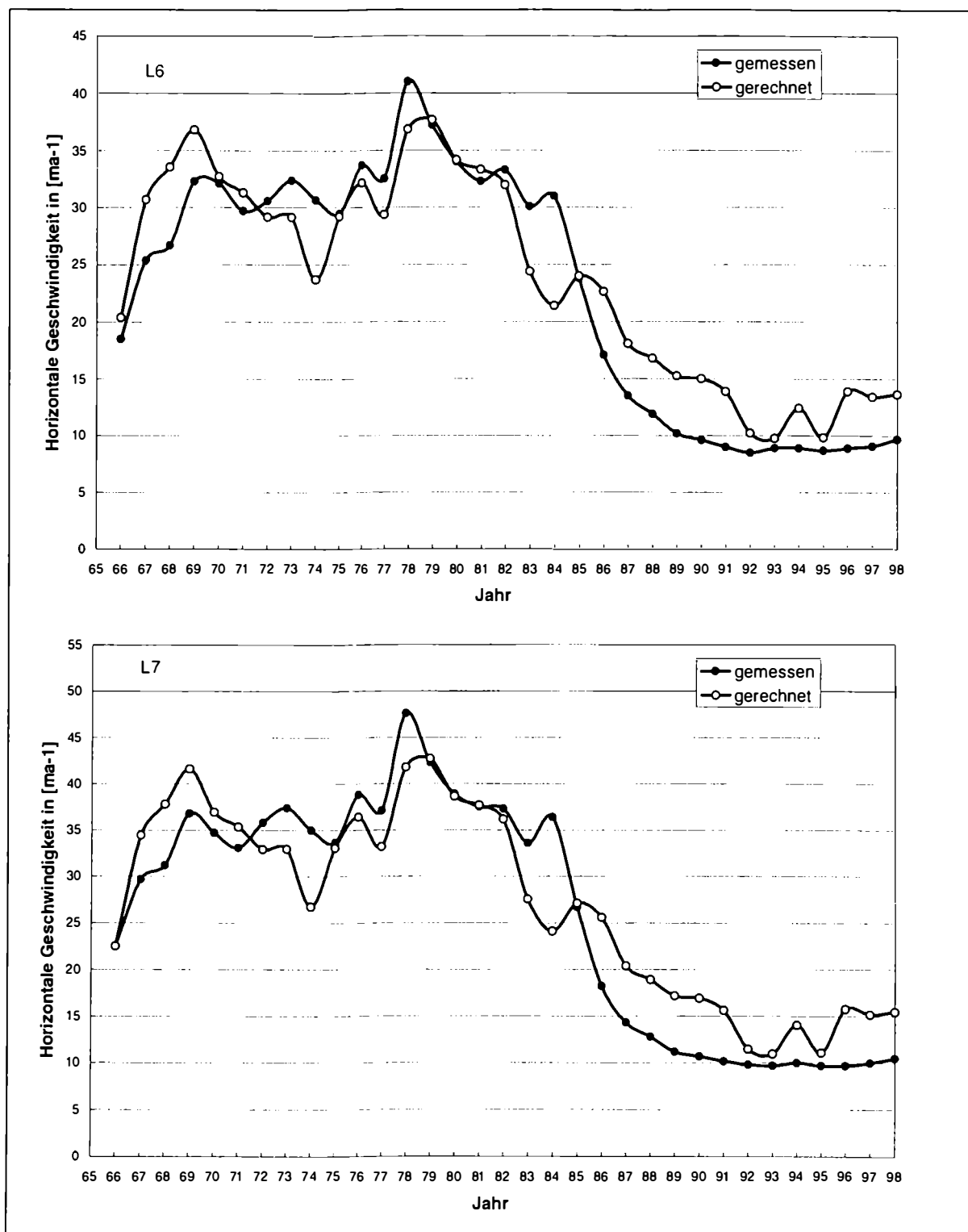


Abb. 9.5.1 c: Der Verlauf der mit dem Modell gerechneten und gemessenen horizontalen Geschwindigkeit beim Pegel L6 und L7 von 1966/66 bis 1997/98.

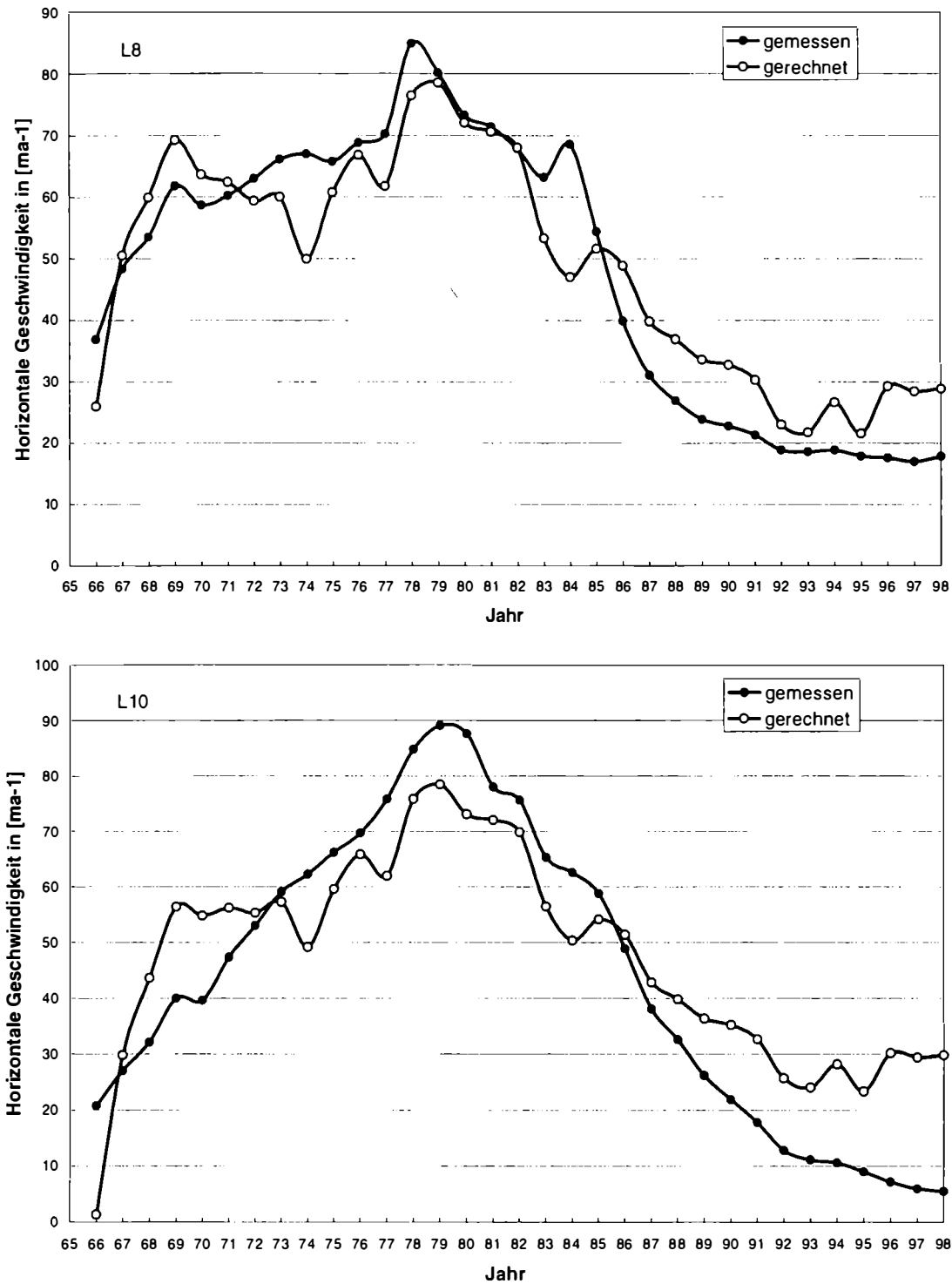


Abb. 9.5.1 d: Der Verlauf der mit dem Modell gerechneten und gemessenen horizontalen Geschwindigkeit beim Pegel L8 und L10 von 1966/66 bis 1997/98.

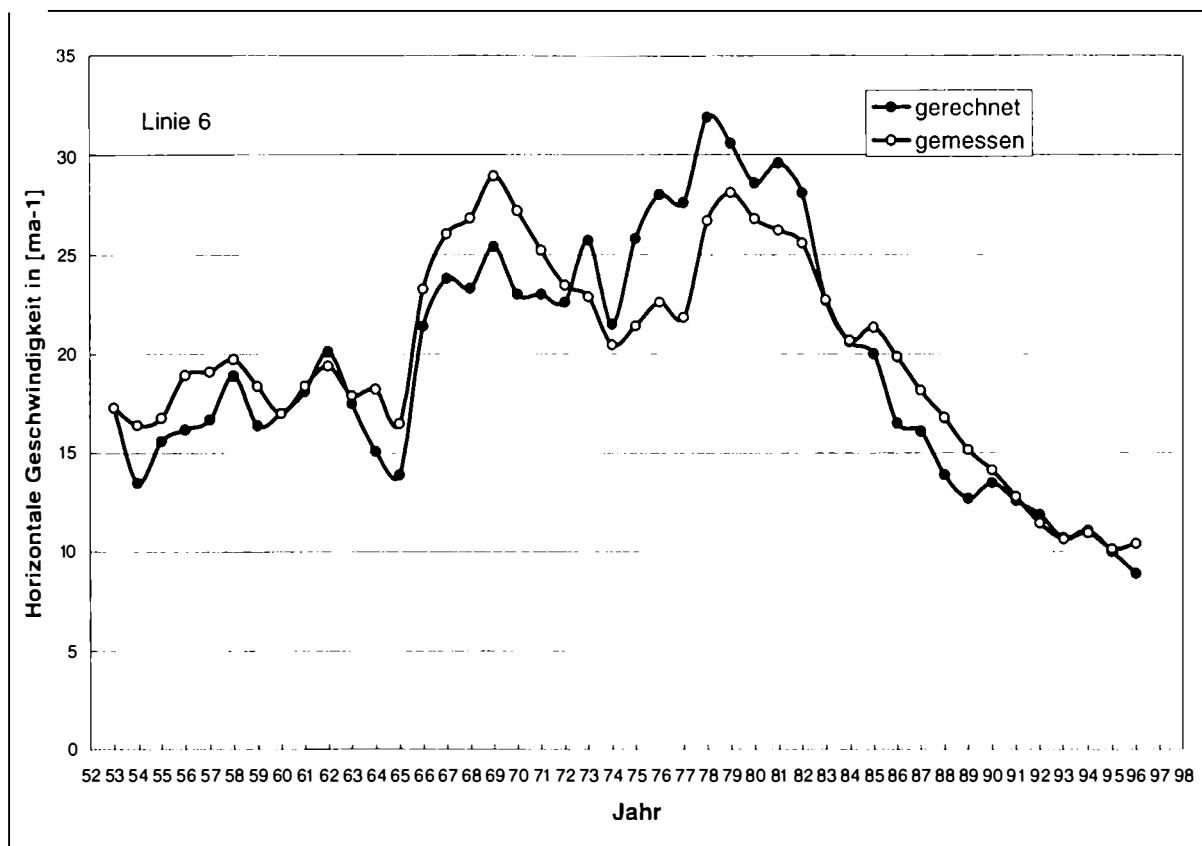


Abb. 9.5.2: Der Verlauf der mit dem Modell gerechneten und gemessenen horizontalen Geschwindigkeit bei der Linie 6 am HEF von 1952/53 bis 1997/98.

Ein erstaunliches Muster in den Geschwindigkeitsdaten ist das beinahe perfekte Abklingen der Geschwindigkeiten nach 1984 bei den Pegeln L2 bis L8 am Kesselwandferner. Der Grund dafür sind sicherlich noch andere physikalische Prozesse, die sich am Gletscherbett abspielen und die das Modell nicht wiedergeben kann. Vielleicht spielt auch die wannenförmige Übertiefung des Untergrundes vor der Steilstufe eine wichtige Rolle, denn hier könnten entsprechende Mengen Wasser gespeichert werden, die das Gleiten stark beeinflussen.

Einen Hinweis auf dieses mögliche Wasserreservoir liefern Beobachtungen aus dem Jahr 1984, in welchem von einem großen Wasserausbruch am Kesselwandferner berichtet wird (pers. Mitt. von H. Schneider). Dieser Jökullaup spülte beinahe die komplette Endmoräne vom Vorstoß aus dieser Zeit fort. Es ist sehr wahrscheinlich, daß dieser Ausbruch mit der beschleunigten Bewegung des KWF in diesem Jahr zusammenhängt und vom Modell nicht wiedergegeben wurde, da die entsprechende Menge an Akkumulation im Jahr davor fehlte. Ein Jahr später (1985) war der Vorstoß des KWF zu Ende und die Zunge zieht sich bis heute noch immer weiter zurück.

Im Vergleich der modellierten und gemessenen Geschwindigkeiten zeigt auch über längere Zeiten (seit 1952/53) mit unveränderten Werten von K_1 und K_2 erstaunlich gute Resultate, wie dies bei der Linie 6 am Hintereisferner illustriert wird (Abb. 9.5.2).

9.6 Schlußfolgerungen

Die jährlichen Daten der Geschwindigkeitsänderung am Kesselwandferner und Hintereisferner liefern wenig bis gar keine Hinweise darauf, daß die Schwankungen von Jahr zu Jahr vom Schmelzwasserangebot oder dem Abfluß eines Gletschers abhängen (Paterson, 1964, Hirtlreiter, 1986).

Die Geschwindigkeit nimmt immer ein Jahr nach einer entsprechenden Akkumulation zu. Diese Zeitspanne von genau einem Jahr rührt natürlich hauptsächlich daher, daß die Messungen nur jährlich und im Spätsommer oder Frühherbst stattfinden. Prinzipiell aber ist die Verschiebung zwischen Akkumulation und Geschwindigkeitssteigerung ein Jahr, unabhängig vom Schmelzwasserangebot. Sogar in Jahren mit ausgesprochen wenig Ablation und damit wenig Schmelzwasser aber genug Akkumulation nimmt die Geschwindigkeit trotzdem zu, wie zum Beispiel nach dem Jahr 1964/65. Damals war die Sommerbilanz ausgeglichen bis leicht negativ und die Winterbilanz enorm positiv. Im Jahr darauf wurde bis jetzt der größte Anstieg in der Geschwindigkeit festgestellt, sowohl am Kesselwandferner als auch am Hintereisferner.

Dazu wurde das oben beschriebene einfache lineare Speichermodell entwickelt, dessen Kernaussage ist, daß die jährliche Akkumulation im Akkumulationsgebiet am besten geeignet ist, die jährlichen Geschwindigkeitsänderungen zu beschreiben. Die beschleunigte Bewegung wird von der jährlichen Auflast und von den Bedingungen im Sommer bestimmt, deshalb erklärt auch die spezifische Bilanz b_c die Schwankungen besser als die spezifische Winterbilanz b_w alleine.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die jährliche Akkumulation die Geschwindigkeit dominiert und das Wasser nur ein limitierender Faktor ist.

Dieses Modell ist aber eher eine phänomenologische Beschreibung der Abläufe in der Natur und sagt eigentlich noch nichts über die wahre Physik dieser Prozesse, die sich am Gletscherbett abspielen, aus.

Es sagt nichts darüber aus warum zum Beispiel der KWF und der HEF die Höhe der Firngebietes über Jahre hinaus sehr konstant halten, selbst während eines Vorstoßes. Es sieht so aus als ob die Gleitgeschwindigkeit sehr empfindlich auf kleine Änderungen der basalen Schubspannung reagiert (Iken, 1993). Falls ein Grenzwert der Schubspannung überschritten wird, scheint der Gletscher die Oberfläche in ein neues Gleichgewicht zu "kippen" (Körner, 1983). Nur wenn der

Mechanismus am Gletscherbett, der dies verursacht, nicht funktioniert oder sonst irgendwie unterbrochen wird, ist der Gletscher imstande Masse im Firngebiet aufzubauen (Heinrichs et. al., 1996). Dies war zum Beispiel der Fall beim Hintereisferner im Jahr 1914 bis 1918, wo das Firngebiet einen Zuwachs von ca. 15 m aufbaute (Hess, 1924). Die Geschwindigkeit in dieser Zeitspanne stieg von 20 m/a auf bis über 120 m/a an um schließlich wieder auf ca. 15 m/a im Jahre 1922 abzusinken (Kuhn et. al., 1996; Span et. al. 1997). Dieser Minisurge kann mit dem linearen Speichermodell nicht erklärt werden, welches ja von einer konstanten Höhenlage des Firngebietes ausgeht. Vor kurzem haben Iken und Truffer (1997) herausgefunden, daß der Zusammenhang zwischen der beobachteten Geschwindigkeit des Findelengletschers und den Verbindungen des subglazialen Abflußsystems eine wesentliche Rolle in der Dynamik während des Vorstoßes spielten. Die Autoren interpretieren die jährlichen Schwankungen der Oberflächengeschwindigkeit als eine Folgerung der Änderung der Verbindungen innerhalb des Abflußsystems. Falls die angenommenen Änderungen des subglazialen Abflußsystems für die jährlichen Änderungen der Geschwindigkeit verantwortlich sind, dann sind die sehr hoch korrelierten Geschwindigkeiten zwischen KWF und HEF umso erstaunlicher.

Vor kurzem haben Iken und Truffer (1997) herausgefunden, daß der Zusammenhang zwischen der beobachteten Geschwindigkeit des Findelengletschers und den Verbindungen des subglazialen Abflußsystems eine wesentliche Rolle in der Dynamik während des Vorstoßes spielten. Die Autoren interpretieren die jährlichen Schwankungen der Oberflächengeschwindigkeit als eine Folgerung der Änderung der Verbindungen innerhalb des Abflußsystems. Falls die angenommenen Änderungen des subglazialen Abflußsystems für die jährlichen Änderungen der Geschwindigkeit verantwortlich sind, dann sind die sehr hoch korrelierten Geschwindigkeiten zwischen KWF und HEF umso erstaunlicher.

Eine zufriedenstellende Antwort auf die Geschwindigkeitsschwankungen muß sicherlich das Abflußsystem und die Massenbilanz miteinbeziehen.

Zukünftige Forschungen werden hoffentlich zeigen, welcher Mechanismus für die konstante Höhe der Oberfläche des Firngebietes sorgt.

Es wäre auch sehr interessant, ob das Modell auch die Geschwindigkeiten anderer alpiner Gletscher, für welche lange Reihen existieren, beschreiben kann.



Kapitel Zehn

Ein Fließmodell des Kesselwandferners

10.1 Einleitung

Bisher wurde der Kesselwandferner erst in zwei Arbeiten über Gletschermodellierung erwähnt:

In einer Arbeit von Greuell (1992) wird versucht, die dokumentierten Längenänderungen des Hintereisferners zu simulieren. Eine Simulation, die vor 1934 beginnt, muß auch den Massenzufluß durch den KWF berücksichtigen, der bis zu dieser Zeit mit dem HEF verbunden war. In diesem Modell werden aber die Dickenänderungen während der gesamten Zeit oder die Längenänderungen des KWF nach 1934 nicht explizit angegeben. Der KWF dient also nur als Hilfe zur Abschätzung der Massenzuflusses zur Zunge des HEF.

Auch das Längsprofil des KWF war vor 1995 nicht bekannt und wurde in der Arbeit von Greuell mit Hilfe des Ansatzes einer konstanten Schubspannung errechnet.

Für den HEF liefert das Modell brauchbare Ergebnisse der Längenänderung, wobei die Eisdicken der jeweiligen Längsprofile nicht untersucht werden.

Mit einer verbesserten Version des Modells von Greuell, wurde schließlich im Rahmen der Dissertation von Frau Dr. Schlosser (1996) am IMGI die Längenänderung des HEF seit 1850 erneut berechnet. Diesmal wurden nicht nur die Längenänderung, sondern auch die Dickenänderung betrachtet und mit dem neuen verbesserten Datenmaterial erfolgreich simuliert. Allerdings wird in dieser Dissertation auch erwähnt, daß mit dem verwendeten Modell eine Simulation des KWF unrealistische Ergebnisse liefert, und daher unbrauchbar ist.

Während der Arbeit von Frau Dr. Schlosser waren die Eistiefenmessungen des KWF noch nicht ausgewertet, sodaß der Untergrund berechnet werden mußte. Die fehlende Kenntnis des Längsprofils des Gletscherbettes und die zu starre Dynamik des Modells ließen keine vernünftige Abschätzung des Massenzuflusses in den Hintereisferner zu.

Das hier vorgestellte Fließmodell baut nicht auf dem Modell von Greuell (1992) oder Schlosser (1996) auf, sondern ist eine Eigenentwicklung mit einigen wesentlichen Unterschieden zu den früheren Modellen (Budd und Jenssen, 1975, Kruss und Smith, 1982, Bindschadler, 1982, Oerlemans, 1986).

Die zwei wesentlichsten Unterschiede sind die Behandlung der Querschnittsänderungen und vor allem die Parametrisierung der Oberflächengeschwindigkeit mit Hilfe des linearen Speichermodells aus dem vorigen Kapitel. Es entfällt somit ein explizit eingebautes Gleitmodell.

10.2 Die Herleitung der bestimmenden Gleichung für die zeitliche Änderung des Kesselwandferners

Die Geometrie der Querschnitte (mit Ausnahme des Längsprofils) des KWF ist relativ einfach und die Tatsache, daß es keine Seitengletscher gibt, rechtfertigen die Entwicklung eines eindimensionalen Modells mit spezieller Berücksichtigung der 2. und 3. Dimension.

Um die zeitliche Entwicklung eines Gletschers beschreiben zu können benötigt man die Bestimmungsgleichung für die Eisdicke, welche wir aus der Kontinuitätsgleichung (Pichler, 1997)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad 10.2.1$$

herleiten können. Integriert man die Kontinuitätsgleichung in vertikaler Richtung (z-Richtung im globalen kartesischen Koordinatensystem, Abb. 10.2.1) von $z=B$ am Untergrund bis $z=S$ an der Oberfläche, dann wird aus Gleichung 10.2.1

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_B^S \rho dz = - \frac{\partial}{\partial x} \int_B^S \rho u dz - \frac{\partial}{\partial y} \int_B^S \rho v dz - \frac{\partial}{\partial z} \int_B^S \rho w dz \quad 10.2.2$$

Falls die Dichte ρ konstant verbleibt und b bzw. b' die Massenbilanz in m/a Eisäquivalent darstellen, dann wird aus 10.2.2 der Ausdruck

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial h}{\partial t} &= -\rho \frac{\partial q_x}{\partial x} - \rho \frac{\partial q_y}{\partial y} + \rho b + \rho b' \Rightarrow \\ \frac{\partial h}{\partial t} &= -\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} + b + b' \end{aligned} \quad 10.2.3$$

wobei $q_x = \int_B^S u dz$ und $q_y = \int_B^S v dz$ die Massenflüsse in x- bzw. y-Richtung

angeben.

Werden die Ausdrücke q_x und q_y differenziert, so schreibt man

$$\frac{\partial h}{\partial t} = b + b' - h \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) - \bar{u} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) - \bar{v} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right) \quad 10.2.4$$

wobei \bar{u} und \bar{v} die horizontalen Geschwindigkeitskomponenten, gemittelt über die Tiefe z darstellen.

Verlegt man nun die x-Richtung in eine zentrale Fließlinie (Stromlinie), so wird $\bar{v} = 0$ und $\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \neq 0$, dann wird aus Gleichung 10.2.4

$$\frac{\partial h}{\partial t} = b - h \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) - \bar{u} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right), \quad 10.2.5$$

weil man zusätzlich Annehmen kann, daß das Schmelzen im Untergrund b' vernachlässigbar ist.

Die Gleichung 10.2.5 stellt den mathematischen Kern des Fließmodells dar. Bei dieser Gleichung ist die gesuchte Größe nicht der Querschnitt, sondern die Höhe h , sodaß keine wie auch immer gearteten Annahmen über die Form des Querschnitts gemacht werden müssen.

Die Dickenänderungen beziehen sich auf eine Fließebene (=Längsschnitt) mit der Einheitsbreite 1m. Die Dehnungsraten quer zur Fließrichtung werden durch

den Term $\frac{\partial \bar{v}}{\partial y}$ in Gleichung 10.2.5 bestimmt. Um den Einfluß dieses Terms

abzuschätzen, wollen wir Gleichung 10.2.5 vereinfachen und den stationären

Fall $\frac{\partial h}{\partial t} = 0$ betrachten:

Im Akkumulationsgebiet ($b > 0$) wird das Eis entlang der Fließlinie immer dicker

($\frac{\partial h}{\partial x} > 0$) und auch die mittlere Geschwindigkeit nimmt zu ($\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} > 0$), das heißt die

Querdehnungsrate $\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} < 0$ sein muß. Es wird also Eis zur Fließebene

hineintransportiert, wohingegen im Ablationsgebiet Eis aus dieser Einheitsebene entnommen wird.

Dies gilt jedoch nur, solange das Gleiten vernachlässigbar ist.

In einer bemerkenswerten Arbeit von Raymond (1971) wird gezeigt, wie die Größenordnung der Querdehnungsrate an der Fließlinie berechnet werden kann:

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = -\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \left(1 - \frac{A}{hB} \right) \quad 10.2.6$$

mit A als Querschnittsfläche und B als Breite des Gletschers an der Oberfläche.

Nimmt man an der Querschnitt sei eine Parabel mit $A = 2/3 \cdot B \cdot h$, so wird 10.2.6 zu

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = -\frac{1}{3} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \quad 10.2.7$$

Für andere Querschnittsformen kann die Beziehung 10.2.6 ebenfalls angewendet werden. Im Extremfall eines rechteckigen Querschnitts ($A = B \cdot h$)

wird $\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0$. Im generellen aber gilt

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = -\lambda \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \quad 10.2.8$$

wobei λ natürlich entlang der Fließlinie variieren kann, aber lokal zeitlich konstant verbleibt.

Um die Gleichung 10.2.5 lösen zu können, brauchen wir noch eine Beziehung für die Berechnung der Geschwindigkeit u .

Zu diesem Zwecke wird die Bewegungsgleichung für temperiertes Eis aus dem 6. Kapitel (Gleichung 6.2.13) auf 2 Dimensionen reduziert. Diese Bewegungsgleichung kann auch in den einzelnen Komponenten geschrieben werden

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = -\rho g_x \quad 10.2.9$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = -\rho g_y \quad 10.2.10$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = -\rho g_z. \quad 10.2.11$$

wobei die x -Koordinate horizontal in Fließrichtung, die y -Koordinate quer zur Fließrichtung und die z -Koordinate in Richtung des lokalen Zenits weisen. Da hier nur die Terme in x - und z -Richtung berücksichtigt werden, welche die Dynamik des 2-dimensionalen Längsprofils beschreiben, fallen alle Terme, die Änderungen in y -Richtung enthalten, heraus. Die Gleichungen 10.2.9 bis 10.2.11 reduzieren sich damit zu (mit $g_x = 0$)

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \quad 10.2.12$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = -\rho g_z. \quad 10.2.13$$

Um diese Gleichungen lösen zu können, wird angenommen der Gletscher könne an jedem Punkt wie eine planparallele Platte behandelt werden. Dazu wird der Ursprung des kartesischen Koordinatensystems zum Gletscheruntergrund hin verschoben und um die y -Achse gedreht bis die x -Achse parallel zur Tangente der Oberfläche ist (lokales kartesisches Koordinatensystem). Die Lage der x -Achse ändert sich somit entlang der zentralen Fließlinie immer mit der Oberflächenneigung (Abb. 10.2.1). Die dabei auftretenden Änderungen der Werte für die Spannungen aufgrund der Koordinatentransformation werden hier nicht berücksichtigt. Die Differenzen sind bei den auftretenden Oberflächenneigungen so gering, daß sie zum Zweck eines numerischen Modells ruhig vernachlässigt werden können.

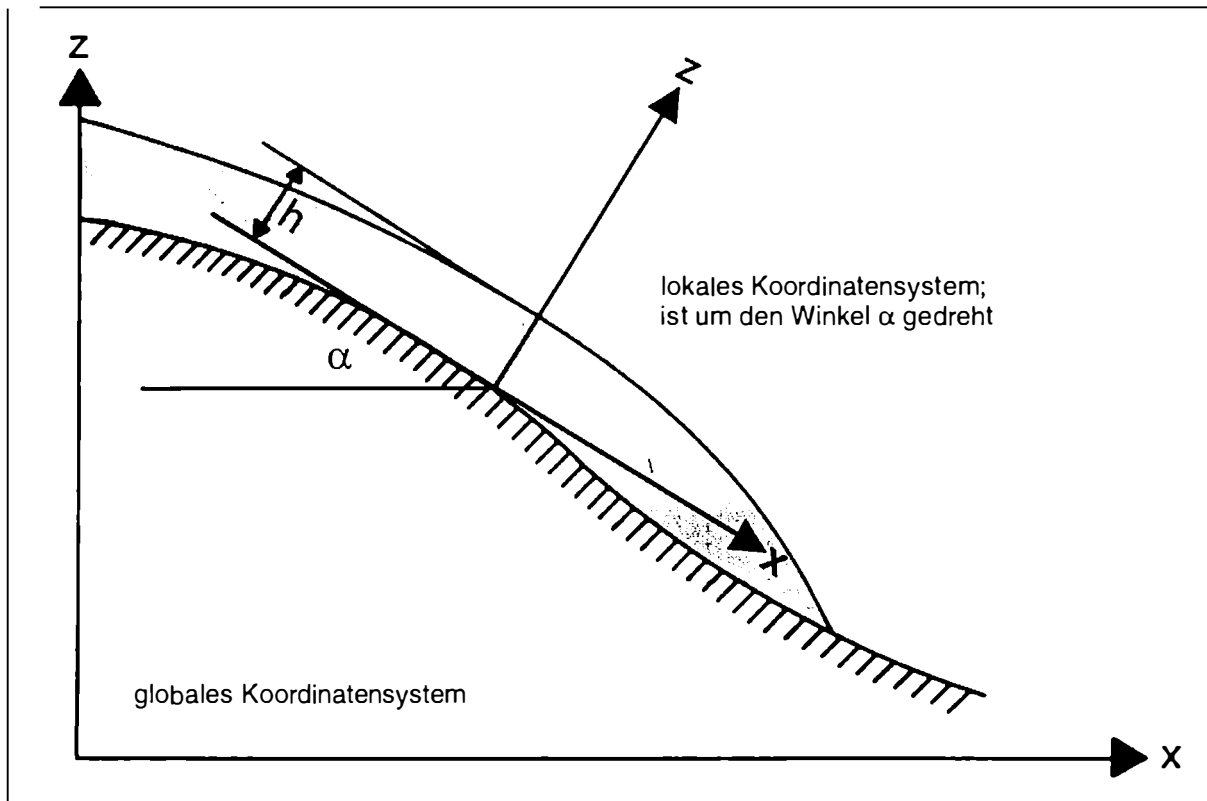


Abb. 10.2.1: Definition des globalen und lokalen kartesischen Koordinatensystems.

Nach dieser Koordinatentransformation lauten die Gleichungen 10.2.12 und 10.2.13

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = -\rho g \sin \alpha \quad 10.2.14$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = -\rho g \cos \alpha. \quad 10.2.15$$

Da bei einer planparallelen Platte alle Gradienten in x-Richtung verschwinden reduziert sich das obige Gleichungssystem zu

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = -\rho g \sin \alpha \quad 10.2.16$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = -\rho g \cos \alpha. \quad 10.2.17$$

Die Schubspannung in der Tiefe (h-z) erhält man mittels Integration der Gleichung 10.2.16

$$\tau_{xz} = \rho g(h-z) \sin \alpha. \quad 10.2.18$$

Da es sich bei Eis um ein inkompressibles Medium handelt, verschwindet die Divergenz ($\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$) oder im 2-dimensionalen Fall

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad 10.2.19$$

Aus dieser Beziehung ist sofort ersichtlich, daß keine Bewegung in z-Richtung vorkommt (keine Gradienten in x-Richtung!) und somit die Stromlinien parallel verlaufen. Daher spricht man in der Glaziologie im Falle einer planparallelen Platte von laminarem Fließen.

Um die Geschwindigkeit in x-Richtung zu erhalten, bedient man sich des Stoffgesetzes für temperiertes Eis aus dem 6.Kapitel (Gleichung 6.2.12), mit dem einzig verbleibenden Term des Deformationstensors

$$\dot{\epsilon}_{xz} = \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial z} = A \tau^{n-1} \tau_{xz}. \quad 10.2.20$$

Die effektive Schubspannung τ wird im 2-dimensionalen Fall und ohne Gradient in x-Richtung zu

$$\tau = \tau_{xz} \quad 10.2.21$$

damit gilt für Gleichung 10.2.20 die Beziehung

$$\dot{\epsilon}_{xz} = \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial z} = A \tau_{xz}^n \quad 10.2.22$$

Diese Gleichung läßt sich mit Hilfe von 10.2.18 leicht integrieren und ergibt für die Geschwindigkeit in x-Richtung

$$u_s - u(z) = \frac{2A}{n+1} (\rho g \sin \alpha)^n (h-z)^{n+1} \quad 10.2.23$$

$$u_s - u_b = \frac{2A}{n+1} (\rho g \sin \alpha)^n h^{n+1} \quad 10.2.24$$

In dieser Gleichung (siehe Kapitel 7, S 84) sind u_s die Oberflächengeschwindigkeit und u_b die Geschwindigkeit am Gletscherbett; beide parallel zur

x-Richtung. Da $n = 3$, sieht man, daß die meiste Geschwindigkeitsabnahme (-zunahme) sich im Bereich des Untergrundes ereignet.

Da aber bei einem reellen Gletscher die Gradienten in x-Richtung nicht verschwinden, benötigen wir zur Berechnung der Deformationsgeschwindigkeit noch eine Erweiterung in Gleichung 10.2.24. Diese Gleichung (10.3) enthält implizit die basale Schubspannung (10.2.18) für eine planparallele Platte. Zur Berücksichtigung der longitudinalen Spannungsgradienten wird ein mit einer Dreiecksfunktion gewichtetes Mittel der Schubspannung $\overline{\tau_{xz}}$ eingeführt (Kamb und Echelmeyer, 1986). Somit errechnet sich die Deformationsgeschwindigkeit u_d aus

$$u_s - u_b = u_d = \frac{1}{2} A (\overline{\tau_{xz}})^3 h \quad 10.2.25$$

Für den Fließparameter A wird der gleiche Wert wie schon bei der FEM Berechnung verwendet, und zwar $6,88 \cdot 10^{-17} \text{ Pa}^{-3} \text{ a}^{-1}$. Um die Qualität der Gleichung 10.2.25 zu prüfen, wurde die Deformationsgeschwindigkeit eines Längsprofils mit der Oberfläche von 1971 berechnet. Diese Oberfläche wurde, um die Lösung zu verbessern, mit einem 5-fach übergreifenden Mittel geglättet.

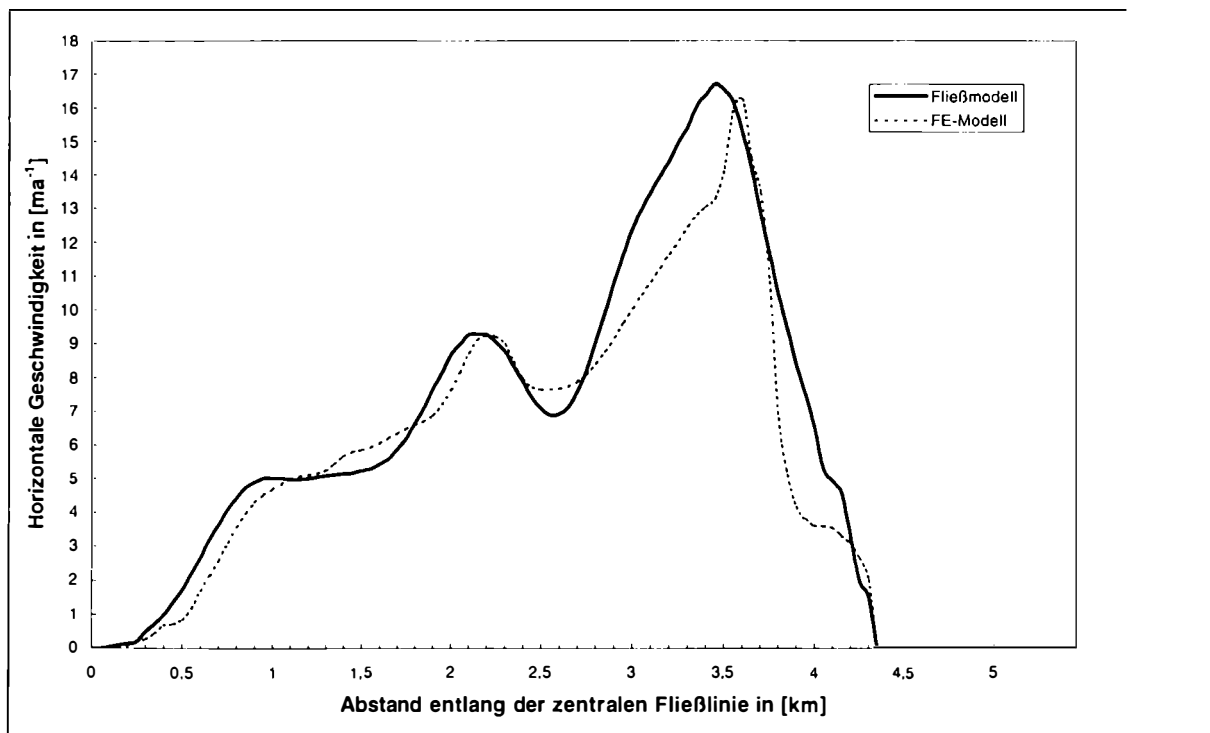


Abb. 10.2.1: Der Vergleich zwischen der errechneten Deformationsgeschwindigkeit mit Hilfe der Gleichung 10.2.25 (durchgezogene) und der FE-Methode (strichlierte Linie). Für beide Methoden wurde ein Längsprofil mit der Oberfläche des KWF von 1971 verwendet.

Diese Ergebnisse wurden dann mit denen einer FEM-Berechnung verglichen. Bei der oben erwähnten Mittlung der Schubspannung erreicht man eine recht gute Übereinstimmung mit dem FE-Ergebnis (Abb. 10.2.1).

Die Gleitgeschwindigkeit wird in diesem Modell nicht explizit berechnet, da für alle geläufigen Gleitgesetze (Budd et. al., 1979; Bindschadler, 1983) die Eingabeparameter, vor allem der basale Wasserdruck nicht bekannt sind. Weiters haben Iken und Truffer (1997) gezeigt, daß die Gleitgeschwindigkeit zum größten Teil von der Verbindung zwischen den einzelnen Abflußkanälen abhängt. Auch bei bekanntem basalem Wasserdruck entlang der Fließlinie und der zeitlichen Änderung, wären die gebräuchlichen Gleitgesetze nicht ausreichend, um die Schwankungen der Oberflächengeschwindigkeit zu erklären.

Die großen Schwankungen der Geschwindigkeit am Kesselwandfener bei annähernd gleichbleibender Oberfläche werden in diesem Modell mit Hilfe der im vorigen Kapitel beschriebenen linearen Speichermodells berechnet.

Die Änderung der Oberflächengeschwindigkeit errechnet sich mit Hilfe der Gleichung 9.4.3 aus dem 9. Kapitel

$$u(t+1) = K_1 u(t) \Delta t + K_2 b_c^*(t) \Delta t \quad 10.2.26$$

Wie aus der Abbildung 9.4.1 in Kapitel 9 ersichtlich ist, bleibt die Konstante K_1 entlang der Fließlinie annähernd unverändert. Die Werte bewegen sich in einem sehr schmalen Bereich. Bei der Konstante K_2 hingegen ist eine klare Abhängigkeit entlang der Fließlinie gegeben.

Bei einer konstanten Höhenlage des Firngebietes und einem ortsunabhängigen Wert für K_1 für einen bestimmten Zeitraum (20-30 Jahre am Kesselwandfener), ist es deshalb recht einfach die Konstante K_2 an der Gleichgewichtslinie mit Hilfe der Gleichung 9.4.6 (Kap. 9)

$$K_2 = \frac{(1 - K_1) \cdot S_c}{A_f} \quad 10.2.27$$

abzuschätzen.

Die einzige Schwierigkeit bleibt die Bestimmung von K_2 entlang der ganzen Fließlinie, denn hier kann die Höhenänderung nicht dauernd vernachlässigt werden, wodurch K_2 nicht mehr konstant verbleibt.

Man bestimmt deshalb vorerst die Konstante K_2 an der mittleren Gleichgewichtslinie für einen bestimmten Zeitraum (20-30 Jahre) mittels der bekannten Eisdicke (Querschnitt A), wobei K_1 entlang der Fließlinie und auch zeitlich konstant verbleibt.

Damit kann die jährliche Oberflächengeschwindigkeit u_s an der mittleren Gleichgewichtslinie für diese Periode berechnet werden. Weiters ist an jeder Stelle des Gletschers die Deformationsgeschwindigkeit u_d (Gleichung 10.2.25) bekannt. Damit kann nun das Verhältnis von u_d/u_s an der Gleichgewichtslinie

gebildet werden. Dieses Verhältnis $u^* = \frac{u_d}{u_s}$ gibt den Gleitanteil an der Gesamtgeschwindigkeit wieder:

$$\text{Gleitanteil}[\%] = (1 - u^*)100$$

10.2.28

Am Beginn der Fließlinie wird angenommen, daß $u^* = 1$, das heißt es kommt nur reine Deformation vor.

Um den Verlauf von u^* entlang der Fließlinie bestimmen zu können, wurde die Deformationsgeschwindigkeit aus den FE-Berechnungen mit den gemessenen Oberflächengeschwindigkeit in Beziehung gesetzt. Dabei wird angenommen, daß die Annahme unter Abschnitt 8.3.2 (Kapitel 8, S. 107) gültig sei. Für diese Berechnung wurden für die Jahre 1971/72, 1977/78 und 1984/85 mittels FEM die Deformationsgeschwindigkeit und somit der Verlauf von u^* bestimmt und die Ergebnisse dieser Berechnungen sind in der folgenden Abb. 10.2.2 eingetragen.

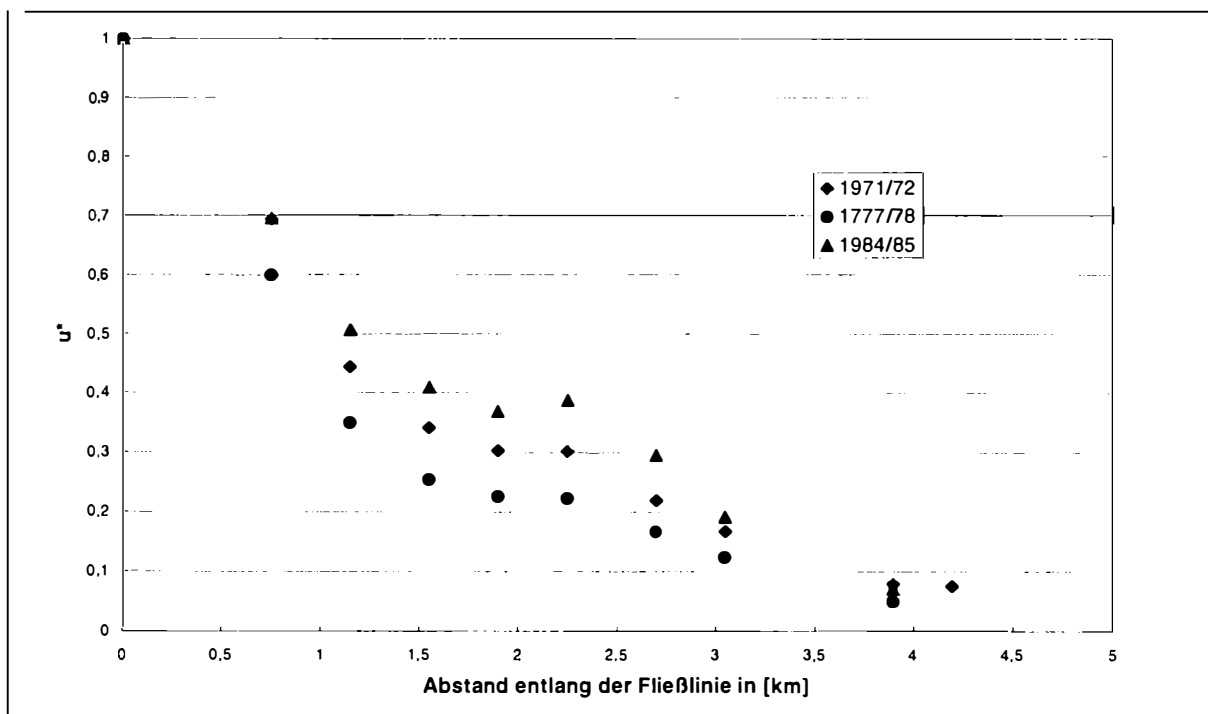


Abb. 10.2.2: Der Verlauf von u^* aus den FEM-Berechnungen und den gemessenen Oberflächengeschwindigkeiten.

Aufgrund dieser Ergebnisse in Abb. 10.2.2 wird hier angenommen, daß u^* exponentiell in Richtung Gletscherende abnimmt:

$$u^* = \frac{u_d}{u_s} = e^{\delta \frac{x}{L}} \quad 10.2.29$$

mit

$$\delta(ELA) = \frac{(\ln u^*)}{x} L \quad 10.2.30$$

wobei x die Länge vom Beginn der Fließlinie bis zur Gleichgewichtslinie und L die Gletscherlänge bedeutet. Das δ wird nach jedem Zeitschritt an der Gleichgewichtslinie berechnet, womit sich schließlich aus Gleichung 10.2.29 der Verlauf von u^* , entlang der Fließlinie berechnen läßt. Da die Deformationsgeschwindigkeit u_d an jedem Gitterpunkt ausgerechnet wird (Gleichung 10.2.25), ist somit auch die Oberflächengeschwindigkeit an jedem Punkt bekannt.

Wie aus der Abb. 10.2.3 ersichtlich ist, geht die Kurve von u^* durch den errechneten Wert an der Gleichgewichtslinie (ELA) und bestimmt damit die Werte von u_s , und folglich auch den Gleitanteil, entlang der Fließlinie.

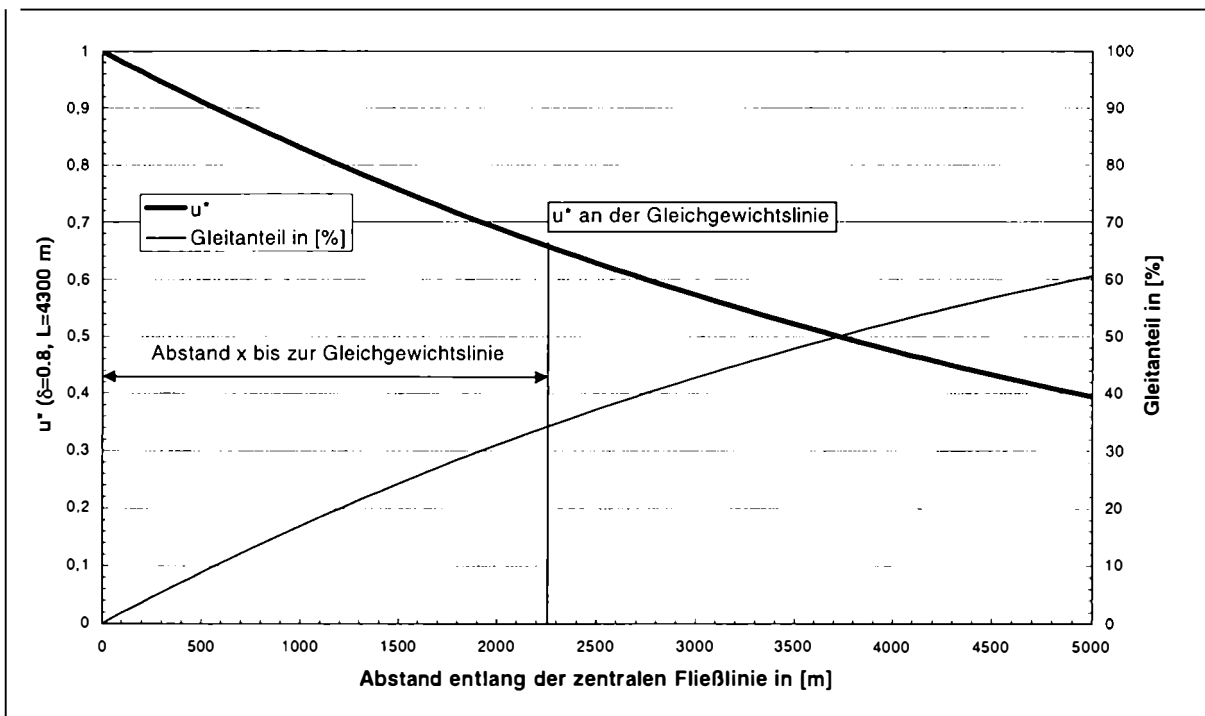


Abb. 10.2.3: Schema über den empirischen Verlauf von u^* und des Gleitanteiles entlang der Fließlinie.

Es sei hier noch einmal darauf hingewiesen, daß es nur dann möglich ist, das lineare Speichermodell in einem Fließmodell zu implementieren, wenn die Höhe des Firngebietes für eine bestimmte Periode sich annähernd im Gleichgewicht befindet (auch während eines Vorstoßes). Im Falle des Kesselwandfenners war dies während des beobachteten Zeitraums (1965 bis heute) der Fall.

Somit ist es nun möglich die zeitliche Entwicklung des Kesselwandfenners mittels Gleichung 10.2.5 an jeder Stelle des Gletschers zu Berechnen.

10.3 Randbedingungen

Ausgangspunkt für alle Berechnungen ist die Oberfläche von 1965; jener Zeit in der die alljährlichen Messungen der Massenbilanz und der Geschwindigkeit ihren Anfang nahmen (Schneider, 1970; Schneider, pers. Mitteilung).

Der Untergrund ist seit den Radio-Echolotmessungen im Jahre 1995 bekannt. Im Bereich des Eisbruchs zwischen dem D- und E-Profil wurde der Untergrund mittels der Kontinuitätsgleichung (Gleichung 10.2.5) und den bekannten Oberflächengeschwindigkeiten hineininterpoliert.

Zur Berechnung der Massenbilanz dient eine Referenzmassenbilanzkurve $b(h)$, die aus dem Mittel zwischen 1965 und 1996 gewonnen wurde (Abb. 10.3.1). Diese Kurve wird in jedem Jahr so weit in Richtung positiver oder negativer Bilanzwerte verschoben, bis die Integration über die aktuelle Gletscherlänge den jeweiligen Massenbilanzwert b ergibt.

Da der Verlauf der jährlichen spezifischen Massenbilanz mit der Höhe annähernd parallel verläuft (Abb. 10.3.1), ist diese Vorgehensweise gerechtfertigt. Diese Referenzkurve wurde schließlich durch ein Polynom vierten Grades

$$b_{\text{ref}}(h) = 835,0656 - 1,08902 \cdot h + 5,09339 \cdot 10^{-4} \cdot h^2 - 1,01454 \cdot 10^{-7} \cdot h^3 + 7,23933 \cdot 10^{-12} \cdot h^4$$

mit $R^2 = 0.99$ angenähert.

Die jeweilige Massenbilanz am jeweiligen Gitterpunkt setzt sich somit aus der Referenzmassenbilanz und dem Betrag der Verschiebung zusammen:

$$b_t(h) = b_{\text{ref}}(h) + \Delta b(t)$$

10.3.1

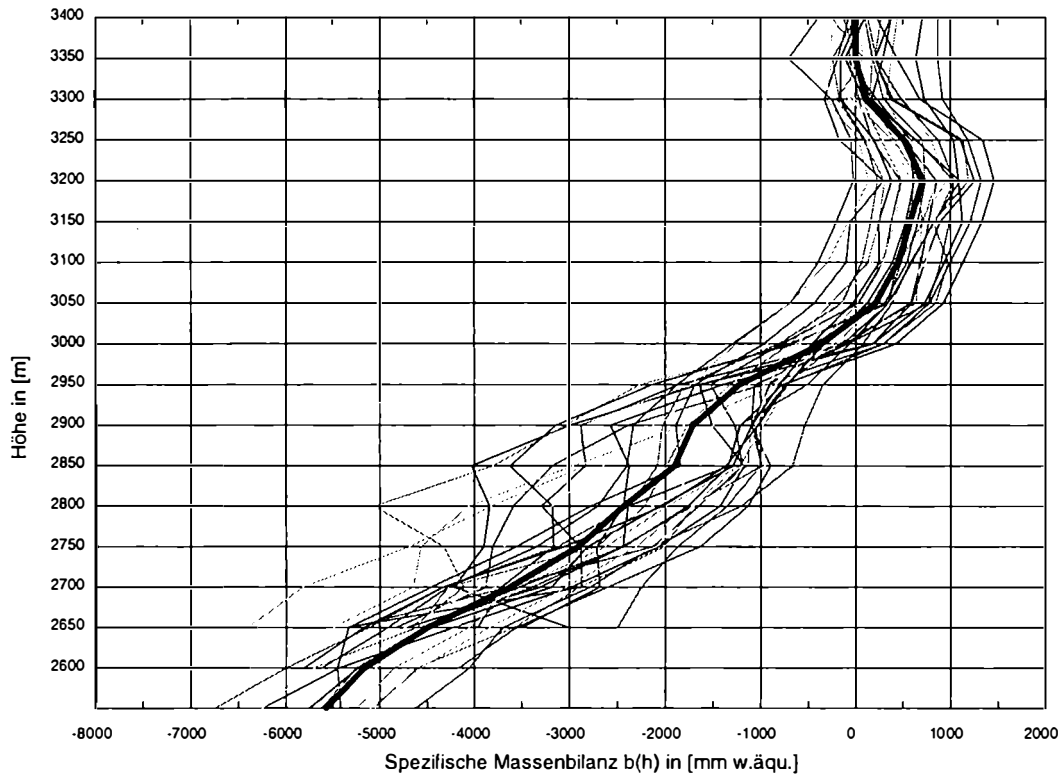


Abb. 10.3.1: Der Verlauf der spezifischen Massenbilanz mit der Höhe in den Jahren von 1965 bis 1996. Die dicke schwarze Linie stellt das Mittel aus all den erwähnten Jahren dar.

Wie im Kapitel 6 schon erwähnt, wird für die Berechnung der jährlichen Oberflächengeschwindigkeit die Massenbilanz im Akkumulationsgebiet b_c benötigt. Für die Simulation des Kesselwandfenners zwischen 1965 und 1996 wurden die gemessenen Werte von b_c verwendet. Bei Langzeitsimulationen wird die vorgegebene Massenbilanz bis zur Gleichgewichtslinie integriert ($b=0$) und als b_c übernommen.

10.4 Das numerische Schema des Fließmodells

Ein Hauptproblem bei der Erstellung von Modellen ist und bleibt, neben der Physik, die Stabilität des numerischen Schemas.

Da es sich bei der Beschreibung der zeitlichen Entwicklung eines Gletschers um eine hochgradige nichtlineare Differentialgleichung handelt, werden diese Probleme noch verstärkt auftreten.

Eine Möglichkeit auftretenden Instabilitäten zu begegnen, ist die Anwendung von sogenannten "Dämpfungsfiltern", die auftretende, sich verstärkende Amplituden einfach durch intensives geschicktes Mitteln wieder glätten.

Eine zweite Variante ist, daß man der zeitlichen Veränderung einer physikalischen Größe bestimmte Limits setzt.

Beide Verfahren verstümmeln und verschleiern allerdings die Wirkungsweise der beschreibenden Differentialgleichungen.

Daher wurde versucht ein numerisches Schema einzusetzen, das ohne diese Filter auskommt.

Ein erster wichtiger Schritt zum Verständnis des numerischen Schemas ist die Untersuchung der Kerngleichung (10.2.5) des Modells:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = b - h \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) - \bar{u} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) \quad 10.4.1$$

oder nach Umformung mit Hilfe von 10.2.8

$$\frac{\partial h}{\partial t} = b - \frac{\partial}{\partial x}(\bar{u}h) + \lambda h \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \quad 10.4.2$$

wobei $\bar{u} = fu_s$. Setzt sich die Oberflächengeschwindigkeit nur aus der reinen Deformation zusammen, so erkennt man unter Beachtung der Gleichung 10.2.25 sofort die hochgradige Nichtlinearität der Kerngleichung.

Das hier verwendete Schema lehnt sich an das numerische Verfahren, das von Herrn Dr. Vergeiner ausgearbeitet, und in der Dissertation von Frau Schlosser (1996) präsentiert wurde.

Es handelt sich dabei um ein direktes explizites Schema. Setzt man für u die Deformationsgeschwindigkeit ein, stellt sich heraus, daß die Gleichung sowohl Advektion als auch Diffusion enthält, wobei die Advektion immer positiv, also immer abwärts gerichtet ist. Als Lösung bietet sich das "upstream differencing"

an, wonach der Gradient $\frac{\partial h}{\partial x}$ einseitig approximiert wird, und zwar von der Seite,

aus der die Advektion kommt (upstream). Denn aus der Theorie der linearen Stabilität weiß man, daß der zeitliche Vorwärtsschritt bei Gleichungen vom

Advektionstyp instabil ist, wenn der räumliche Gradient $\frac{\partial h}{\partial x}$ in zentrierter Form

approximiert wird. Die diskretisierte Gleichung hat damit die Form

$$\frac{h_i^{t+1} - h_i^t}{\Delta t} = -\frac{1}{\Delta x} f[(uh)_i^t - (uh)_{i-1}^t + h_i^t \lambda (u_i - u_{i-1})^t] + b_i^t \quad 10.4.2$$

wobei $u = u_s$.

Der Räumliche Gitterpunktabstand beträgt 50 m, um genügend Auflösung während der Vorstoßphase des Kesselwandferners zu besitzen. Der Zeitschritt wurde mit 0.1 Jahren festgelegt und genügt damit den Stabilitätskriterien. Auch wenn der Zeitschritt verkleinert wird, ändert sich dadurch nichts am Ergebnis.

Die Fließlinie beginnt am Fluchtkogel mit einer Höhe von 3490 m, ist 5450 m lang (110 Gitterpunkte) und endet am Talboden des Hintereisferners bei 2360 m (Abb 11.1.1, S. 163).

Dieses explizite numerische Schema ist sehr stabil und benötigt keine Mittlung der Oberfläche nach jedem Zeitschritt und auch keine Limits der Höhenänderung oder sonstiger Veränderlichen.

10.5. Eichung des Modells

Als Eichperiode stehen die benötigten Daten über Geschwindigkeits-, Dicken-, Längen- und Massenbilanzänderungen seit 1965 zur Verfügung (pers. Mitteilung von Herrn H. Schneider und G. Markl).

Die im Modell vorkommenden Parameter und ihre Bedeutung sind in der untenstehenden Tabelle zusammengefaßt.

Es sind insgesamt vier Parameter, die nachfolgend behandelt werden:

Der Fließparameter **A**

wurde mit dem Wert $6,88 \cdot 10^{-17}$ besetzt und ist damit gleich wie im FE-Modell. Dieser Wert stammt aus den FEM-Berechnungen im Kapitel 8 und bietet die beste Übereinstimmung der Geschwindigkeit im Firngebiet zwischen FEM und Messungen. Aus diesem Grunde wurde dieser Parameter konstant gehalten. Diese "Schraube" im Modell, die das Eis weicher oder härter hätte machen können, entfällt somit. Dadurch bleibt auch die Physik des Modell realistischer.

Faktor **f**

Um die mittlere Geschwindigkeit durch einen Querschnitt mit der Einheitsbreite zu ermitteln, muß die Gleichung 10.2.24 über die Tiefe integriert werden und man erhält

$$\bar{u} = \frac{4}{5}u_d + u_b = fu_s$$

10.5.1

für $n=3$. Der Faktor f sollte entlang der Fließlinie variieren, wurde aber für jeden Gitterpunkt auf 0,81 gesetzt, um das Modell zu vereinfachen und überschaubarer zu halten. Der angegebene Wert wurde solange verändert bis die gemessenen Längenänderungen am besten mit den Simulierten zusammenpaßten. Aus Gleichung 10.5.1 ist ersichtlich, daß der Wert von 0,81 nicht aus der Luft gegriffen ist.

Konstante K_1

Diese "Trägheits-" oder "Dämpfungskonstante" aus Gleichung 10.2.26 wird an jedem Gitterpunkt und zu allen Zeiten konstant gehalten, wobei der spezifische Wert von 0,69 nur für den Kesselwandferner gültig ist.

Konstante K_2

Diese "Forcingkonstante" für b_c^* aus Gleichung 10.2.26 bleibt nur von 1965 bis 1996 konstant ($K_2=13,6$). Für längere Simulationszeiträume wird der Wert K_2 mit Hilfe der Gleichung 10.2.27 an der Gleichgewichtslinie alle 20-30 Jahre neu bestimmt.

Parameter λ

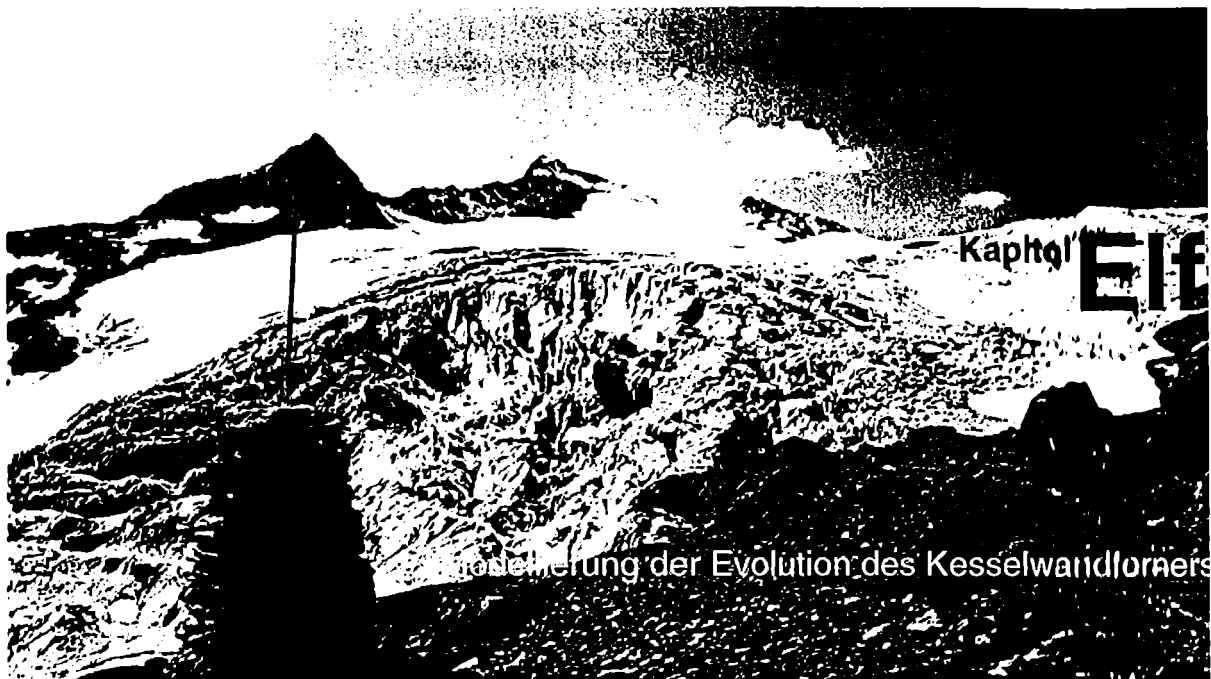
Dieser Parameter bestimmt den Massenfluß quer zur Fließrichtung über den horizontalen Geschwindigkeitsgradienten. Das heißt: Nimmt die horizontale Geschwindigkeit zu, so fließt Masse in das Längsprofil mit der Einheitsbreite und umgekehrt. Es hat sich jedoch gezeigt, daß man die beste Übereinstimmung mit den gemessenen Längenänderungen erhält, indem dieser Parameter entlang der Fließlinie konstant gehalten und mit 0 festgesetzt wird. Dieser Wert entspricht nach Gleichung 10.2.6 einer rechteckigen Querschnittsform oder einer mittleren Geschwindigkeit durch den Querschnitt, die hauptsächlich durch das Gleiten bestimmt wird. Dabei spielt die Form des Querschnittes keine Rolle mehr.

Zusammenfassung

Das Modell kommt also mit nur **zwei Parametern**, oder "Schrauben" aus, nämlich f und λ mit denen sich die Ergebnisse der gerechneten Gletscherlängen an die Messungen anpassen lassen. In der nachfolgenden Tabelle sind alle Parameter, deren Werte und Bedeutung noch einmal zusammengefaßt.

Parameter	Wert	Bedeutung	Variable im Modell
A	$6,88 \cdot 10^{-17} [\text{Pa}^{-3} \text{a}^{-1}]$	Fließparameter im Fließgesetz	nein
f	0,81	Faktor der Oberflächengeschwindigkeit mit mittlerer Geschwindigkeit verknüpft	ja
K1	0,71	1. Konstante im linearen Speichermodell	nein
K2	3,84	2. Konstante im linearen Speichermodell (zwischen 1965 und 1996); wird alle 30 Jahre neu berechnet	nein
λ	0	Parameter der den Massenfluß quer zur Fließrichtung über den horizontalen Geschwindigkeitsgradienten steuert	ja

Tabelle 10.5.1: Alle verfügbaren Parameter im Fließmodell und deren Bedeutung



11.1 Vergleich der Modellrechnungen für die Jahre 1965 bis 1996

Seit 1965 werden am Kesselwandferner die Daten über Massenbilanz- (pers. Mitt. G. Markl), Geschwindigkeits-, Dickenänderungs- und Längenänderungen erhoben (pers. Mitt. H. Schneider).

Während dieser Zeit war der Kesselwandferner um ca. 320 m vorgestoßen, hat sich seit 1985 zurückgezogen und das Zungenende liegt heute (1998) wieder ungefähr an jener Stelle, wo es sich 1965 befunden hatte.

Die Oberfläche von 1965 dient bei allen Simulationen als Startgeometrie. Das Längsprofil wurde mit Hilfe der Karte von 1971 (M=1:5000) und den geodätischen Höhenmessungen an den Profilen im Jahre 1965, rekonstruiert. Da in dem angegebenen Zeitraum nur eine Karte (1971) zur Verfügung steht, werden die Ergebnisse immer mit den jährlich eingemessenen Höhen an den einzelnen Profilen verglichen.

Die zentrale Fließlinie mit 50 m Gitterpunktsdistanz beginnt am Fluchtkogel und verläuft dann durch alle vorhandenen Längspegel, die so ausgewählt wurden, daß sie mit der maximalen Geschwindigkeit in den jeweiligen Querprofilen zusammenfallen (Abb. 11.1.1).

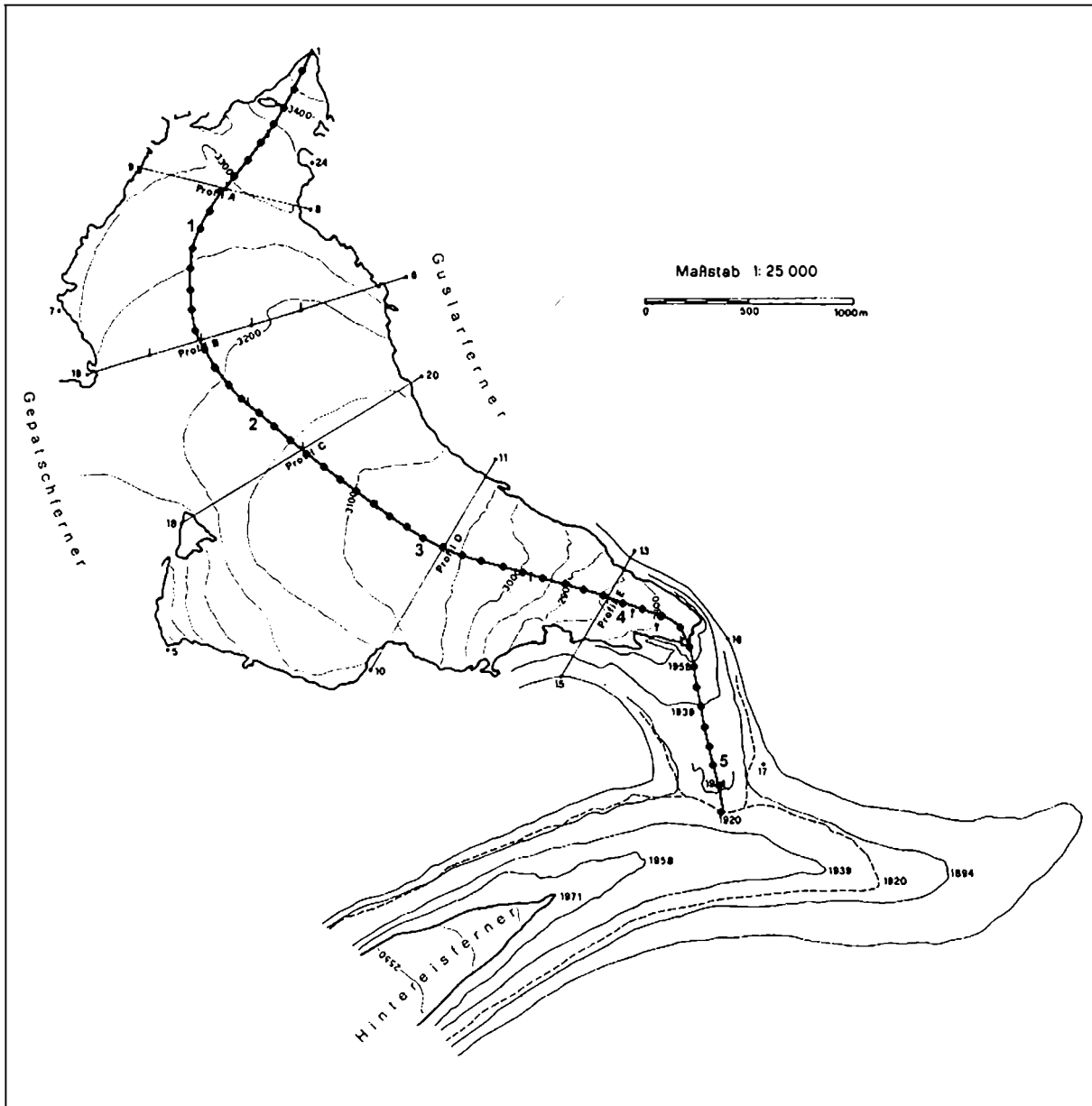


Abb. 11.1.1: Die Lage der Profile und der zentralen Fließlinie am Kesselwandferner und einige Zungenstände von HEF und KWF. Die Zahlen von 1 bis 5 an der Fließlinie geben die Länge in [km] an (Schneider, 1975).

Die Evolution der Oberfläche aus der Modellrechnung für den Zeitraum von 1965 bis 1996 ist in Abb. 11.1.2 dargestellt.

Die Differenzen zwischen modellierter und gemessener Oberfläche im Jahre 1996 sind im Firngebiet überall kleiner als 1 m; das D-Profil ist um ca. 5 m zu dick und das E-Profil um 7.5 m zu dünn (Abb. 11.1.3), wobei die beiden letzteren Profile im Ablationsgebiet liegen. Betrachtet man hingegen den zeitlichen Verlauf der Differenzen zwischen gemessener und gerechneter Oberfläche, so fällt auf, daß im Firngebiet die Abweichungen immer unter 5 m bleiben, und erst im Ablationsgebiet langsam zunehmen, aber 18 m nie überschreiten.

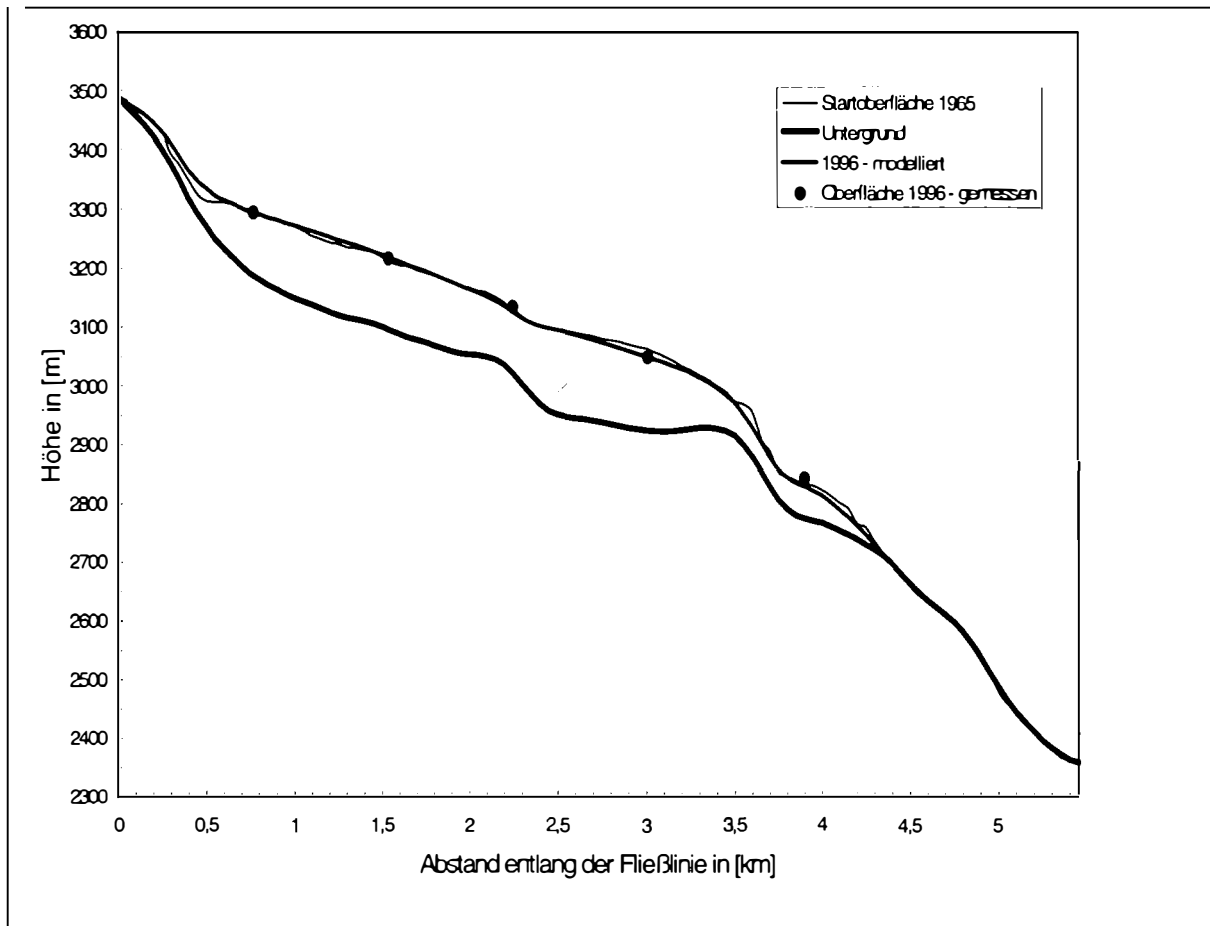


Abb. 11.1.2: Die Evolution der Oberfläche des Kesselwandferners von 1965 bis 1996.

Diese Differenzen unterhalb der Gleichgewichtslinie haben eine einfache Erklärung:

Die Oberflächentopographie des Kesselwandferners im Modell ist eine Folge des Fließfeldes und der Massenbilanz. Die Startoberfläche wurde aber direkt von den Messungen übernommen und entspricht somit nicht der Oberfläche, die sich aus dem berechneten Fließfeld und der Massenbilanz ergeben würde. Die Oberfläche im Modell muß sich im Modell erst dem Fließfeld anpassen. Jedes numerische Modell verlangt diese "Anpassungszeit", die in Falle des KWF ca. 5 Jahre dauert.

Ein weiterer Grund für die Abweichungen der Oberfläche ist der Umstand, daß das Modell nicht vollständig den Einfluß der 3. Dimension berücksichtigt. Nach dem C-Profil in Richtung D-Profil verengt sich der Querschnitt am Kesselwandferner doch deutlich. Bei gleichbleibendem Massenfluß, aber verringertem Querschnitt, muß sich zwangsläufig die mittlere Geschwindigkeit erhöhen, womit eigentlich die Gleitgeschwindigkeit gemeint ist. Das hier vorgestellte Modell ist jedoch nicht imstande das verstärkte Gleiten in Bereich des engen Gletscherbettes zu berücksichtigen. Der Gletscher im Modell ist überall entlang der Fließlinie unendlich weit ausgedehnt. Die berechneten

Oberflächengeschwindigkeiten im Modell sind deshalb (mit dem im Kapitel 10 beschriebenen Ansatz) im Bereich zwischen D- und C-Profil (Eisbruch) immer zu langsam (Abb. 11.1.5).

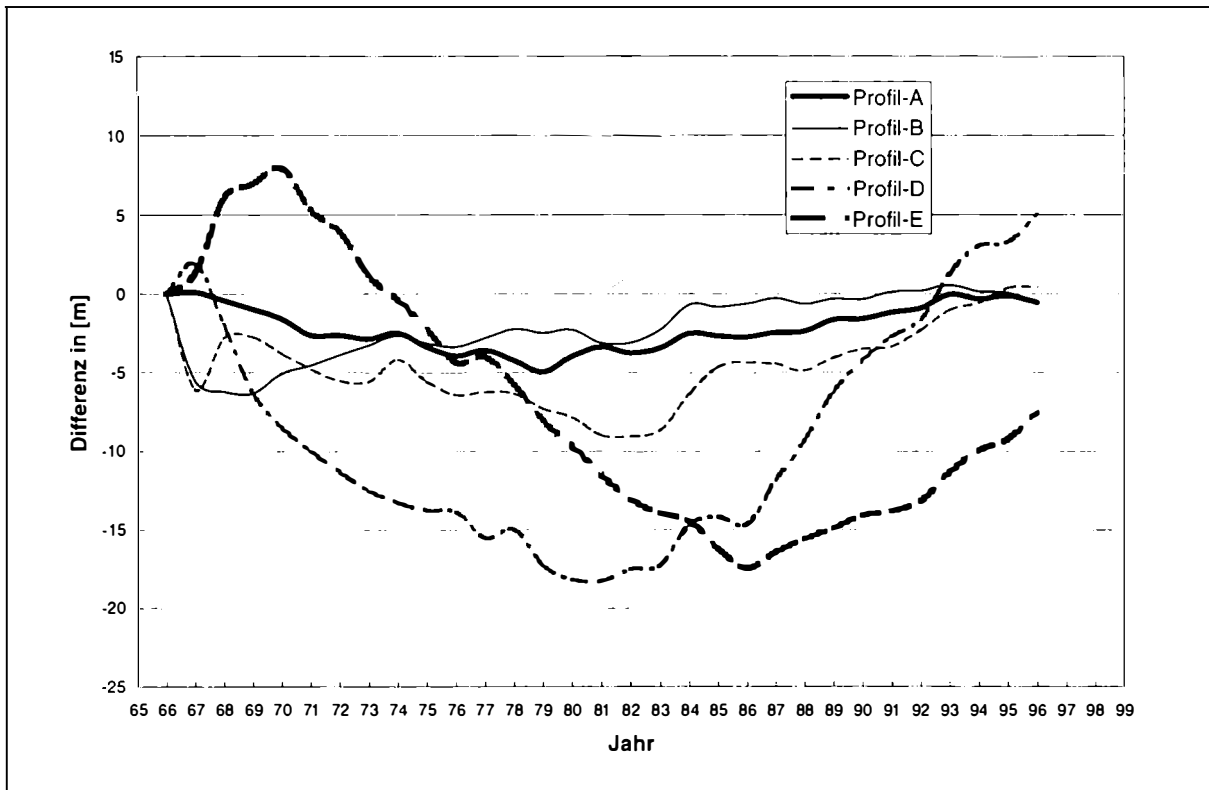


Abb. 11.1.3: Der Unterschied zwischen modellierter und gemessener Oberfläche an den Profilen. Negative Werte im Diagramm bedeuten, daß die Höhen im Modell zu niedrig sind.

Weiters ist in diesem Teilstück des Gletschers aufgrund der stark zerklüfteten Oberfläche der Untergrund nicht bekannt. Das Gletscherbett zwischen dem D- und C-Profil wurde deshalb mit Hilfe der teilweise bekannten Oberflächengeschwindigkeit durch diese Querschnitte berechnet, und im Fließmodell angewendet. Mit diesem ergänzten Untergrund wird im Modell der Massenfluß vom C- ins D-Profil richtig wiedergegeben, was sich in den berechneten Längenänderungen deutlich widerspiegelt (Abb. 11.1.4).

Die Längenänderungen im Modell passen, abgesehen von den Stufen bedingt durch die Diskretisierung von 50 m, erstaunlich gut mit den gemessenen Werten überein.

Auch das Modell reagiert vorerst verzögert auf die positiven Massenbilanzen der 60er Jahre, bleibt aber am Beginn der 70er Jahre immer über den gemessenen Werten, auch wenn man die 50 m Schritte des Modells berücksichtigt.

Der Maximalstand des KWF wurde 1985 erreicht, wie es auch vom Modell wiedergegeben wird (Abb. 11.1.6).

Im Jahr 1996 hat das Modell wieder den Stand des Startprofiles von 1965 erreicht.

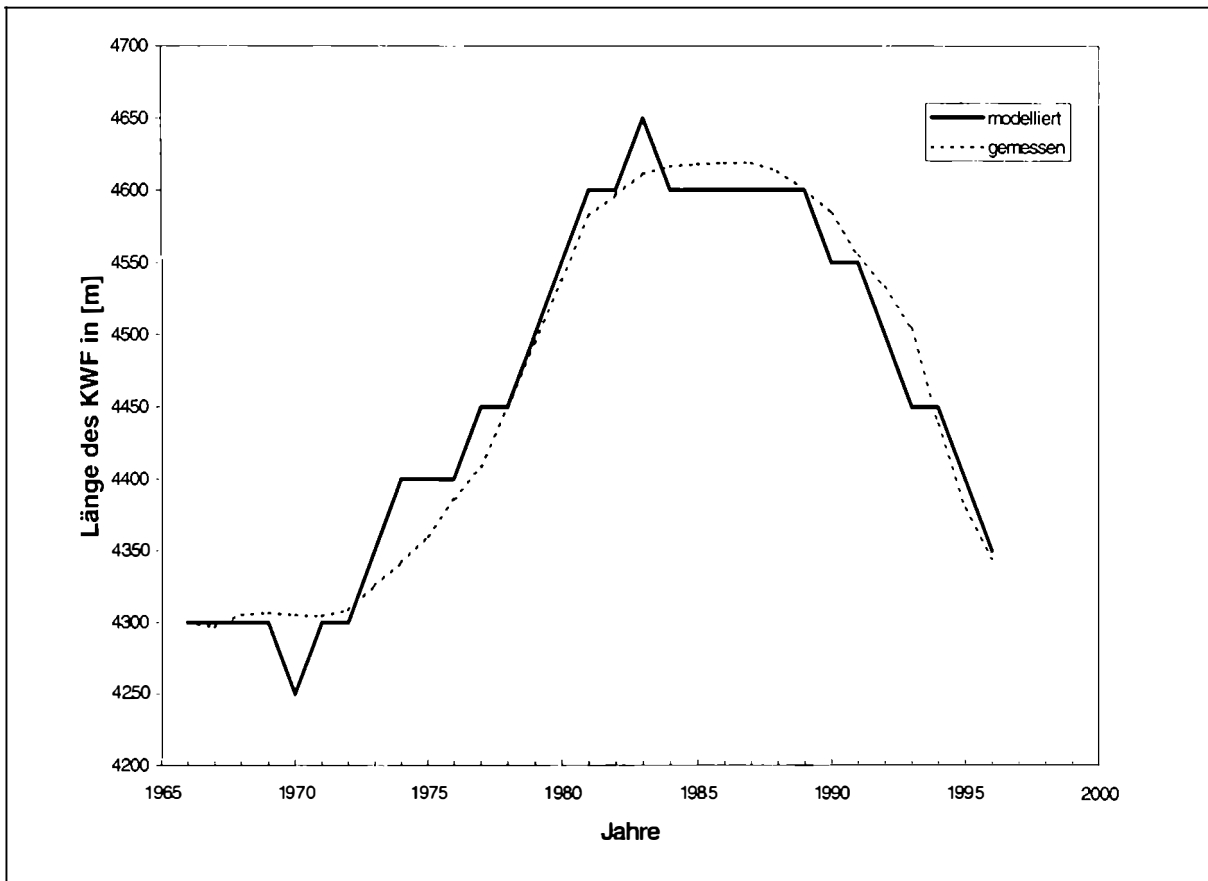


Abb. 11.1.3: Der Vergleich zwischen modellierter und gemessener Längenänderung des Kesselwandferners von 1965 bis 1996.

Insgesamt zeigt das Modell beim Vergleich mit den Messungen von 1965 bis 1996 vernünftige Resultate.

Die Leistung dieses Modells ist, daß sich mit nur 2 verstellbaren Parametern (eigentlich nur f , denn $\lambda=0$), nämlich λ und f (siehe Tabelle 10.5.1 in Kap. 10), der Vorstoß und der erneute Rückzug des Kesselwandferners erstaunlich gut simulieren läßt, und das trotz der Schwierigkeiten, die sich durch den Eisbruch ergeben.

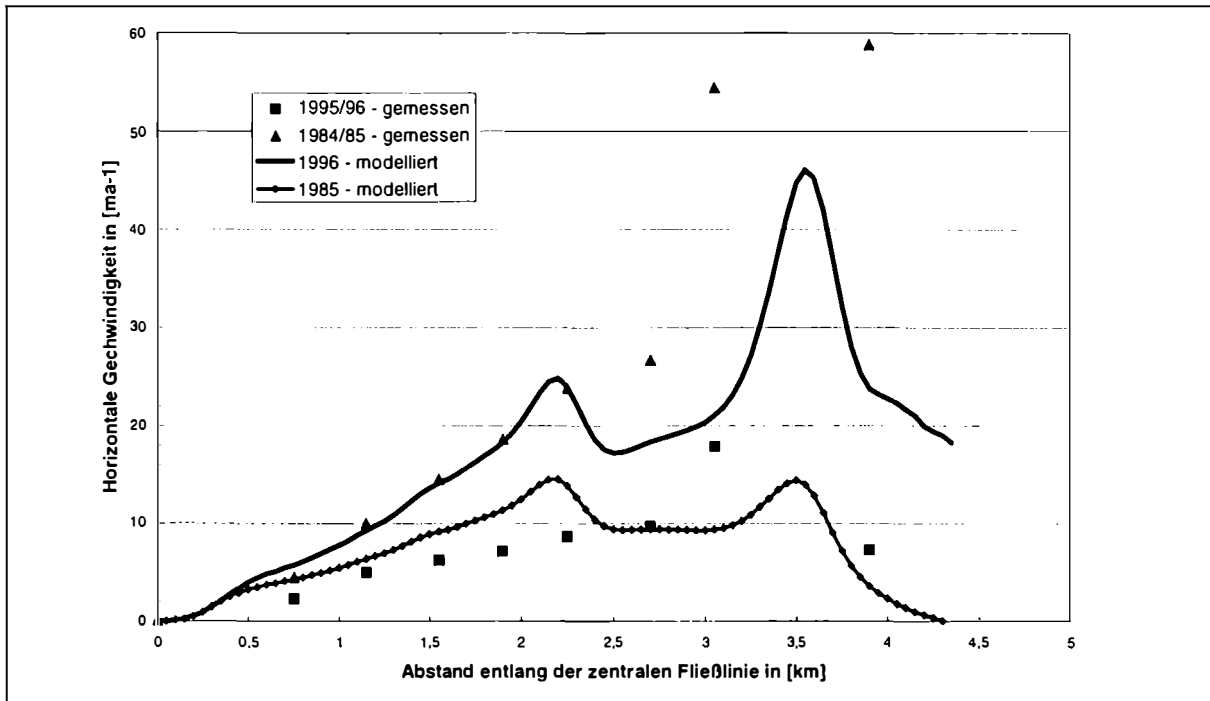


Abb. 11.1.5: Der Verlauf der gemessenen und modellierten Oberflächengeschwindigkeit am Kesselwandferner in den Jahren 1984/85 und 1995/96.

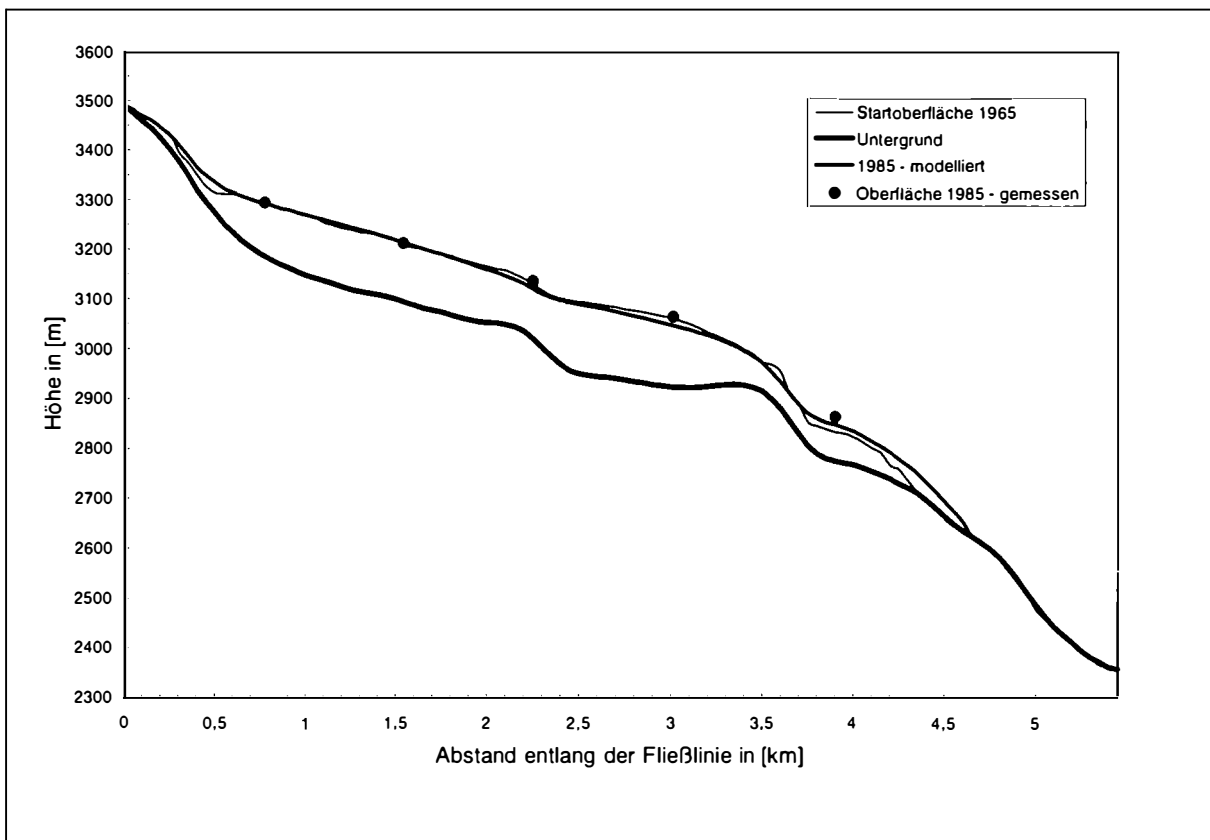


Abb. 11.1.6: Die Evolution der Oberfläche des Kesselwandferners von 1965 bis 1985.

11.2 Die langfristige Entwicklung des Kesselwandferners

In diesem Abschnitt soll versucht werden, das Verhalten und die zeitliche Entwicklung des Kesselwandferners, unter Vorgabe verschiedener Massenbilanzen abzuschätzen. Es werden bewußt keine Klimaszenarien vorgegeben, da Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen zukünftigem Klima und der Massenbilanz den Rahmen dieser Arbeit sprengen würden.

Außerdem sind noch keine glaubwürdigen Modellrechnungen über die Entwicklung der Temperatur im Alpenraum vorhanden. Und noch pure "Phantasie" sind Vorhersagen über die Niederschlagsverteilung.

In der Literatur gibt es jedoch Untersuchungen darüber, wie Änderungen der Temperatur (hier vor allem die Sommermitteltemperatur) und der Akkumulation (oder Niederschlag) die Gleichgewichtslinie verschieben (Kuhn, 1981, Raper et. al., 1996).

Es soll also hier nicht darum gehen, wie die zukünftige Massenbilanz zustande kommt, sondern ausschließlich wie eine vorgegebene Massenbilanz das Verhalten des Kesselwandferners beeinflusst.

Die Massenbilanzszenarien werden aus einem Bereich zwischen maximal negativen und positiven gemessenen Bilanzen von 1965 bis 1996 ausgewählt. Die negativste Massenbilanz mit -850 mm wurde im Jahre 1990/91 und die positivste mit 1040 mm im Jahre 1964/65 gemessen.

Die Modellrechnungen beginnen deshalb mit einer vorgegebenen Massenbilanz von -800 mm und es wird jeweils von 1965 bis zum Jahr 2100 gerechnet. Die Massenbilanz wurde nach jeder Simulation um 100 mm erhöht und schließlich soweit in Richtung positiver Werte verschoben, bis der Kesselwandferner das Zungenende von 1914 erreichte, wo der Gletscher sich gerade vom Hintereisferner trennte und somit ein eigenständiges Zungenende besaß. Außerdem existiert von dieser Zeit eine Karte des Firngebietes und somit ist eine Kontrolle des gerechneten Längsprofils möglich.

Das Längsprofil des Untergrundes und somit auch die Gitterpunktsdistanz reicht nur bis zur Talmitte des Hintereisferners, da angenommen werden darf, daß bei dieser Länge des Kesselwandferners, auch der Hintereisferner bereits diesen Talabschnitt ausfüllen wird.

Das Startprofil und der Startzeitpunkt ist wieder 1965, wobei die Längenänderungen nur ab 1996 dargestellt sind.

Resultate

Die Ergebnisse der Modellrechnungen sind in den Abbildungen 11.2.1 bis 11.2.13 als Längsprofile und Längenänderungen dargestellt. Anschließend sind in einer Tabelle (11.2.1) die Beträge der Längenänderungen der jeweiligen Simulationen nach 50 bzw. 100 Jahren aufgelistet.

Massenbilanz von -800 mm:

Bei dieser extrem negativen Massenbilanz zieht sich der Kesselwandfener schon nach 50 Jahren um 900 m hinter die erste Steilstufe zurück. Nach 100 Jahren kommt das Zungenende sogar hinter der zweiten schwächer ausgeprägten Schwelle zu liegen und ist nur noch 2650 m lang. Auch das Firnbecken ist beträchtlich eingesunken.

Massenbilanz von -700 mm:

Die Zunge des Kesselwandferners reicht in diesem Fall nach 100 Jahren noch über die Schwelle im Bereich des C-Profiles hinaus, aber das Firnbecken ist nach wie vor stark eingesunken.

Massenbilanz von -600 mm, -500 mm:

Bei diesen zwei Fällen erreicht das Zungenende nach 50 Jahren noch knapp die erste Schwelle, aber nach 100 Jahren befindet sich das Gletscherende im flachen Bereich zwischen erstem und zweitem Riegel.

Massenbilanz von -400 mm, -300 mm:

Bei dieser Massenbilanz befindet sich das Zungenende nach 50 bzw. 100 Jahren knapp vor oder noch auf der großen Steilstufe. Das Firnbecken sinkt nicht mehr viel unter die Höhe des Ausgangsprofiles.

Massenbilanz von -200 mm, -100 mm:

In beiden Fällen reicht der Gletscher noch über die große Schwelle hinaus und im Firngebiet ändert sich die Topographie der Oberfläche praktisch nicht.

Massenbilanz von 0 mm:

Bei einer alljährlich ausgeglichenen Massenbilanz ändert sich die Gletscherlänge nur um -200 m nach 50 Jahren und nach weiteren 50 Jahren wird der Gletscher nur noch um 50 m kürzer, wobei nochmals darauf

hingewiesen wird, daß die Gitterpunktdistanz selbst auch 50 m beträgt und hier auch die Auflösungsgrenze liegt. Die Topographie der Oberfläche ist von jener im Jahre 1965 kaum zu unterscheiden.

Der Kesselwandferner ist also nicht sehr weit von einem ausgeglichenen Profil entfernt.

Massenbilanz von 100 mm:

Der Kesselwandferner zieht sich nach 1996 noch bis ca. 2010 um 200 m zurück und stößt anschließend wieder vor. Der Gletscher erreicht dabei nach 50 Jahren wieder die Länge von 1996 und ist schließlich nach 100 Jahren noch 50 m länger.

Massenbilanz von 200 mm:

Der Rückzug vollzieht sich nur noch bis ca. 2005 und wird dann von einem Vorstoß um 350 m bis ins Jahr 2100 abgelöst. Die Oberfläche im Firngebiet hat begonnen sich leicht aufzuhöhen und die Zunge ist deutlich dicker geworden.

Massenbilanz von 250 mm:

Nach einer Steigerung von diesmal nur 50 mm hat der Kesselwandferner nach 100 Jahren wieder den Stand von 1914 erreicht. Damals hatte sich der KWF gerade vom Hintereisferner getrennt, dessen Zungenrand noch durch eine Markierung in der Abb. 11.2.1.12 gekennzeichnet ist. Auch die modellierte Oberflächentopographie deckt sich mit der 1914 gemessenen. Dies spricht auch für die Glaubwürdigkeit der Dynamik des Modells.

Massenbilanz von 300 mm:

Bei dieser Bilanz wird der KWF länger als das Modell an Gitterpunkten zuläßt. Der letzte Gitterpunkt verhält sich wie eine Mauer, an der sich die fließenden Eismassen aufstauen. Man könnte sich anstatt der Mauer auch eine Mittelmoräne denken, die den Kesselwandferner vom Haupteisstrom des Hintereisferners trennt. Um dieses Bild zu verdeutlichen wurde in Abb. 11.2.1.13 die Oberfläche der verschmelzenden Eismassen von KWF und HEF aus dem Jahre 1922 eingetragen.

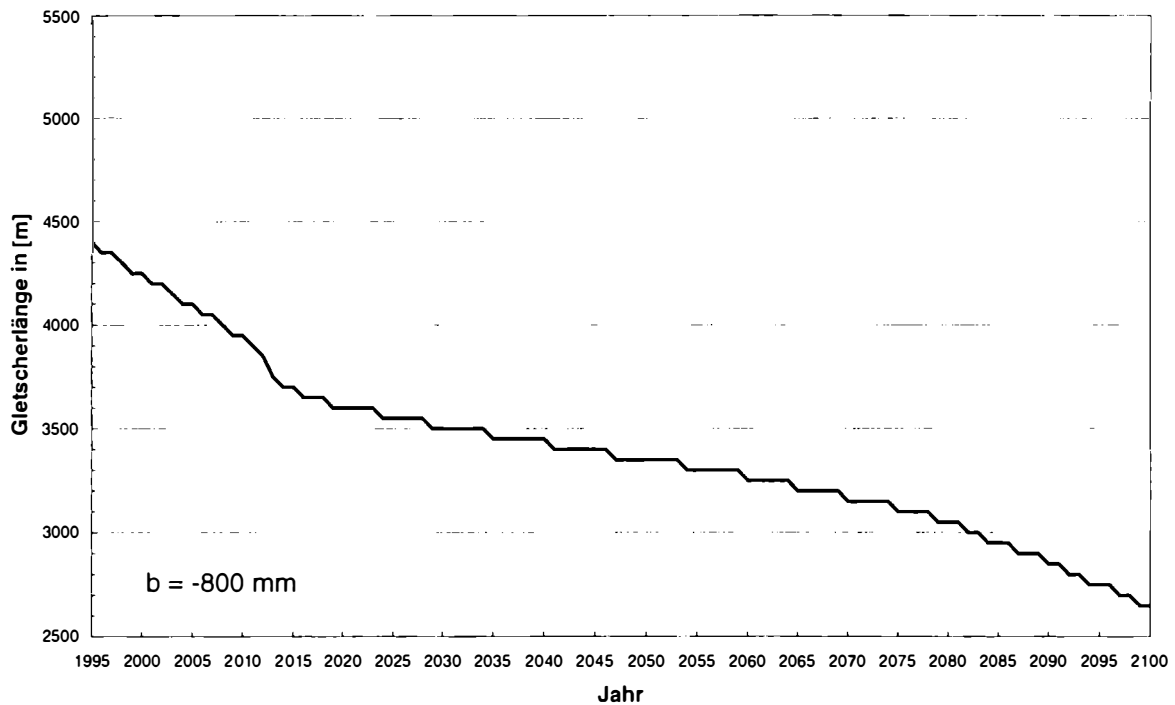
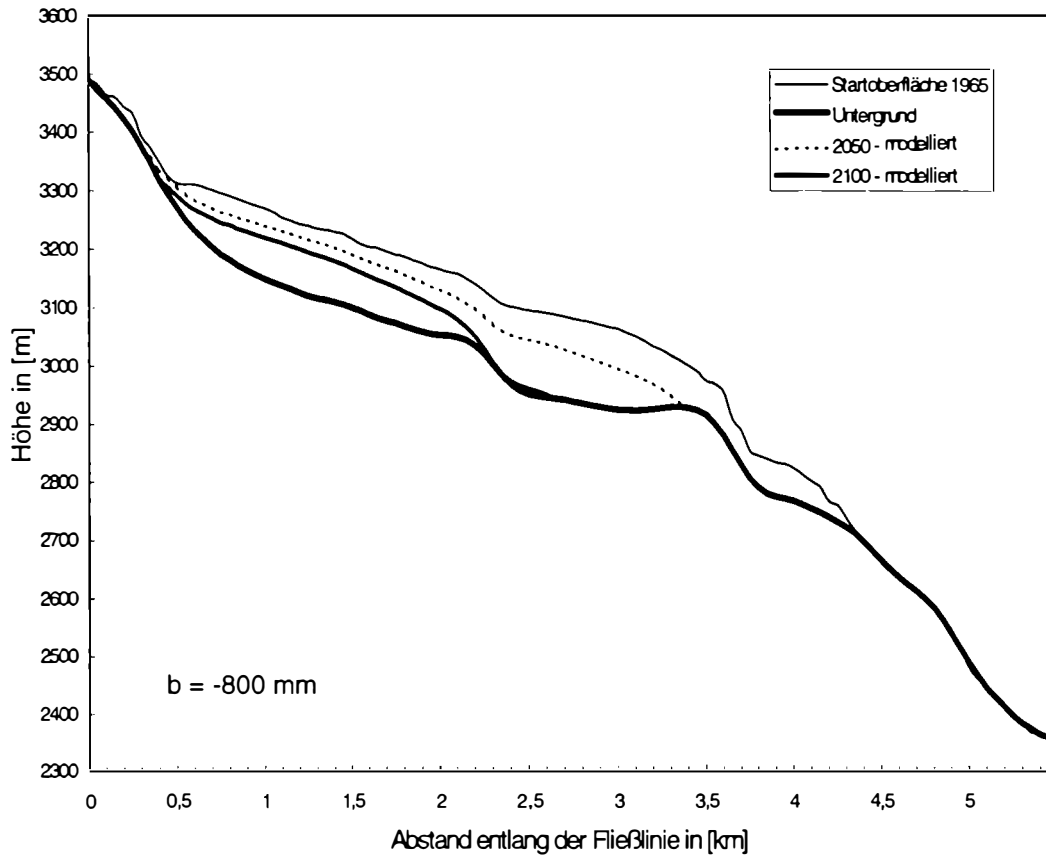


Abb. 11.2.1: Der Kesselwandferner nach 50 bzw. 100 Jahren mit der Massenbilanz von -800 mm. Oben: Die Längsprofile. Unten: Die Längenänderungen.

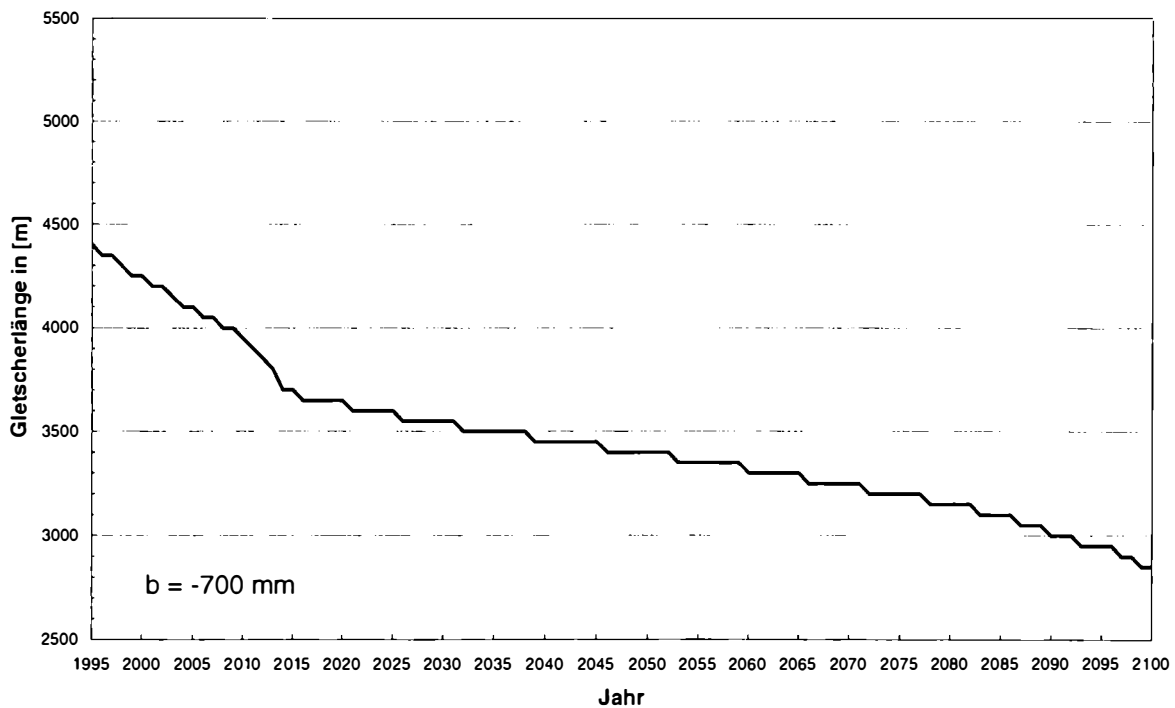
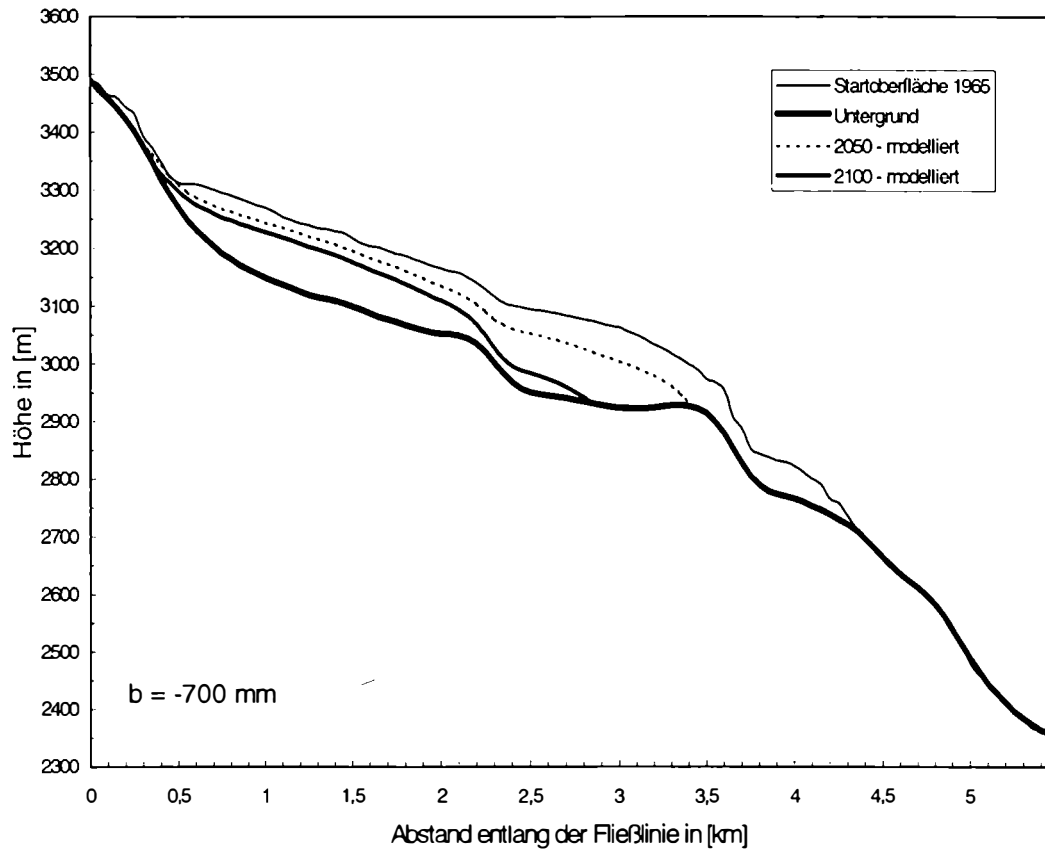


Abb. 11.2.2: Der Kesselwandferner nach 50 bzw. 100 Jahren mit der Massenbilanz von -700 mm. Oben: Die Längsprofile. Unten: Die Längenänderungen.

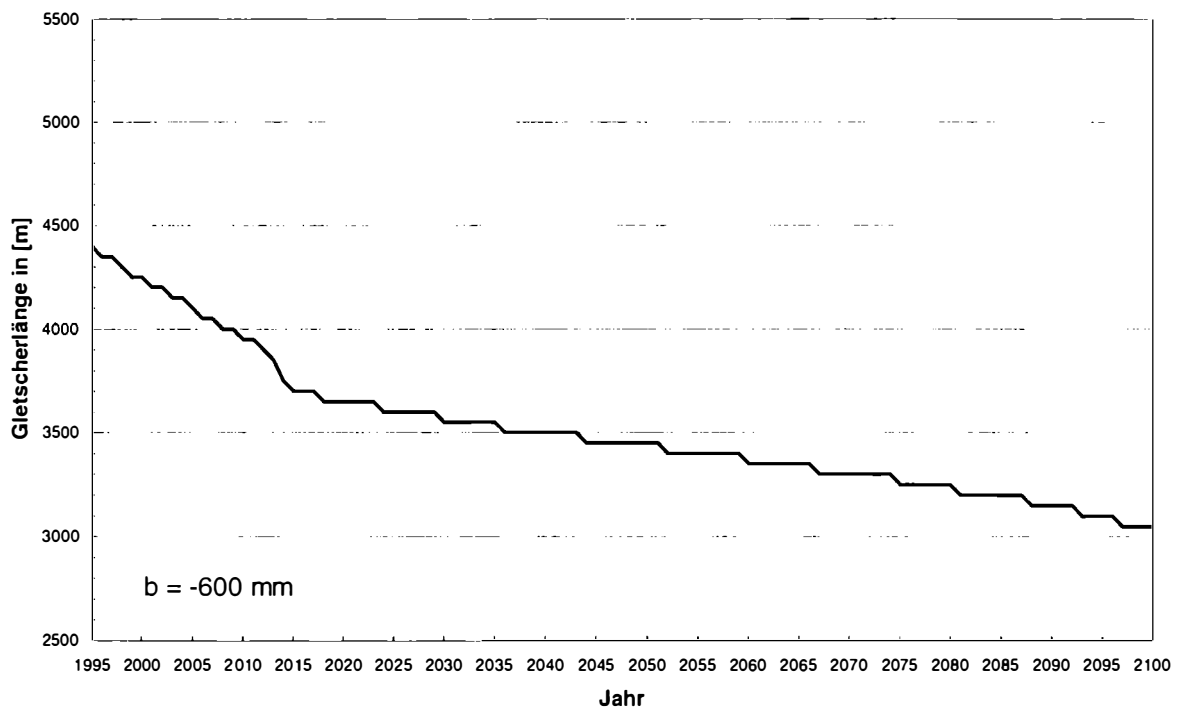
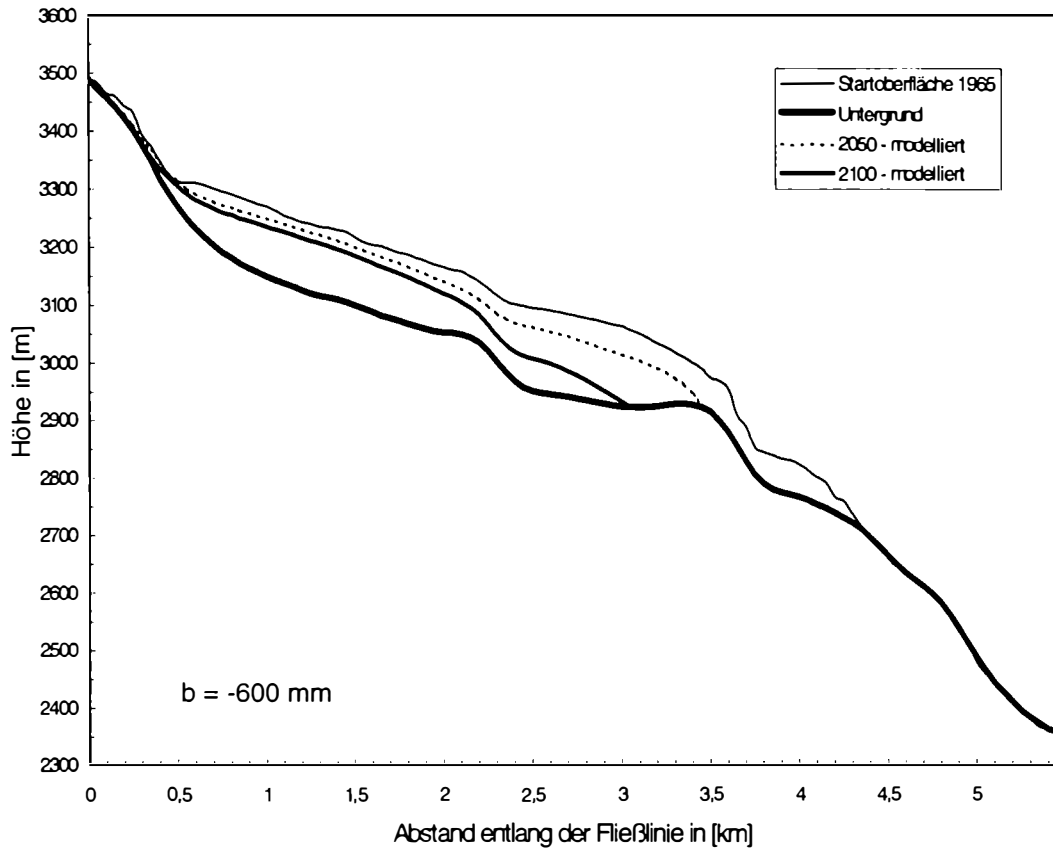


Abb. 11.2.3: Der Kesselwandferner nach 50 bzw. 100 Jahren mit der Massenbilanz von -600 mm. Oben: Die Längsprofile. Unten: Die Längenänderungen.

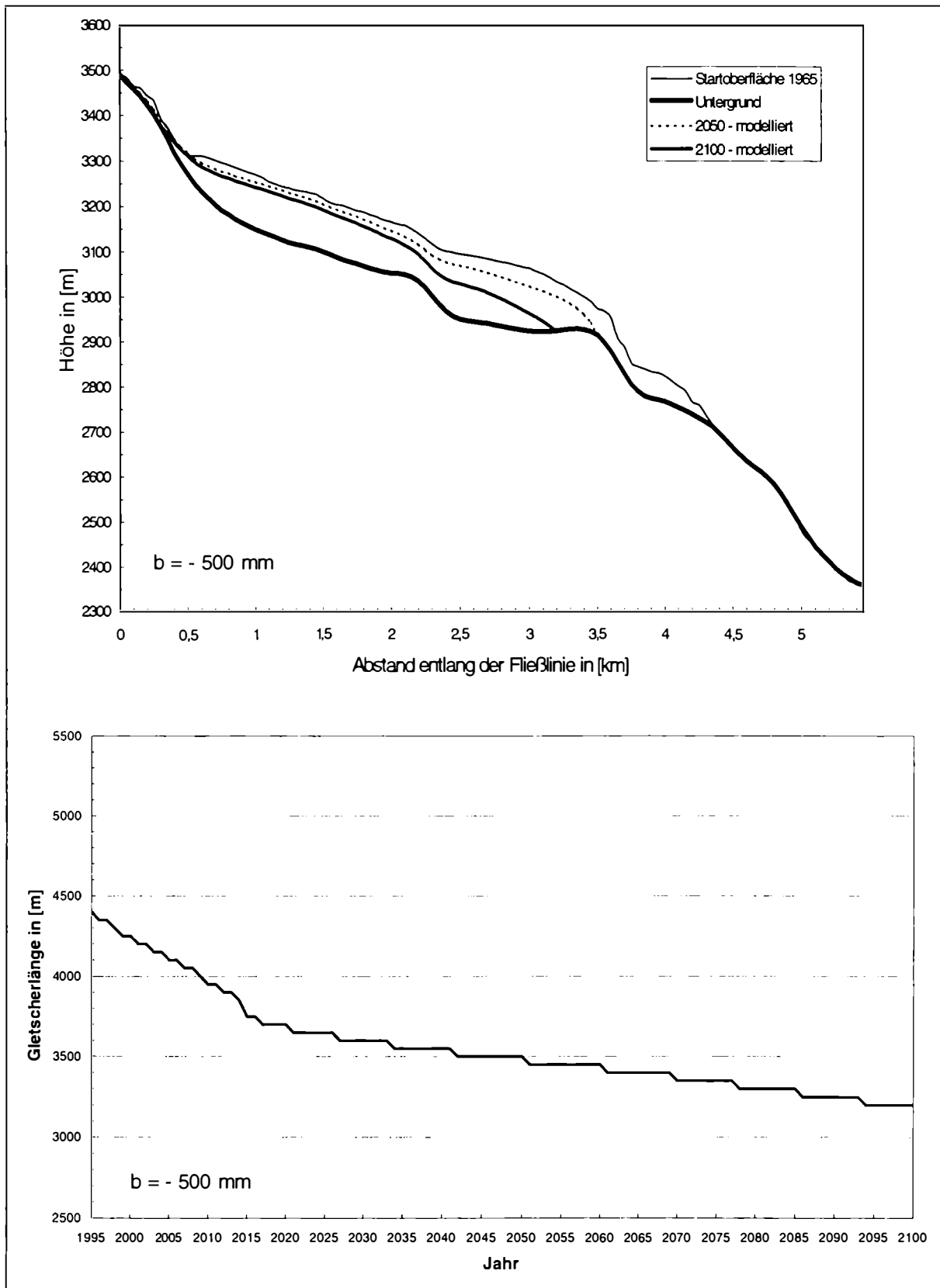


Abb. 11.2.4: Der Kesselwandferner nach 50 bzw. 100 Jahren mit der Massenbilanz von -500 mm. Oben: Die Längsprofile. Unten: Die Längenänderungen.

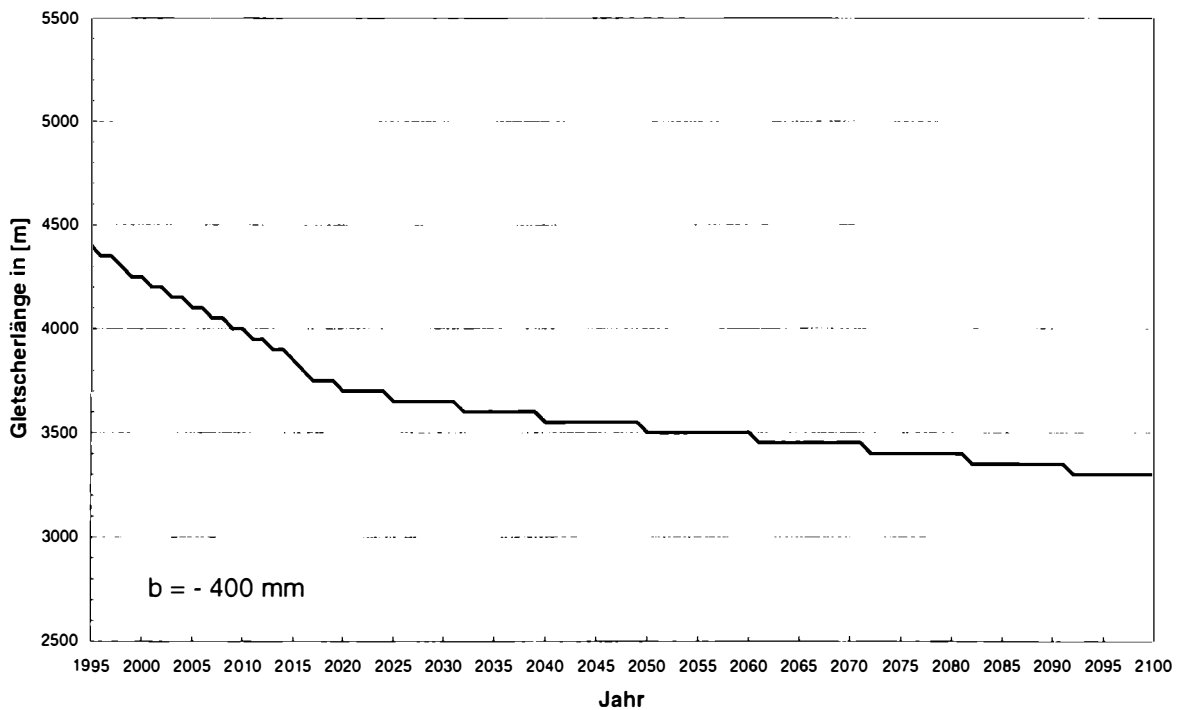
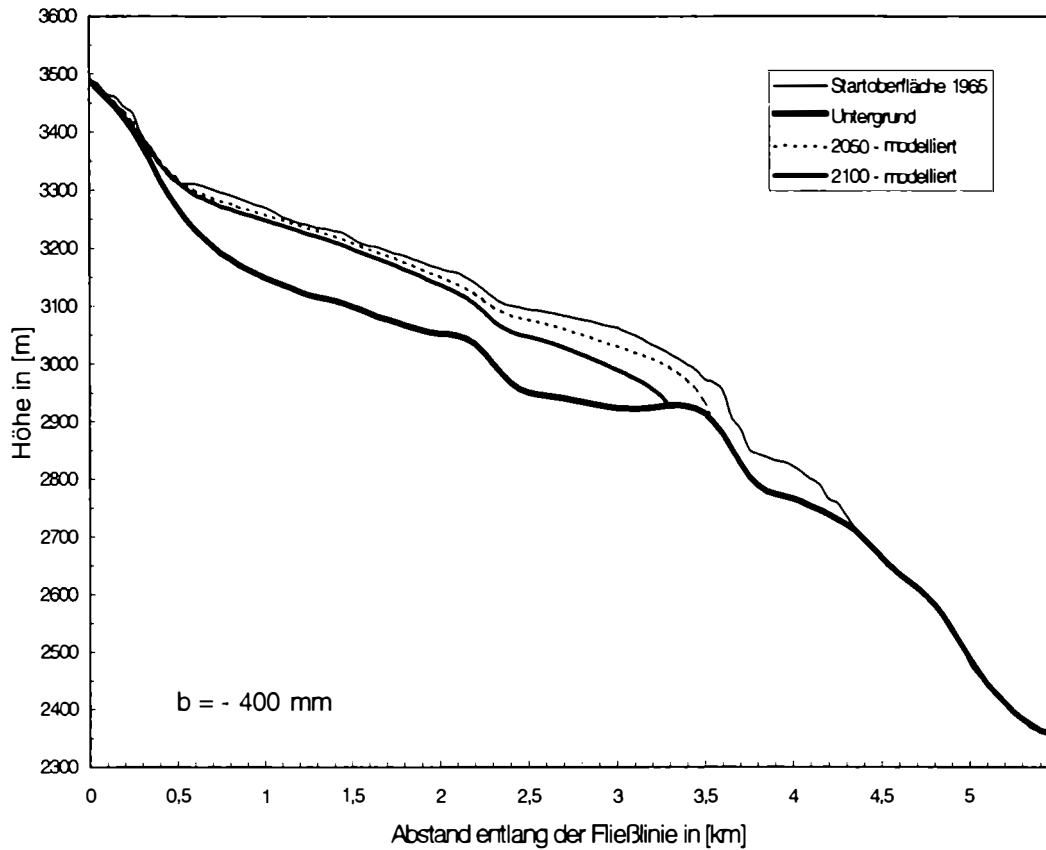


Abb. 11.2.5: Der Kesselwandferner nach 50 bzw. 100 Jahren mit der Massenbilanz von -400 mm. Oben: Die Längsprofile. Unten: Die Längenänderungen.

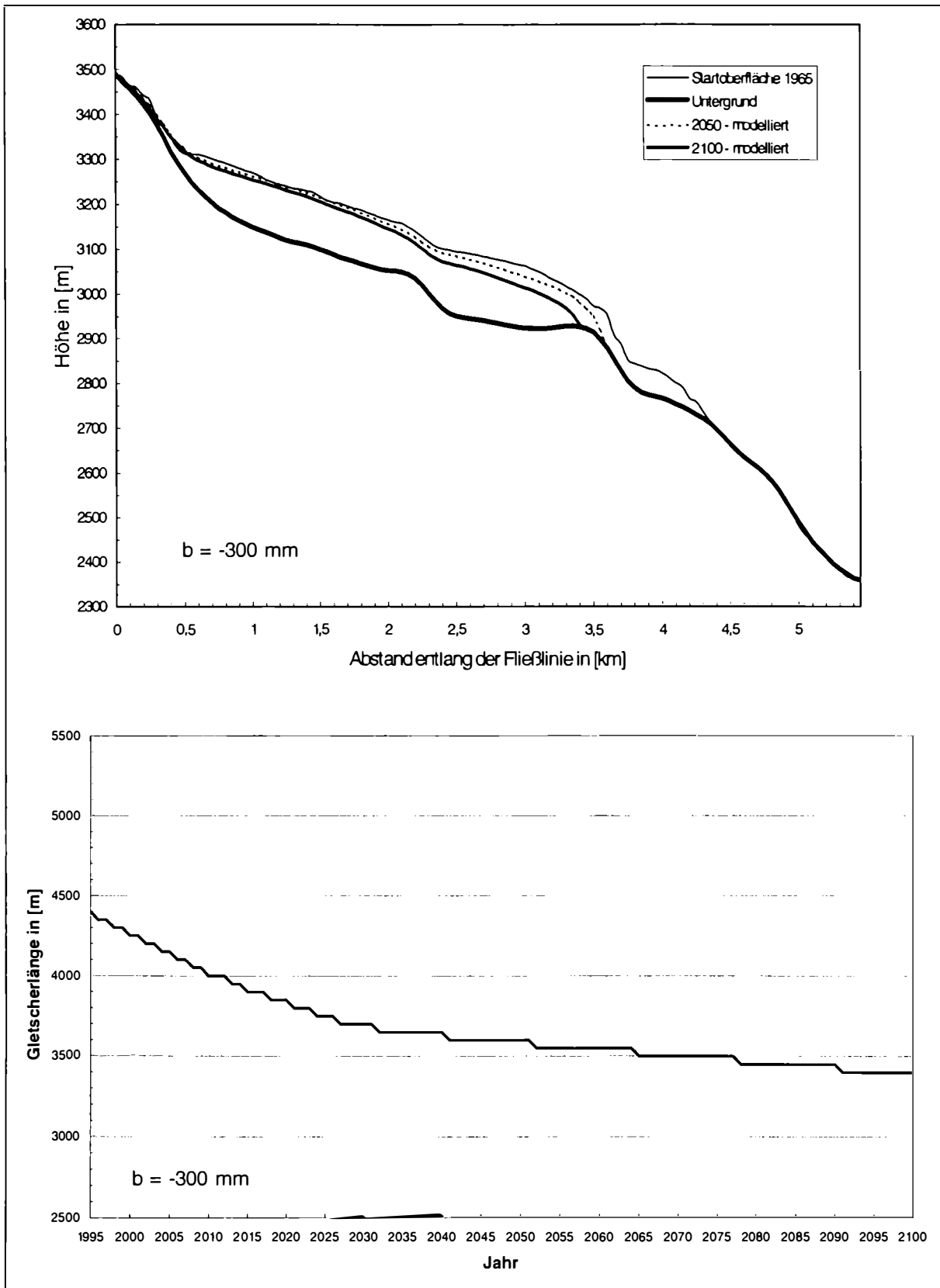


Abb. 11.2.6: Der Kesselwandferner nach 50 bzw. 100 Jahren mit der Massenbilanz von -300 mm. Oben: Die Längsprofile. Unten: Die Längenänderungen.

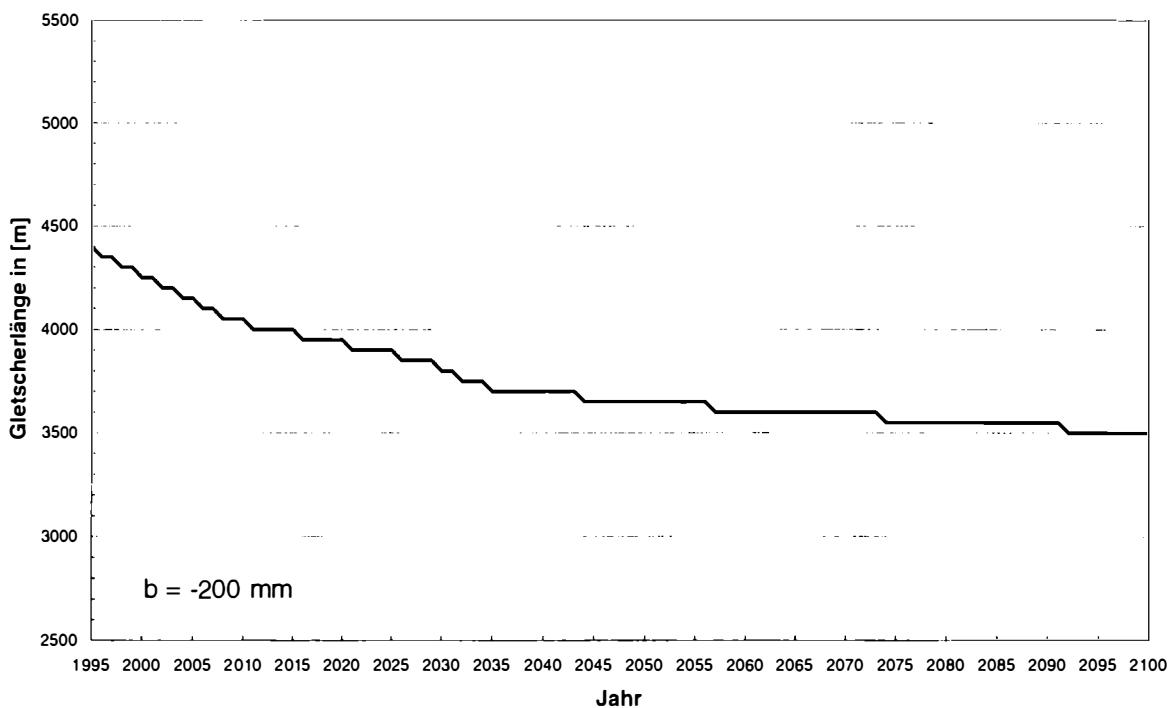
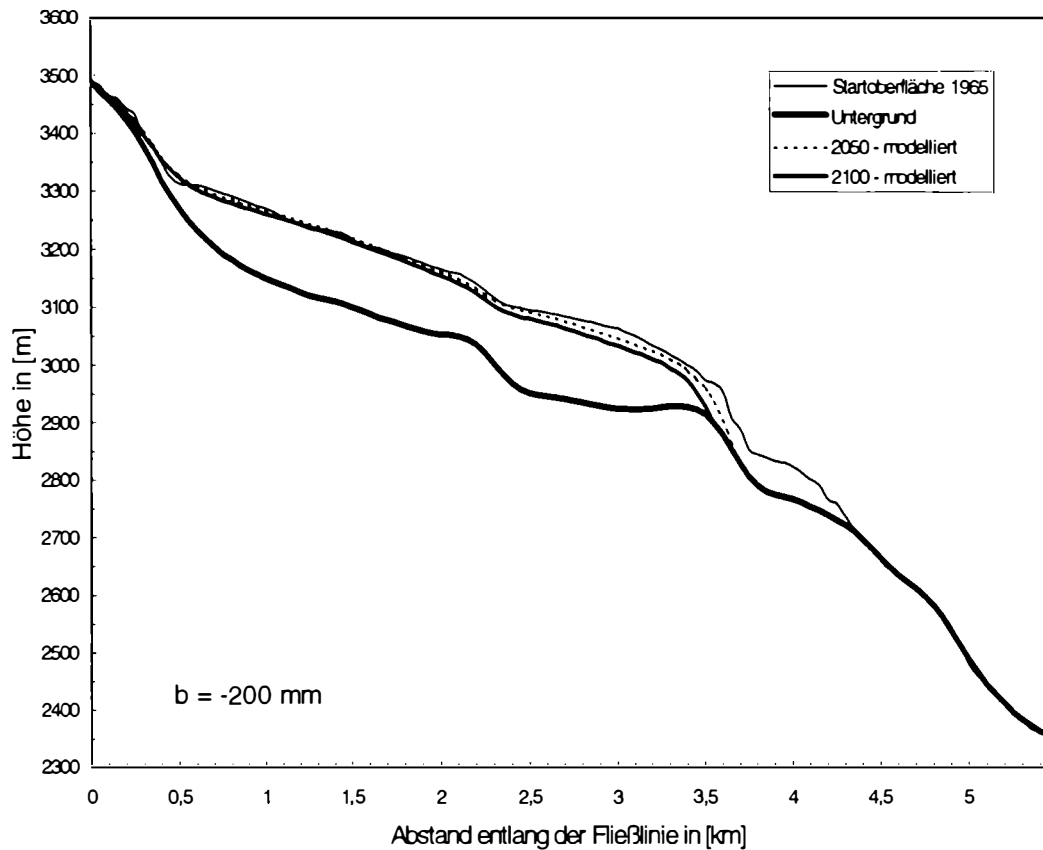


Abb. 11.2.7: Der Kesselwandferner nach 50 bzw. 100 Jahren mit der Massenbilanz von -200 mm. Oben: Die Längsprofile. Unten: Die Längenänderungen.

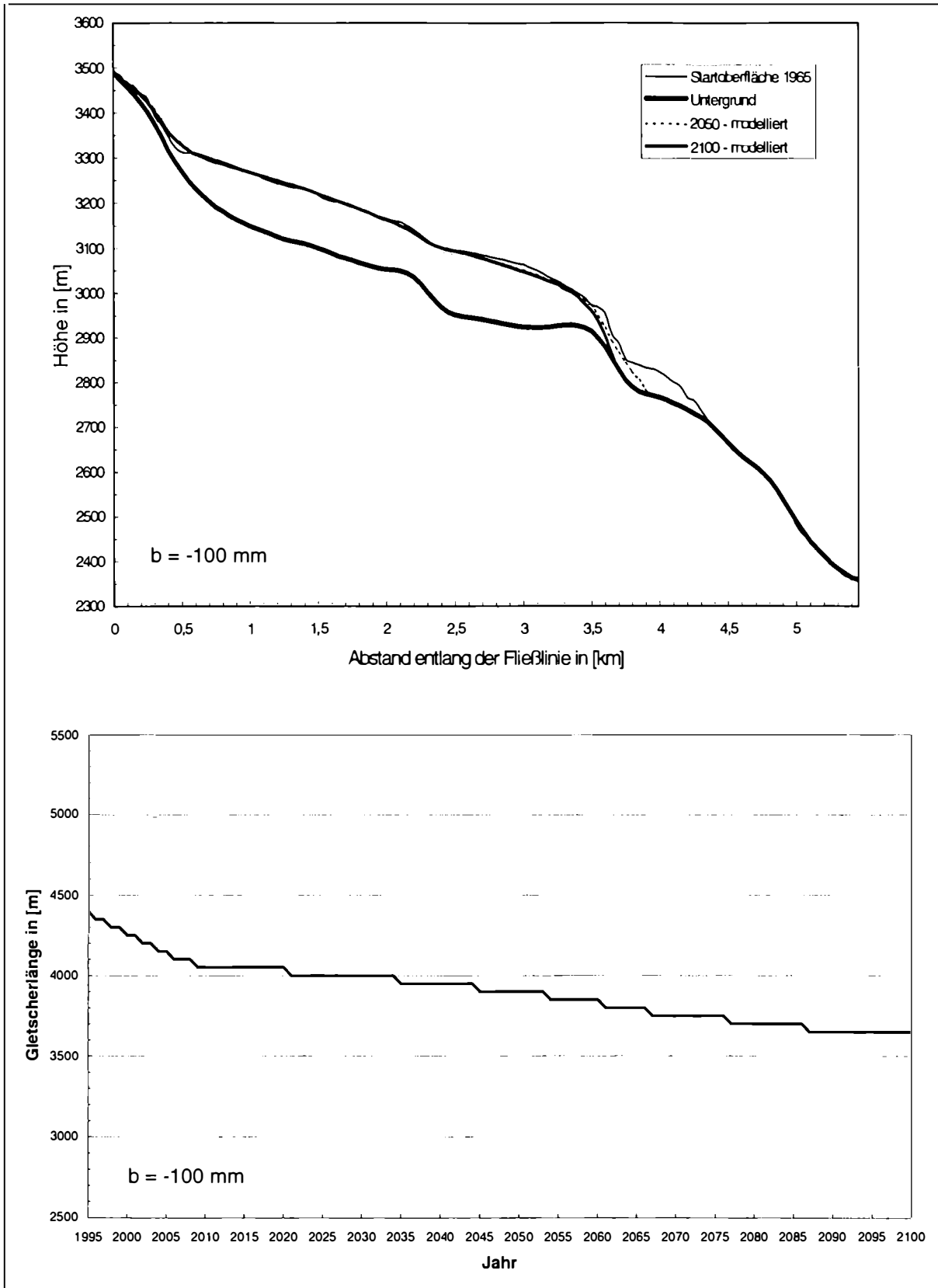


Abb. 11.2.8: Der Kesselwandferner nach 50 bzw. 100 Jahren mit der Massenbilanz von -100 mm. Oben: Die Längsprofile. Unten: Die Längenänderungen.

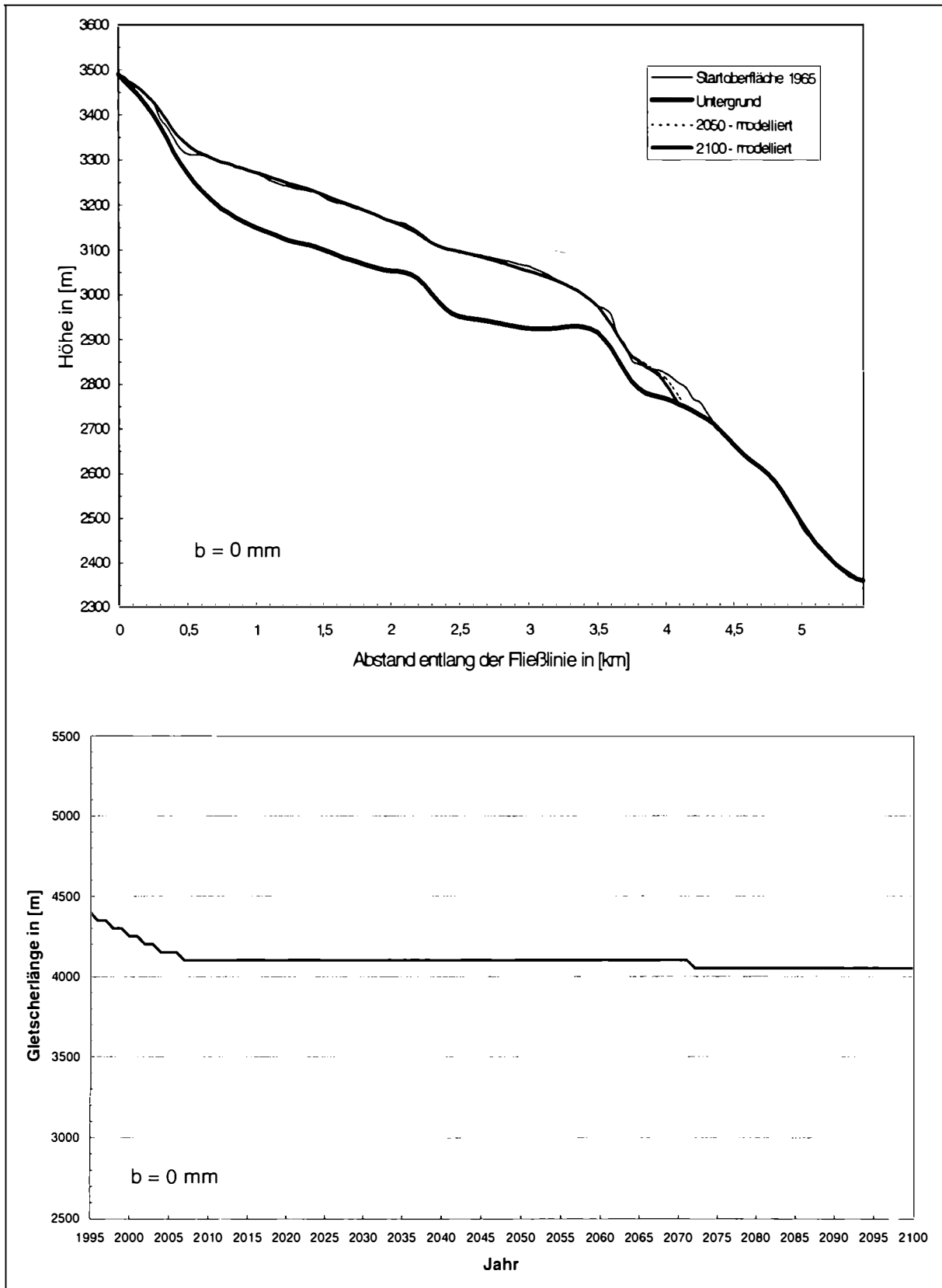


Abb. 11.2.9: Der Kesselwandferner nach 50 bzw. 100 Jahren mit der Massenbilanz von 0 mm. Oben: Die Längsprofile. Unten: Die Längenänderungen.

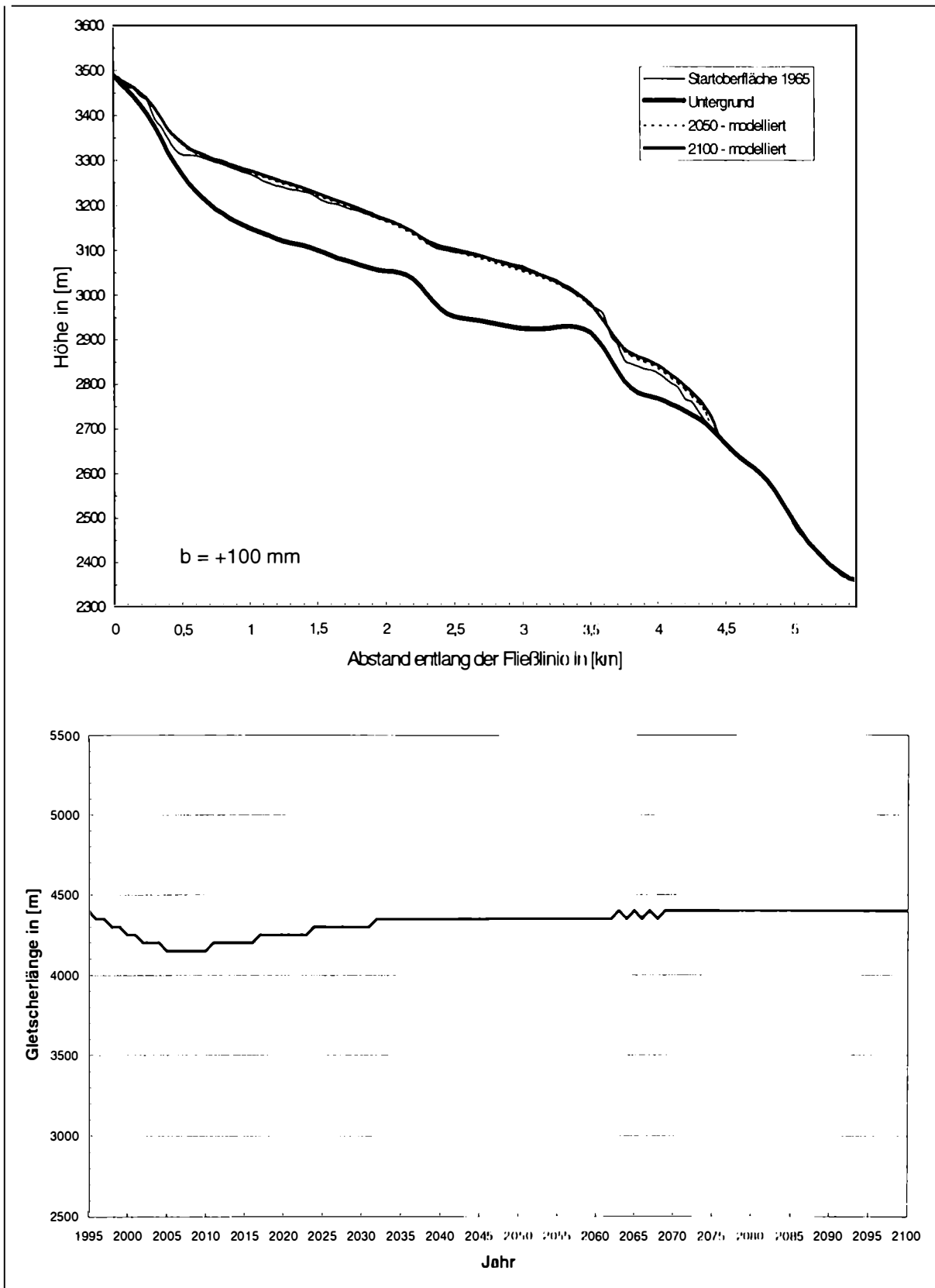


Abb. 11.2.1.10: Der Kesselwandferner nach 50 bzw. 100 Jahren mit der Massenbilanz von +100 mm. Oben: Die Längsprofile. Unten: Die Längenänderungen.

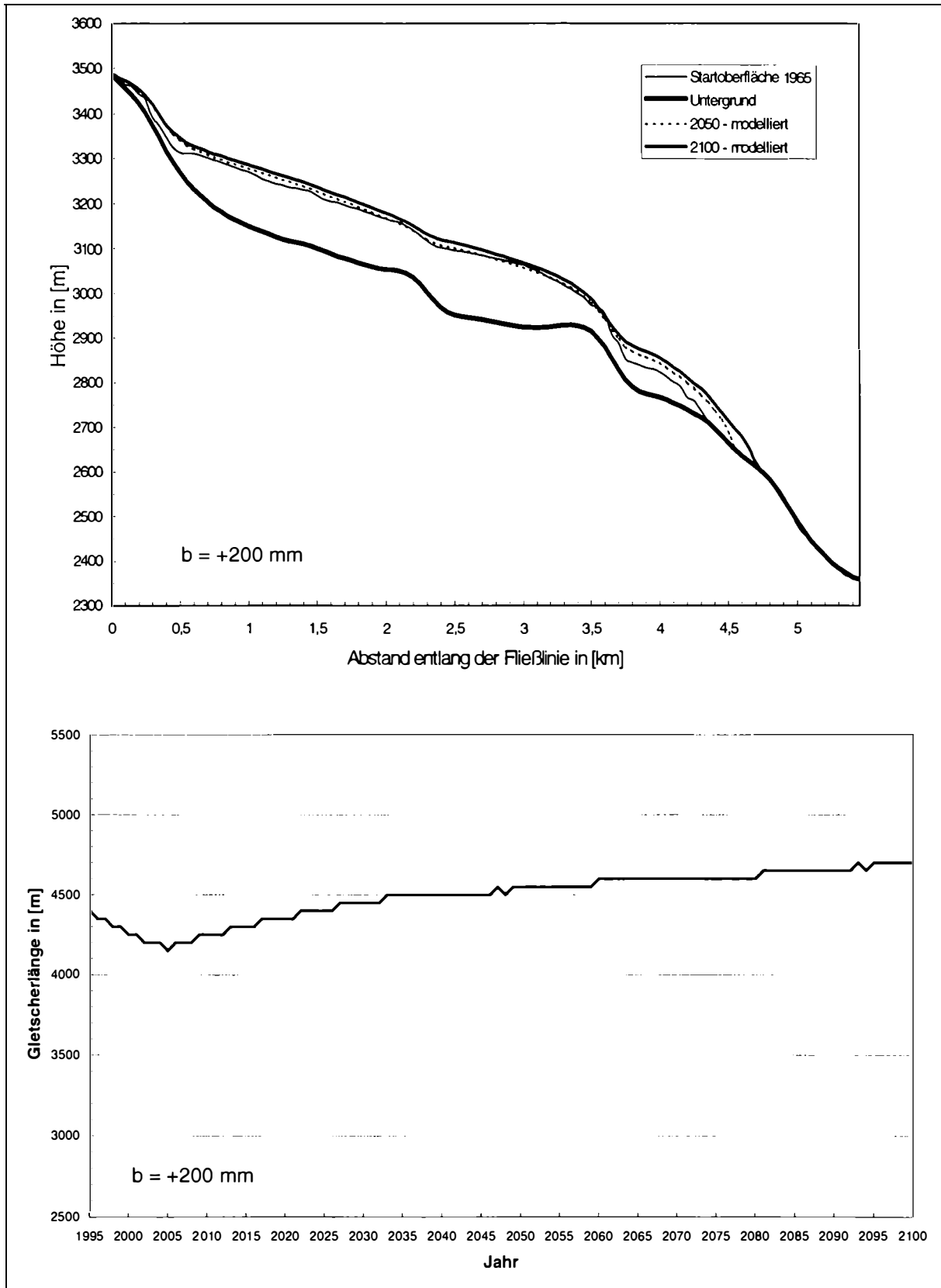


Abb. 11.2.1.11: Der Kesselwandferner nach 50 bzw. 100 Jahren mit der Massenbilanz von +200 mm. Oben: Die Längsprofile. Unten: Die Längenänderungen.

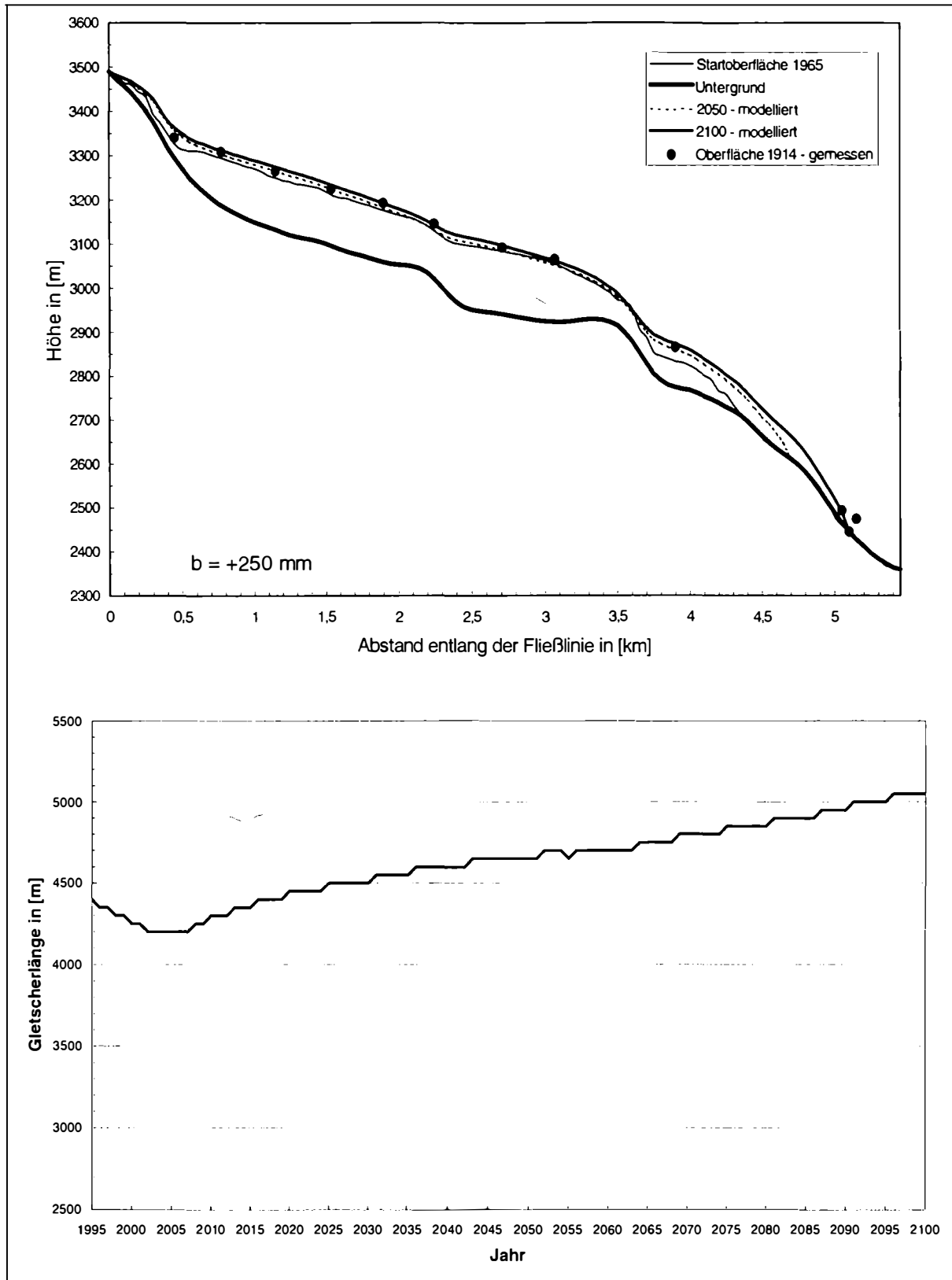


Abb. 11.2.1.12: Der Kesselwandferner nach 50 bzw. 100 Jahren mit der Massenbilanz von +250 mm. Oben: Die Längsprofile. Unten: Die Längenänderungen. Die letzte Markierung der Oberfläche von 1914 gibt schon die Höhe des Zungenrandes des HEF wieder.

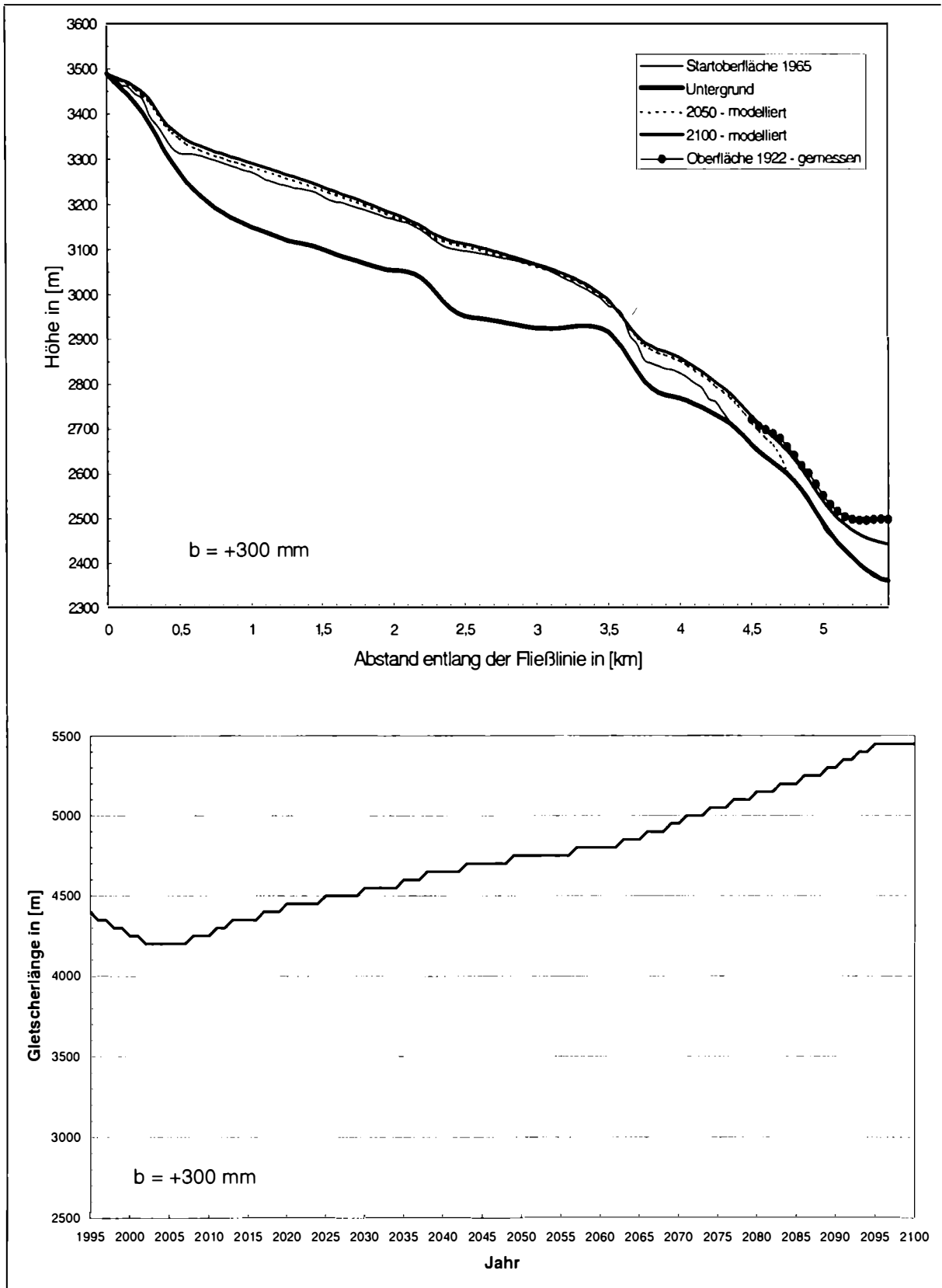


Abb. 11.2.1.13: Der Kesselwandferner nach 50 bzw. 100 Jahren mit der Massenbilanz von +300 mm. Oben: Die Längsprofile. Unten: Die Längenänderungen.

Massenbilanz [mm]	Länge [m] im Jahr 2050	Länge [m] im Jahr 2100
-800	3350	2650
-700	3400	2850
-600	3450	3050
-500	3500	3200
-400	3500	3300
-300	3600	3400
-200	3650	3500
-100	3900	3650
0	4100	4050
+100	4350	4400
+200	4550	4700
+250	4650	5050
+300	4750	-

Tabelle 11.2.1: Die Gletscherlänge des KWF im Jahr 2050 und im Jahr 2100 bei verschiedenen vorgegebenen Massenbilanzen.

Die Ergebnisse in der obenstehenden Tabelle sind in der Abb. 11.2.1.14 noch anschaulicher dargestellt. Der Knick in den Kurven im Bereich zwischen -100 und -200 mm spezifische Massenbilanz kennzeichnet die große Steilstufe, die den Untergrund in einen flachen (in Fließrichtung vor der Steilstufe) und einen steileren Teil (in Fließrichtung nach der Steilstufe) trennt. Dementsprechend reagiert das Gletscherende auf einen Vorstoß oder Rückzug langsam oder schneller.

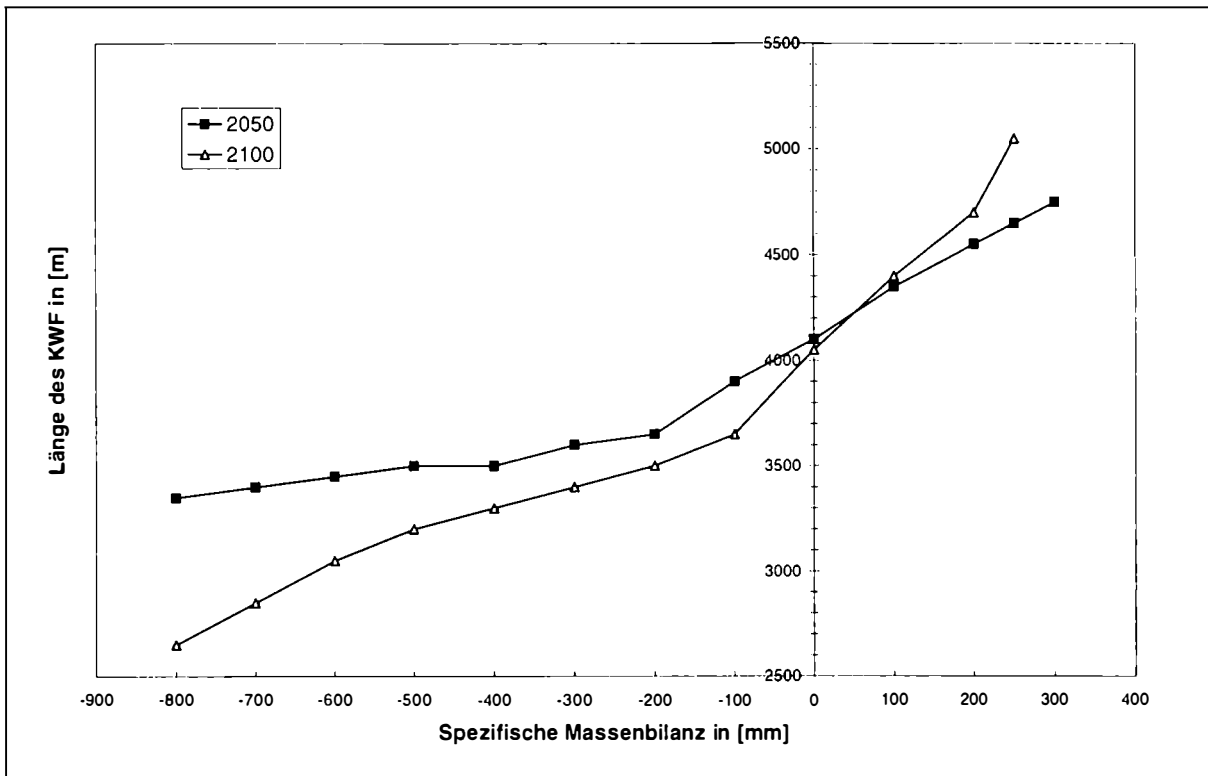


Abb. 11.2.14: Die Gletscherlänge des KWF im Jahr 2050 und im Jahr 2100 bei verschiedenen vorgegebenen Massenbilanzen.

11.3 "Kurzfristprognosen" bis 2010 über die Möglichkeit eines Vorstoßes des KWF

Bei den Ergebnissen des vorigen Abschnittes ist klar ersichtlich, daß sich der Kesselwandferner bei negativen Massenbilanzen bis 2010 mehr oder weniger stark zurückzieht. Bei einer ausgeglichenen Massenbilanz (Abb. 11.2.9) wird der Gletscher bis 2010 immer noch kürzer (um 250 m) und bleibt dann stationär. Auch bei einer positiven Bilanz von 100 mm in den nächsten Jahren wird der KWF laut Modell bis 2010 noch nicht vorstoßen, sondern um 200 m zurückweichen.

Bei einer Bilanz von 200 mm beträgt der Rückzug noch 150 m bis zum Jahr 2005, aber dann folgt eine Längenzunahme von 50 m bis 2010.

Der Rückzug bleibt auch bei einer Bilanz von 300 mm bis 2002 aufrecht. Anschließend bleibt die Gletscherlänge ca. 5 Jahre unverändert, um schließlich bis 2010 um ca. 100 m vorzustoßen.

Da bei einer Massenbilanz von >300 mm der Gletscher nach ca. 100 Jahren über den letzten Gitterpunkt hinauswächst, wollen wir hier untersuchen wie sich der KWF in den nächsten Jahren (bis 2010) verhält.

Die Massenbilanzszenarien von -800 bis 300 mm und deren Auswirkungen auf die Gletscherlänge bis 2010 sind in den Abb. 11.2.1 bis 13 abzulesen. Für Bilanzwerte 400 mm bis 1000 mm werden nachstehend die Veränderungen bis 2010 dargelegt (Abb. 11.3.1).

Auffällig ist, daß sich der Kesselwandferner für alle Bilanzwerte vorerst bis zum Jahr 2002 um 100 m zurückzieht.

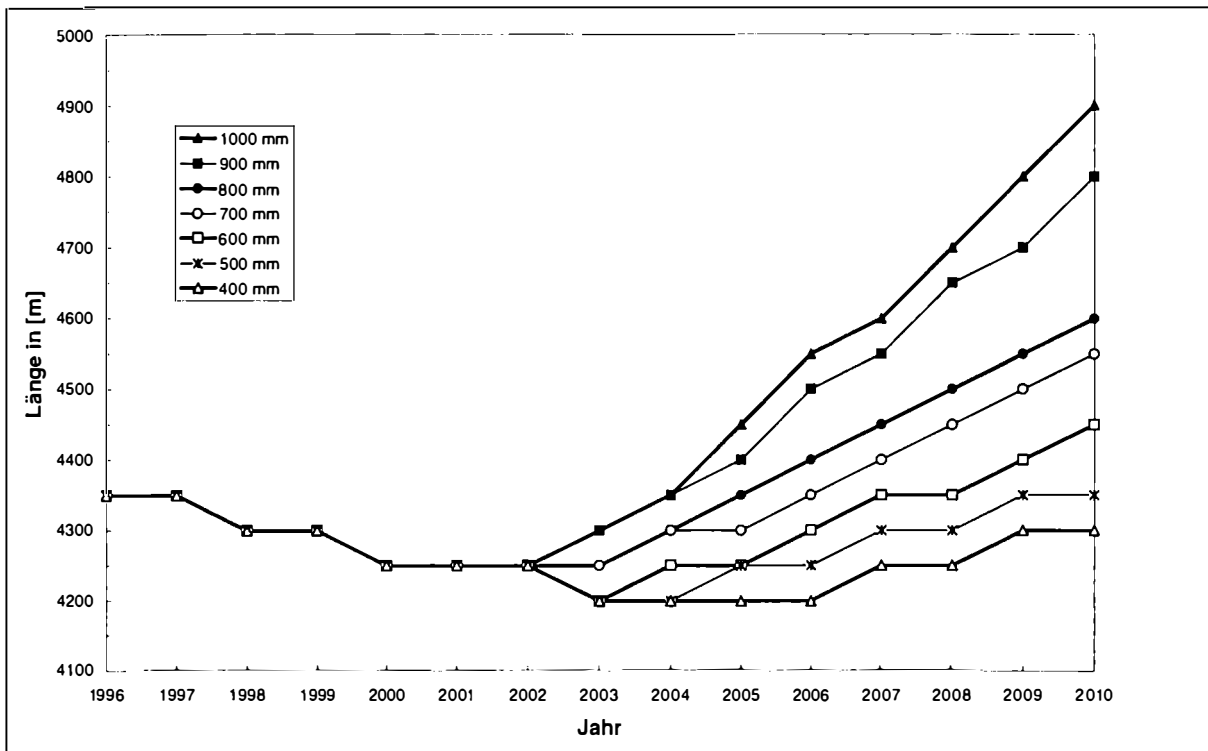


Abb. 11.3.1: Die Längenänderungen des KWF bis 2010 unter verschiedenen Massenbilanzszenarien.

Nur bei Bilanzwerten von 400 bis 600 mm zieht sich der Gletscher noch um weitere 50 m zurück, bevor ein Vorstoß einsetzt. Nach dem das Minimum der Gletscherlänge in allen Fällen einige Jahre stationär bleibt, stößt die Zunge schließlich doch bis 2010 wieder vor. Die Gletscherlängen im Jahr 2010 sind in der Tab. 11.3.1 aufgelistet. Da der Kesselwandferner trotz enorm hoher positiver spezifischer Massenbilanzen auch in den nächsten Jahren noch an Länge verliert, so deutet dies darauf hin, daß die Oberflächentopographie von 1996 nicht einem stationären oder ausgeglichenen Profil entspricht. Das Längsprofil von 1965 ist kaum vom dem im Jahre 1996 zu unterscheiden (Abb. 11.1.2), und trotzdem war das Profil von 1965 annähernd stationär und daher "startbereit" nach den positiven Massenbilanzjahren.

Bei einer Massenbilanz von 1000 mm in den nächsten 14 Jahren (Abb 11.3.2) wäre nach dem Modell der Kesselwandferner nur 200 m kürzer als 1914.

Bei einer Massenbilanz von 1000 mm in den nächsten 14 Jahren (Abb 11.3.2) wäre nach dem Modell der Kesselwandferner nur noch 200 kürzer als 1914.

Gletscherlänge im Jahr 2010 (Länge 1996: 4350 m)	bei einer Massenbilanz von:
4900 m	+1000 mm
4800	+900
4600	+800
4550	+700
4450	+600
4350	+500
4300	+400

Tab. 11.3.1: Die Gletscherlänge des KWF im Jahr 2010 unter verschiedenen Annahmen der zukünftigen Massenbilanz. Auflösung: 50 m.

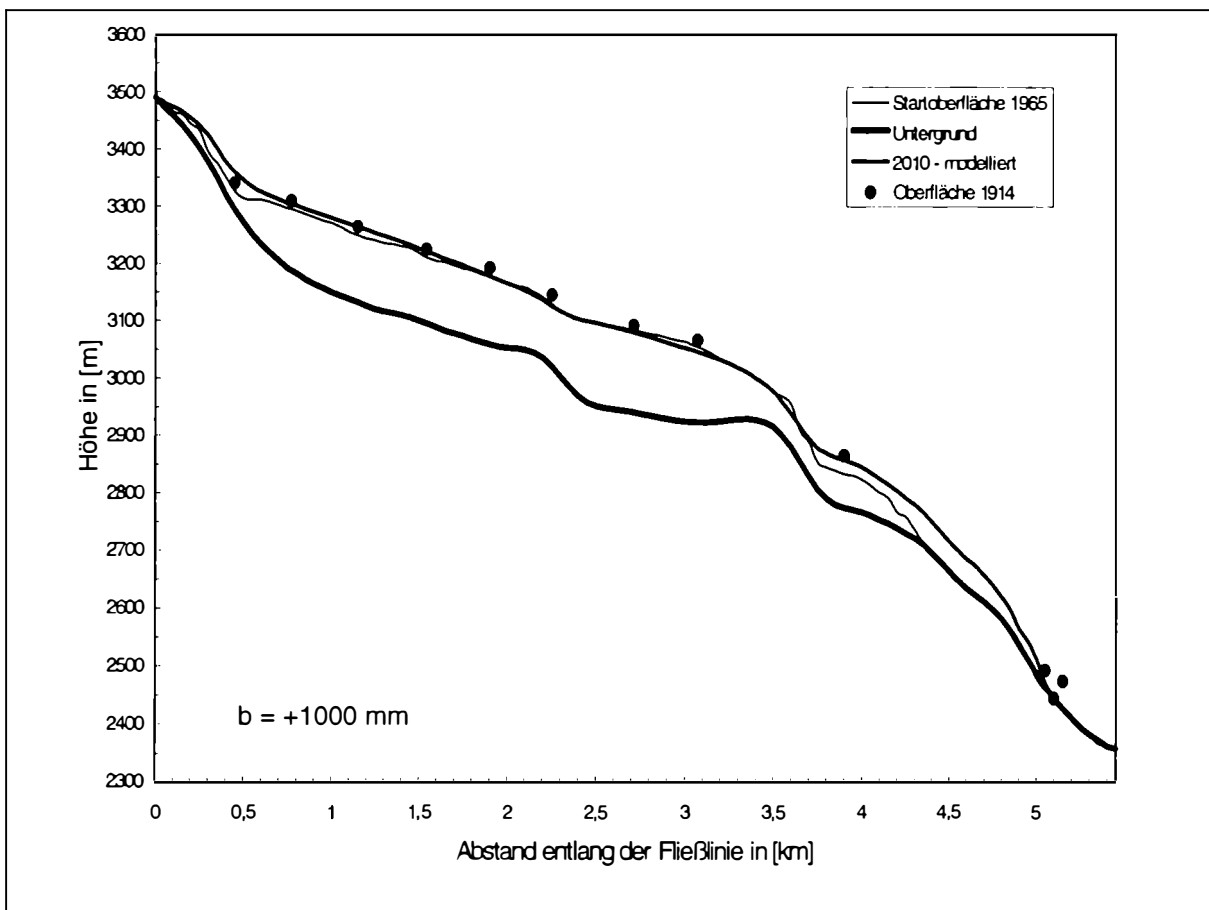


Abb. 11.3.2: Das Längsprofil des KWF im Jahr 2010 mit einer Massenbilanz von +1000 mm von 1996 bis 2010.

Es wäre interessant, ob das oben vorgestellte Modell auch bei anderen alpinen temperierten Gletschern, wo Massenbilanz-, Geschwindigkeits- und Längenänderungsmessungen vorhanden sind, ebenso erfolgreich angewendet werden kann.

Vor allem hinsichtlich der Modellierung der horizontalen Geschwindigkeiten sollten doch deutliche Verbesserungen der Resultate als mit den bisher üblichen Gleitgesetzen erzielt werden.



Die hier vorliegende Arbeit untersucht die Dynamik des Kesselwandfenners in zwei Dimensionen entlang einer zentralen Fließlinie. Es war dies der Grundstein für weitere Untersuchungen in zwei Dimensionen, was das Modell der jährlichen Geschwindigkeitsänderungen, das FE-Modell und das Fließmodell betrifft.

Das FE-Modell wurde für zwei Dimensionen entwickelt und könnte nun mit gemachten Erfahrungen und den zur Zeit erhältlichen PC's auf drei Dimensionen erweitert werden. Der Schwerpunkt solcher Untersuchungen müßte sich allerdings auf das Gleiten am Untergrund konzentrieren. Die neue Version von ANSYS erlaubt jetzt auch die Behandlung von Kontakt-Problemen und damit auch die Einführung entsprechender Gleit- oder Reibungsansätze. Mit der entsprechenden Computerleistung könnte natürlich auch ein zeitabhängiges 3-D FE-Modell angestrebt werden, das die jährliche Massenbilanz mitberücksichtigt.

Eine andere große Herausforderung mittels der FEM wäre die Untersuchung zur Bildung von Spalten unter verschiedenen topographischen Bedingungen am Gletscher.

Das in Kapitel 9 beschriebene lineare Speichermodell beinhaltet noch keinerlei Physik, die die Ursachen der Geschwindigkeitsänderung am Untergrund beschreibt. Es ist also nach wie vor ungeklärt, warum die Oberfläche seit 1965 über mehr als 30 Jahre trotz des Vorstoßes annähernd konstant geblieben ist.

Die Oberfläche im Firngebiet verbleibt überhaupt über 20 bis 30 Jahre sehr konstant. Ob der Einfluß des basalen Abflußsystems, wie ihn Iken und Truffer (1997) am Findelengletscher beschreiben, oder andere Prozesse am Untergrund dafür verantwortlich sind, muß erst noch geklärt werden.

Das in Kapitel 10 und 11 entwickelte und im MATLAB-Code verfaßte Fließmodell wurde sehr vielversprechend am KWF angewendet. Trotz der fehlenden 3. Dimension konnte mit Hilfe des Fließmodells der Vorstoß und Rückgang des KWF von 1965 bis 1996 mit Erfolg simuliert werden. Das Modell ist trotz des komplexen Längsprofils des KWF numerisch sehr stabil und bringt auch für die Zukunft vernünftige Resultate. Die Höhenkonstanz des Firnbeckens im Modell deuten unter anderem darauf hin.

Ein nächster Schritt wäre nun der Versuch, mit den gemessenen Längenänderungen und dem Fließmodell die Massenbilanz des KWF seit 1894 zu bestimmen. Dies war im Rahmen dieser Dissertation aus zeitlichen Gründen einfach nicht mehr möglich.

Ebenso interessant wäre die Weiterentwicklung des Fließmodells hinsichtlich des Ansatzes der jährlichen Geschwindigkeitsänderung und die Erweiterung auf 3 Dimensionen.

Vielleicht wäre dann auch das Verhalten der Oberflächen in den Profilen besser zu verstehen. Die Änderung der Oberflächenhöhen in den Profilen konnte in dieser Dissertation ebenfalls nicht behandelt werden, denn diese würde eine komplett eigene Arbeit zur Gänze füllen.

Das Datenmaterial für dynamische Untersuchungen in allen 3 Dimensionen in der Art, wie sie in dieser Arbeit vorgestellt wurden, ist jedenfalls vorhanden.

Ein weiterer Schwerpunkt zukünftiger Untersuchungen sollten sich auf die jahrezeitlichen Geschwindigkeitsänderungen im Bereich der schon erwähnten Schächte konzentrieren. Auch hier liegt genügend Datenmaterial vor, das allerdings erst aufbereitet werden müßte. Damit könnte auch der Einfluß oder Anteil des Firnkörpers auf die gemessene Oberflächengeschwindigkeit abgeschätzt werden.

Mit der Vorliegenden Arbeit wurde nur ein erster Schritt in die Erforschung der Dynamik des KWF gemacht.

Möglich war dies nur, weil die dafür notwendigen Daten dem Autor freundlicherweise von H. Schneider zur Verfügung gestellt wurden.

Die notwendigen Messungen wurden seit 1894 am HEF und seit 1965 am KWF ohne Unterbrechung mit bewundernswertem Einsatz alljährlich durchgeführt.

Deshalb sei an dieser Stelle der Wunsch des Autors ausgesprochen, daß die Fortsetzung dieser unglaublich wertvollen langen Datenreihen mit dem Einsatz aller Verantwortlichen vorangetrieben werden sollte. Vor allem hinsichtlich der aktuell stattfindenden Klimadiskussion über die Notwendigkeit langer Reihen.

Literaturverzeichnis

- Ambach, W., Eisner, H. 1968. Pb-210-Methode zur Datierung von Eis eines alpinen Gletschers. *Acta Physica Austriaca* 27, 271 - 274.
- Ambach, W., Eisner, H., Huber, J., Schneider, H. 1989. Strain rates of a 25 m deep firn pit in an alpine glacier and a related constitutive equation of temperate firn (Kesselwandferner, Ötztal Alps, 1983 - 1989). *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie*, 25(2), 187 - 198.
- Ambach, W., Huber, J., Eisner, H., Schneider, H. 1993a. A constitutive equation for temperate firn derived from strain rates of two firn pits (Kesselwandferner, Ötztal Alps, 1967 - 1989). *Cold Regions Science and Technology*, 21, 295 - 303.
- Ambach, W., Huber, J., Eisner, H., Schneider, H. 1993b. Tiefenprofile effektiver Viskositäten von temperiertem Firn ermittelt aus Verformungsmessungen an 2 Firnschächten (Kesselwandferner, Ötztaler Alpen, 1967 - 1989). *Festschrift H. Lang, Züricher Geographische Schriften*, Heft 53, 177 -184.
- Ambach, W., Huber, J., Eisner, H., Schneider, H. 1994. Depth profiles of effective viscosities for temperate firn following from strain rate measurements at two firn pits (Kesselwandferner, Ötztal Alps, 1967 - 1989). *Cold Regions Science and Technology*, Vol.23, 257 - 264.
- Bathe, K.J. 1986. *Finite-Elemente-Methoden*. Springer Verlag, Berlin, 820 S.
- Bindschadler, R. 1982. A numerical model of glacier flow applied to the quiescent phase of a surge-type glacier. *Journal of Glaciology*, 28(99), 239 - 265.
- Bindschadler, R. 1983. The importance of pressurized subglacial water in separation and sliding at the glacier bed. *Journal of Glaciology*, 29(101), 3 - 19.
- Blümcke, A., Hess, H. 1899. Untersuchungen am Hintereisferner. *Wissenschaftliche Ergänzungshefte zur Zeitschrift des D. u. Ö. Alpenvereins*, 1. Band, 2. Heft, Verlag des D. u. Ö. Alpenvereins, München 1899, 87 S.
- Blümcke, A., Hess, H. 1909. Tiefbohrungen am Hintereisferner im Sommer 1908. *Zeitschrift für Gletscherkunde*, 3, 232-236.

- Blümcke, A., Hess, H. 1910. Tiefbohrungen am Hintereisferner im Sommer 1909. Zeitschrift für Gletscherkunde, 4, 66 -70.
- Braess, D. 1992. Finite Elemente. Springer Verlag, Berlin, 292 S.
- Budd, W.F., Jacka, T.H. 1989. A review of ice rheology for ice sheet modeling. Cold Reg. Sci. Technol., 16, 107-144.
- Budd, W.F., Jenssen, D. 1975. Numerical modelling of glacier systems. IAHS-AISH Publ., 104, 257 - 291.
- Budd, W.F., Keage, P.L., Blundy, N.A. 1979. Empirical studies of ice sliding. Journal of Glaciology, 23(89), 157-170.
- Chow, V.T. 1964. Handbook of Applied Hydrology. McGraw-Hill Book Company, getr. Zählung.
- Ciarlet, P.G., Lions, J.L. 1991. Handbook of Numerical Analysis. Volume II: Finite Element Methods (Part I). North-Holland, Amsterdam, 928 S.
- Dyck, S., Peschke, G. 1995. Grundlagen der Hydrologie. Verlag für Bauwesen, Berlin, 536 S.
- Finsterwalder, S. 1897. Der Vernagtferner. Wissenschaftliche Ergänzungshefte des Deutsch. und Österr. Alpenvereins, Band 1, Heft 2, 7-87.
- Finsterwalder, S. 1908. Die Theorie der Gletscherschwankungen. Zeitschrift für Gletscherkunde, 2, 81-103.
- Förtsch, O., Schneider, H.J., Vidal, H. 1955. Seismische Messungen auf dem Gepatsch- und Kesselwandferner in den Ötztaler Alpen. Gerlands Beiträge zur Geophysik, 64, 233 - 262.
- Förtsch, O., Vidal, H. 1956. Glaziologische und Glazialgeologische Ergebnisse seismischer Messungen auf Gletschern der Ötztaler Alpen. Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie, 3, 145-169.
- Glen, J.W. 1955. The creep of polycrystalline ice. Proc. R. Soc. London, Ser. A, 228, 519-538.

- Greuell, W. 1992. Hintereisferner, Austria: Mass-balance reconstruction and numerical modelling of the historical length variations. *Journal of Glaciology*, 38(129), 233 - 244.
- Gudmundsson, G. 1994. Converging Glacier Flow - A case Study: The Unteraarglacier. *Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich (VAW)*, 131, 120 S.
- Häberli, W., Wächter, H.P., Schmid, W., Sidler, C. 1982. Erste Erfahrungen mit dem US Geological Survey - Monopuls Radioechohot im Firn, Eis und Permafrost der Schweizer Alpen. *Arbeitsheft Nr. 6*, 23 S.
- Hackbusch, W. 1987. *Elliptic Differential Equation*. Springer Verlag, Berlin, (dt. Ausgabe im Teubner Verlag, 1987), 311 S.
- Haefeli, R. 1970. Changes in the behavior of the Unteraargletscher in the last 125 years. *Journal of Glaciology*, Vol. 9(56), 195-203.
- Haltiner, G.J. , Williams, R.T. 1980. *Numerical Prediction and Dynamic Meteorology*. Second Edition. John Wiley & Sons, 477 S.
- Hämmerle, J. 1951. Das Profil über den Kesselwandferner (Brandenburgerhaus - Kesselwandspitze). Hausarbeit, Mathematisches Institut der Universität Innsbruck.
- Hanson, B. 1995. A fully three-dimensional finite-element model applied to velocities on Storglaciären, Sweden. *Journal of Glaciology*, Vol.41(137), 91 - 102.
- Hanson, B., Hooke, R. LeB. 1994. Short-term velocity variations and basal coupling near a bergschrund, Storglaciären, Sweden. *Journal of Glaciology*, 40(134), 49-56.
- Heinrichs, T.A., Mayo, L.R., Echelmayer, K.A., Harrison, W.D. 1996. Quiescent phase of a surge-type glacier: Black Rapids Glacier, Alaska, U.S.A. *Journal of Glaciology*, 42(140), 110 - 123.
- Hess, H. 1917. Hintereisferner. *Zeitschrift für Gletscherkunde*, 10, 158-166.

- Hess, H. 1924. Der Hintereisferner 1893 - 1922. Ein Beitrag zur Lösung des Problems der Gletscherbewegung. Zeitschrift für Gletscherkunde, 13, 145 - 203.
- Hirtlreiter, G. 1986. Die räumliche Verteilung der Eisgeschwindigkeit an der Gletscheroberfläche im Ablauf der Jahre, dargestellt am Beispiel des Vernagtferners. Diplomarbeit am Institut für Geographie der Universität München, 110 S.
- Hoinkes, H. 1957. zur Bestimmung der Jahresgrenzen in mehrjährigen Schneeansammlungen. Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie, Serie B, Band 8, 1, 56 - 60.
- Hoinkes, H. 1959. Das glazial-meteorologische Forschungsprogramm in den Öztaler Alpen. Bericht des deutschen Wetterdienstes, 54, 8 - 13.
- Hoinkes, H. 1970. Methoden und Möglichkeiten von Massenhaushaltsstudien auf Gletschern. Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie, 6, 37 - 90.
- Hoinkes, H., Lang, H. 1962a. Winterschneedecke und Gebietsniederschlag 1957/58 und 1958/59 im Bereich des Hintereis- und Kesselwandferners (Öztaler Alpen). Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie, Serie B, Band 11, 4, 424 - 446.
- Hoinkes, H., Lang, H. 1962b. Der Massenhaushalt von Hintereisferner und Kesselwandferner (Öztaler Alpen) 1957/58 und 1958/59. Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie, Serie B, Band 11, 4, 424 - 446.
- Huber, J. 1996. Entwicklung einer Stoffgleichung für temperierten Firn und Berechnung von Firnverformungen mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente. Dissertation an der Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Innsbruck, 204 S.
- Hughes, T.J.R. 1987. The Finite Element Method. Prentice-Hall, 803 S.
- Iken, A. 1993. Einige Aspekte der Mechanik von Gletscherschwankungen. Jubiläums-Symposion der Schweizerischen Gletscherkommission 1993, Verbier (VS). Zürich, Hochschulverlag an der ETH Zürich, Publikation der Schweizerischen Akademie der Naturwissenschaften 6, 153 - 170.

- Iken, A., Bindshadler, R.A. 1986. Combined measurements of subglacial water pressure and surface velocity of Findelengletscher, Switzerland: Conclusions about drainage system and sliding mechanism. *Journal of Glaciology*, 32(110), 101 - 119.
- Iken, A., Truffer, M. 1997. The relationship between subglacial water pressure and velocity of Findelengletscher, Switzerland, during its advance and retreat. *Journal of Glaciology*, 43(144), 328 - 338.
- Jaeger, J. 1969. Elasticity fracture and flow. Chapman and Hall, London, third Ed., 268 S.
- Jansson, P. 1995. Water pressure and basal sliding on Storglaciären, northern Sweden. *Journal of Glaciology*, 41(138), 232 - 240.
- Johnson, C. 1987. Numerical solutions of partial differential equations by the finite element method. Cambridge University Press, Cambridge, 278 S.
- Kamb, B., Echelmeyer, K. 1986. Stress-Gradient Coupling in Glacier Flow: 1. Longitudinal Averaging of the Influence of Ice Thickness and Surface Slope. *Journal of Glaciology*, 32(111), 267 - 284.
- Körner, H.J. 1983. Theorie der plastisch rotierenden Kar-Gletscherbewegung und ihre Anwendung. *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie*, 19(2), 101 - 130.
- Kruss, P.D., Smith, I.N. 1982. Numerical modelling of the Vernagtferner and its fluctuations. *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie*, 18(1), 93 - 106.
- Kuhn, M., Kaser, G., Markl, G., Wagner, H. P., Schneider, H. 1979. 25 Jahre Massenhaushaltsuntersuchungen am Hintereisferner. Institut für Meteorologie und Geophysik, Innsbruck, 80 S.
- Kuhn, M. 1981. Climate and Glaciers. International Association of Hydrological Sciences Publication 131 (Symposium at Canberra 1979 - Sea Level, Ice and Climatic Change), 199 - 209.

- Kuhn, M., Markl, G., Kaser, G., Nickus, U., Obleitner, F., Schneider, H. 1985. Fluctuations of climate and mass balance: Different responses of two adjacent glaciers. *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie*, Band 21, 409-416.
- Kuhn, M., Span, N., Schneider, H. 1996. Changing mode of ice flow during advances of Hintereisferner. *CRREL Special Report* 96-27, 69-74.
- Lang, H. 1962. Massenhaushalt und Abfluß des Hintereis- und Kesselwandferners (Ötztaler Alpen) in den hydrologischen Jahren 1957/58 und 1958/59 (I.G.Y. und I.G.C.). Dissertation, Universität Innsbruck.
- Lüthi, M. 1994. Stabilität steiler Gletscher. Eine Studie über den Einfluß möglicher Klimaänderungen. Diplomarbeit an der Abteilung für Mathematik und Physik (XI B) der ETH Zürich, 92 S.
- Müller, G., Rehfeld, I., Katheder, W. 1995. FEM für Praktiker. Die Methode der Finiten Elemente mit dem FE-Programm ANSYS. Expert Verlag, Renningen 1995.
- Narod, B.B., Clarke, K.C. 1994. Miniature high-power impulse transmitter for radio-echo sounding. *Journal of Glaciology*, 40(134), 103 - 104.
- Nevel, D.E., Haynes, F.D. 1976. Interpretation of the tensile strength of ice under triaxial stresses. *CRREL Report* 76-5, Cold Regions Science and Technology.
- Nye, J. F. 1953. The flow law of ice from measurements in glacier tunnels, laboratory experiments and the Jungfraufirn borehole experiment. *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 219, 477-489.
- Nye, J. F. 1965. The flow of a glacier in a channel of rectangular, elliptical or parabolic cross-section. *Journal of Glaciology*, 5(41), 661 - 690.
- Oerlemans, J. 1986. An attempt to simulate historic front variations of Nigardsbreen, Norway. *Theor. Appl. Climatol.*, 37(3), 126 - 135.
- Paterson, W.S.B. 1964. Variations in velocity of Athabasca Glacier with time. *Journal of Glaciology*, 5(39), 277 - 285.

- Paterson, W.S.B. 1994. The physics of Glaciers. 3rd Ed., Pergamon Press, Oxford, 480 S.
- Patzelt, G. 1985. The period of glacier advances in the Alps, 1965 to 1980. Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie, 23(2), 173 - 189.
- Picciotto, E., Crozaz, G., Ambach, W., Eisner, H. 1967. Lead-210 and Strontium-90 in an alpine glacier. Earth and Planetary Science Letters 3, 237 - 242.
- Pichler, H. 1997. Dynamik der Atmosphäre. 3. Aktualisierte Ausgabe. Spektrum Akademischer Verlag, 572 S.
- Queck, H. 1966. Massenhaushaltsstudien am Kesselwandferner (Ötztaler Alpen). Eine Untersuchung über Gesetzmäßigkeiten in der Rücklagestruktur und Rücklagenverteilung. Dissertation, Institut für Meteorologie und Geophysik der Universität Innsbruck, 124 S.
- Raper, S.C.B., Briffa, K.R., Wigley, T.M.L. 1996. Glacier change in northern Sweden from AD 500: a simple geometric model of Storglaciären. Journal of Glaciology, 42(141), 341-351.
- Raymond, C. F. 1971. Flow in a transverse section of Athabasca Glacier, Alberta, Canada. Journal of Glaciology, 10, 55-84.
- Raymond, C. F. 1980. Valley glaciers. In Colbeck, S.C. (Hrsg.), Dynamics of Snow and Ice Masses. Academic Press, New York, 79-139.
- Rose, G.C., Vickers, R.S. 1974. Calculated and experimental response of resistively loaded V antennas to impulsive excitation. Int. J. Electron., 37, 261 - 271.
- Schatz, H. 1936. Nachmessungen am Hintereis- und Vernagtferner im Sommer 1935. Zeitschrift für Gletscherkunde, 24, 161 - 165.
- Schatz, H. 1953. Nachmessungen im Gebiet des Hintereis- und Vernagtferners in den Jahren 1939 - 1950. Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie, 2, 135 - 138.

- Schimpp, O. 1960. Der Haushalt des Hintereisferners (Ötztal). Akkumulation, Ablation und Gletscherbewegung in den Jahren 1952/53, 1953/54. Veröffentlichungen des Museums Ferdinandeum in Innsbruck, Band 39, Jahrgang 1959. Universitätsverlag Wagner, Innsbruck 1960, 67-138.
- Schlosser, E. 1996. Modellierung der neuzeitlichen Schwankungen des Hintereisferners. Dissertation am Institut für Meteorologie und Geophysik an der Universität Innsbruck, 140 S.
- Schneider, H. 1970. Die Grundlagen der Vermessungen am Kesselwandferner (Ötztaler Alpen) und die Bewegung dieses Gletschers in den Haushaltsjahren 1965/66, 1966/67 und 1967/68. Dissertation an der Philosophischen Fakultät der Universität Innsbruck, 206 S.
- Schneider, H. 1975. Die Karte des Kesselwandferners 1971 und die Grundlagen der Vermessung. Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie, 11(2), 229 - 244.
- Schwarz, H.R. 1991. Methode der finiten Elemente. Teubner Verlag, Stuttgart, 435 S.
- Serrin, J. 1959. Handbuch der Physik, Band 8/1. Strömungsmechanik, 230 - 243. Springer Verlag, Berlin - Göttingen - Heidelberg.
- Span, N., Kuhn, M., Schneider, H. 1997. 100 Years of ice dynamic of Hintereisferner, Central Alps, Austria, 1894-1994. Annals of Glaciology, 24, 297 -302.
- Strang, G., Fix, G.J. 1973. An Analysis of the Finite Element Method. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 306 S.
- Vaughan, D.G. 1993. Relating the occurrence of crevasses to surface strain rates. Journal of Glaciology, 39(132), 255 - 266.
- Wakonigg, H. 1991. Die Nachmessungen an der Pasterze von 1879 bis 1990. Festschrift für Herbert Paschinger. Arbeiten aus dem Institut für Geographie der Karl-Franzens-Universität Graz. Band 30, 271-307.
- Watts, R.D., England, A.W., Vickers, R.S., Meier, M.F. 1975. Radio-echo sounding on South Cascade Glacier, Washington, using a long wavelength, monopulse source. Journal of Glaciology. 15(73), 459 - 461.

- Watts, R.D., England, A.W. 1976. Radio-echo sounding of temperate glaciers, ice properties and sounder design criteria. *Journal of Glaciology*, 17(75), 39 - 48.
- Watts, R.D., Wright, D.L. 1981. Systems for measuring thickness of temperate and polar ice from the ground or from the air. *Journal of Glaciology*, 27(97), 459 - 469.
- Wu, T.T, King, R.W.P. 1965. The cylindrical antenna with non-reflecting resistive loading. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, AP-13(3), 69 - 373.
- Zienkiewicz, O.C. 1975. *Methode der finiten Elemente*. C. Hanser Verlag, München, 496 S.

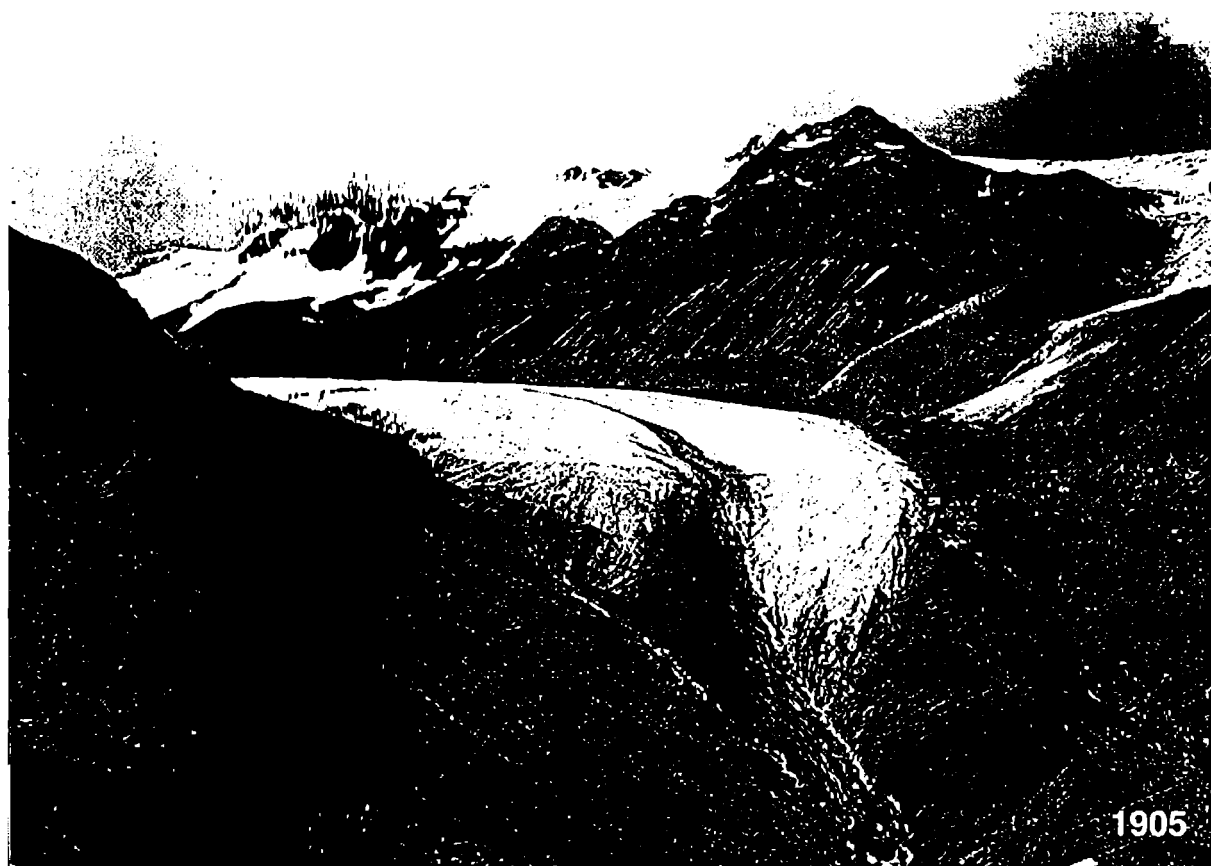
Anhang

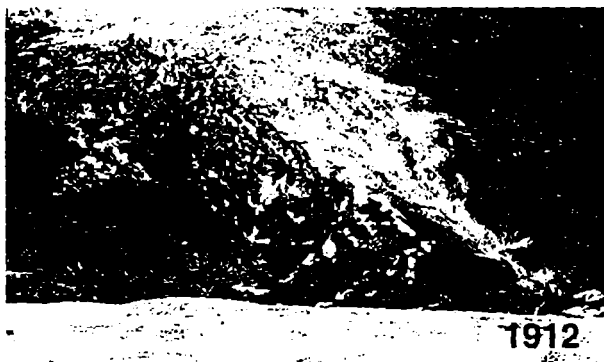


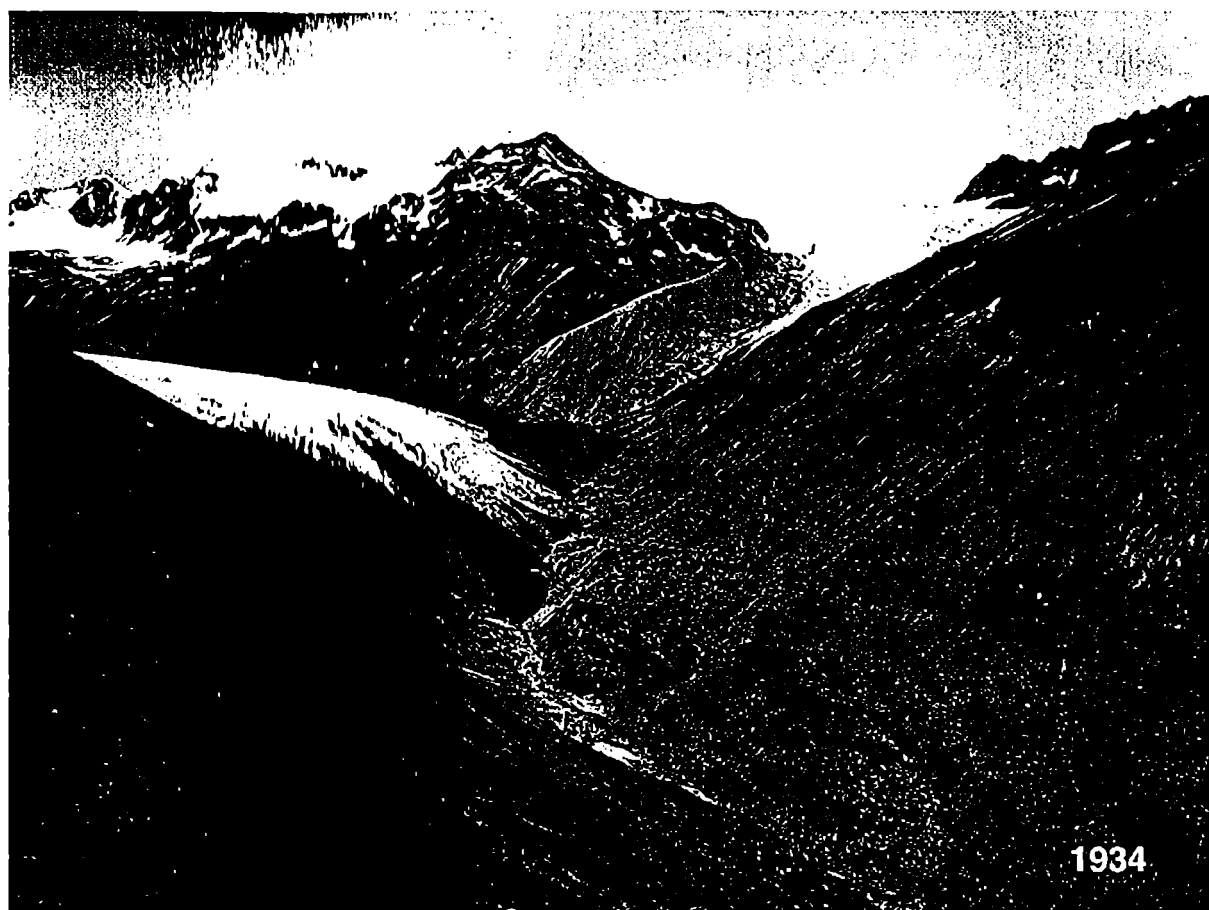
1730 Kesselwand-Ferner

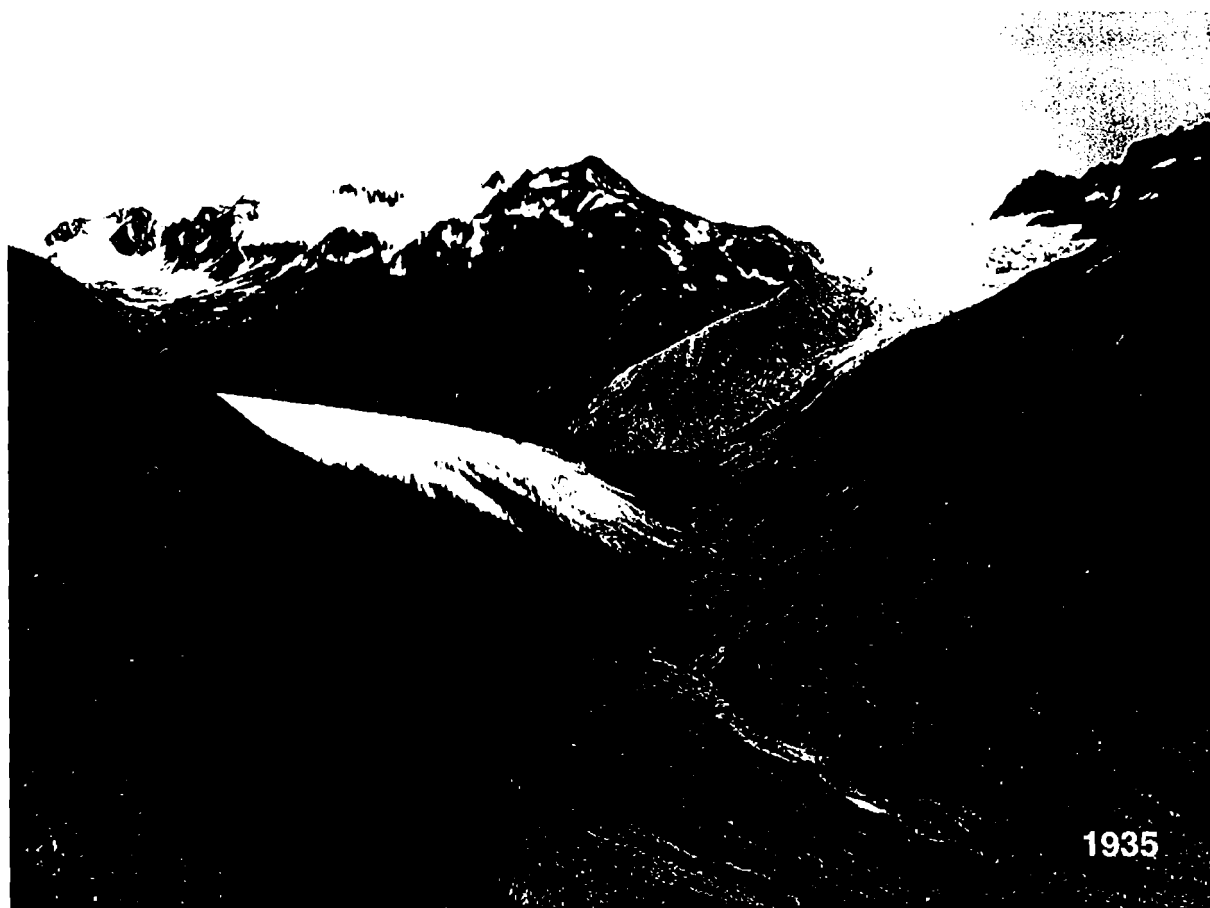


Hinterer Rad-Kesselwand-Ferner, 1489

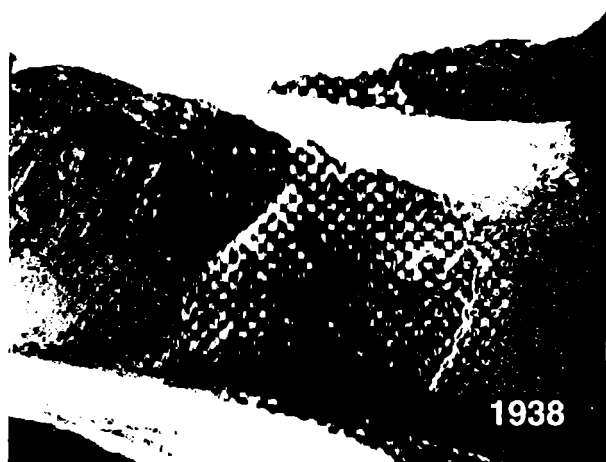
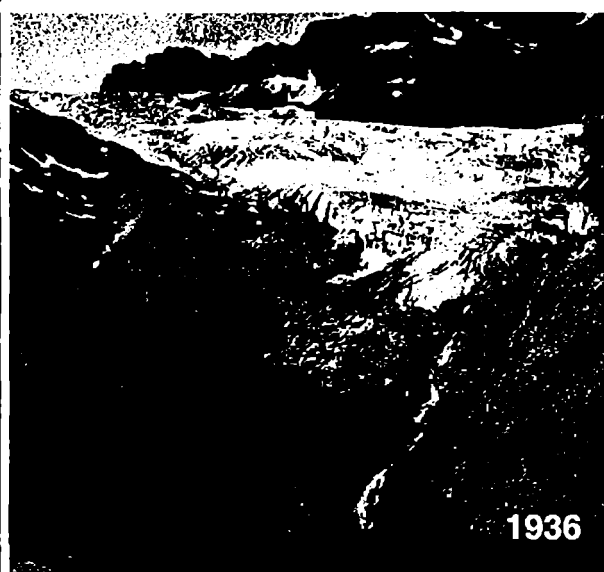






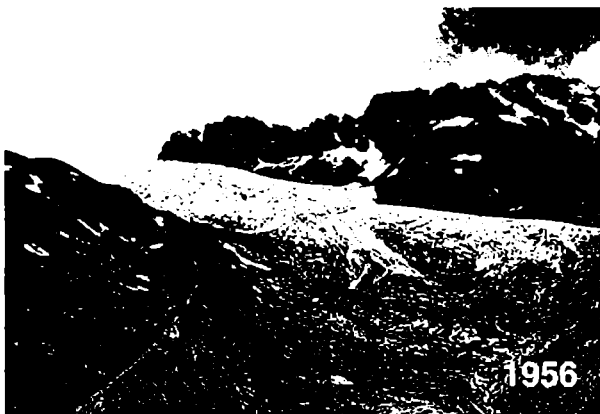




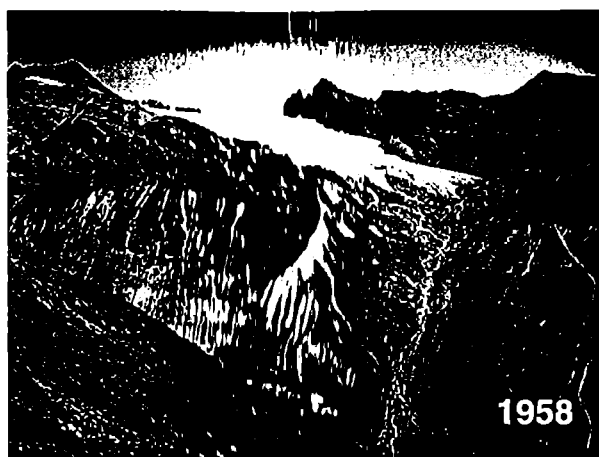




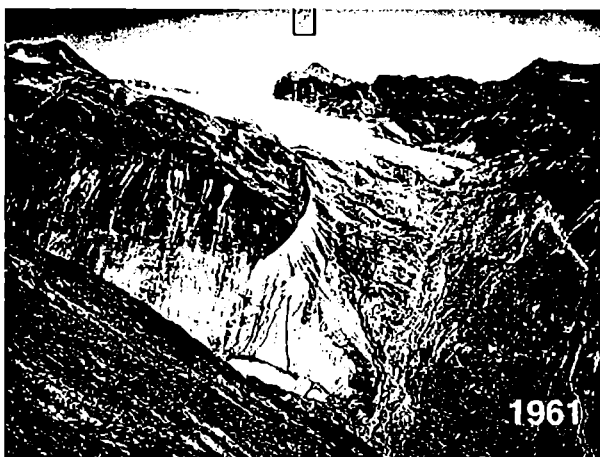
1944



1956



1958



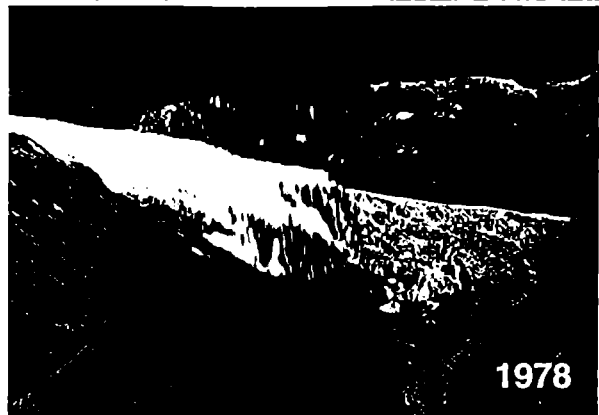
1961



1971



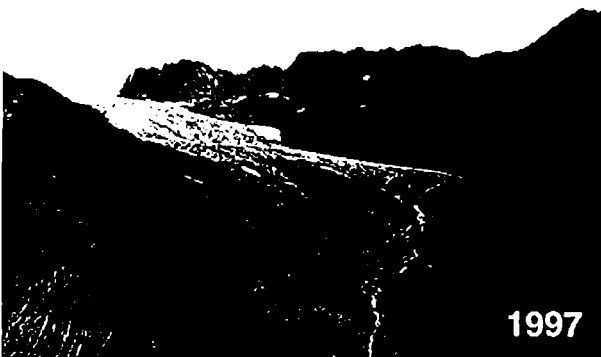
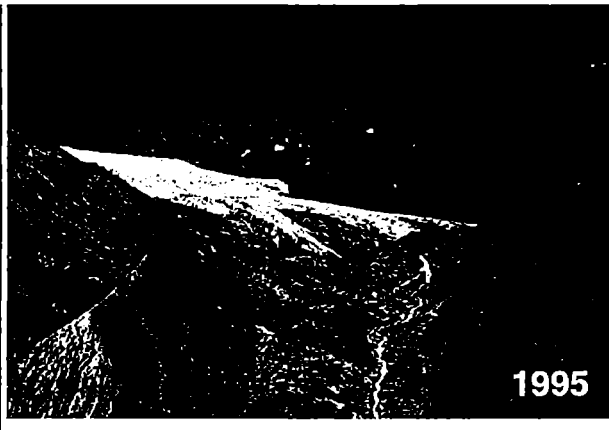
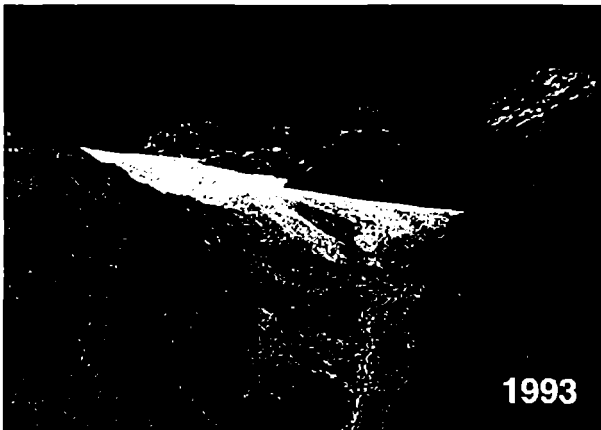
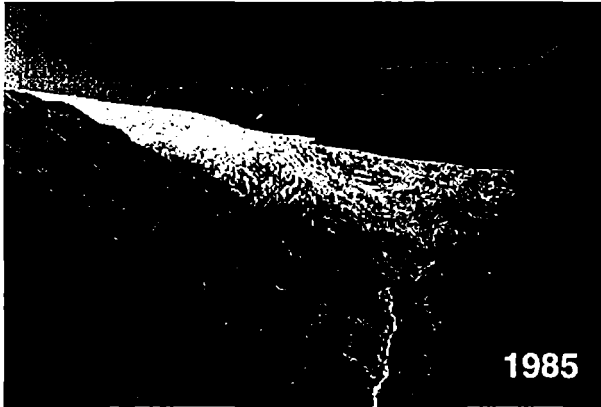
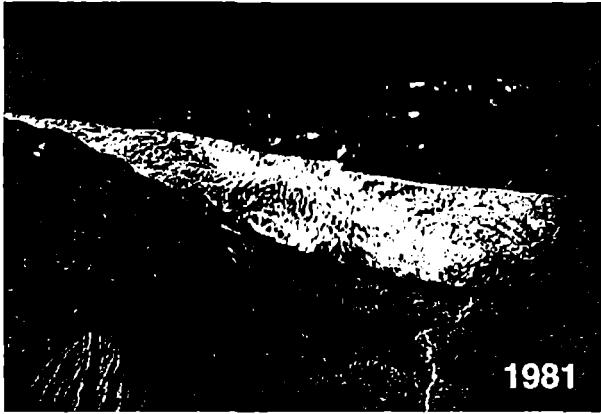
1975



1978



1979



Danksagung

Es waren sehr viele unterschiedliche Menschen, die mich während der Dissertation begleitet und auch unterstützt haben. Deshalb ist es mir ein wichtiges Bedürfnis all diese Menschen namentlich zu erwähnen und (ohne einer Wertung der Haltung) meinen herzlichsten Dank auszusprechen:

Als erstes meinen Eltern, weil Sie es ermöglichten in einem wundervollen Elternhaus aufzuwachsen und weil so mein Geist frei war, sich mit so "weltimmananten" Problemen wie der Gletscherforschung zu beschäftigen.

Meiner lieben Freundin und Lebensgefährtin Susanna, die einen großen Anteil am Gelingen der Dissertation hatte, und für die Geduld, Liebe und den moralischen Zuspruch während der Dauer der Arbeit und die dafür sorgte, daß ich nicht vergaß zu essen.

Außerdem unterstützte sie mich schon dreimal bei den Vermessungsarbeiten.

Bei meinem Betreuer Prof. Kuhn für die Möglichkeit die Dissertation am Institut für Meteorologie und Geophysik durchzuführen und für die vielen wertvollen Hinweise und Tips und für die doch größtmögliche Freiheit bei der Dissertation, für die Anstellung über die Akademie der Wissenschaften, die mir im Zuge der Radio-Echolotmessungen von Herrn Prof. Kuhn vermittelt wurde, und für meine finanzielle Unabhängigkeit sorgte.

Besonders natürlich bei meinem Freund, dem "Varmessa Harald" (Dr. Harald Schneider), vor allem für:

die gemeinsamen Feldarbeiten im Sommer und Winter am Kesselwandferner und den unvergesslichen Spaß dabei,
die tatkräftige Unterstützung bei der Aufbereitung der Daten und vor allem für die Überlassung der Daten,
und noch ein extra Dankeschön, daß ich im Jahr 1992 die Akkus für den Theodoliten "aufladen gehen durfte".

Meinem Freund "Goofy" (Stephan Hofinger) für die gemeinsame Zeit in unserem glaziologischen Büro (und 1000 Dank fürs Aufräumen!),
für all die gemeinsamen Feldkampagnen am Kesselwandferner, am Hintereisferner und der Radio-Echolotmessungen auf verschiedenen Gletschern, für die Poststellung von Apfelsaft und die Überlassung der "Beute",
für die Hilfe bei allen Fragen zu UNIX, und keinen Dank dafür, daß er nach der "Nacht im Klavier" am nächsten Tag noch immer im Wohnzimmer saß und das Schirennen verfolgte.

Meinem Freund "Fred Farmer" (Manfred Bauer) für die gemeinsamen Zeit, in der wir die Strecken für das Buch "Mountainbike-Touren" (erhältlich im Löwenzahnverlag um 248,- ÖS) nüchtern hinaufradelten und schließlich zu Papier brachten, und ebenso keinen Dank dafür, daß er nach der "Nacht im Klavier" am nächsten Tag auch noch immer im Wohnzimmer saß und das Schirennen verfolgte.

Bei meinem Freund "Massi" (Marius Massimo) für die gemeinsamen Feldkampagnen und für die nicht trockenen wissenschaftlichen Abende auf den Hütten und im UNI-Cafe, für die Entdeckung der Zipferniden und Zipfertiden in der Höhle des BB-Winterraumes, und dafür daß jeder glaubt er hätte die Traktoren auf den Rofenhöfen verschrottet.

Bei meiner Freundin Susanna Lentner für den vergessenen Pegelplan, den sie mir mit meinem alten Fiesta von Innsbruck nach Vent brachte, obwohl ich vergaß zu sagen, daß die Bremsen eigentlich nicht funktionieren, und für die gemeinsamen Feldkampagnen und Erörterung von wirklich wichtigen Fragen, das Leben betreffend, und vor allem für "das" Feschtl.

Beim guten Geist im Labor, dem "Alpinisten" Franz Weitlaner für die Unterstützung am Hintereisferner im April 1994 und für die Hilfe bei der Entwicklung des neuen "tragbaren" Radio-Echolotes, für die Hilfe bei allen Problemen mit dem eigenen Computer und keinen Dank für den Kaffee, der die Arbeit an der Dissertation beinahe vorzeitig beendet hätte.

Beim 2. guten Geist im Labor, dem einzigen der den Kaffee von Franz verträgt, dem "Maschtl" (Martin Streicher) für die immer freundliche Unterstützung bei allen Wünschen von Änderungen oder Entwicklungen von glaziologischen Ausrüstungsgegenständen.

Bei Gerhard Markl für die Bereitstellung der so mühsam erarbeiteten Massenbilanzdaten und für die Hilfe bei allen Fragen zur Massenbilanz.

Bei Fritz Pellet für alle allgemeinen Fragen die Computer betreffen und für die nützlichen Tips bei der Erstellung des "Mountainbike-Touren" Büchleins.

Bei Friedl Obloitner für die Teilnahme an den Feldmessungen am Hintereisferner und auf der Pasterze und dafür daß er gerade zu der Zeit ein Liedchen im Nobel am HEF pfiff als ich die Batterien des Walkmans wechselte und ihn somit hören konnte.

Bei Lisi Schlosser für die zahlreichen Diskussionen über Gletschermodellierung.

Bei Rudi Sailer vom Institut für Geographie für die Hilfe bei der Erstellung des DGM's des Untergrundes von HEF und KWF.

Beim meinem Freund Peter (Ing. Peter Grasser) für den Erfahrungsaustausch mit dem Programmpaket ANSYS und die Bereitstellung der Lizenz für eine PC Version von ANSYS, wodurch ich am eigenen Computer viele FEM Berechnungen ausführen konnte

für die gemeinsamen Stunden vor dem Fernrohr und die kosmischen Augenblicke an seinem 1 x-50er Spiegel und an seine Pentax-en, Nagler-n, Panoptik-on, wo ich immer wieder bewußt wird, wie wichtig doch die irdische Gletscherforschung ist

Bei meinem Freund Holli für die wohl schönsten Stunden unter dem gestirnten Himmel auf der "Alba" und dafür, daß er mich absolut niemals auf die Dissertation angesprochen hat.

Bei meinen Freunden und treuen Begleitern bei den zahlreichen Feldkampagnen, nämlich Andreas Schaffhauser (extra Dank für die Zeit in der Ramsau(!)), Alexander Gohm, Michael Butschek, Reinhard Fromm, Werner Tomscho, Gert Andeller, Fritz Blätterbauer, Roland Mair, Thomas Exner, Stephan Labazzon und Christian Mallaun.

Bei der guten Familie Hollma vom Basislager 1, den Rofenhöfen und die oft mehr als ausreichende Bewirtung und für das Jahr 1992.

Bei den Hüttenwart(inn)en vom Hochjochhospiz, Gerlinde und Didi für die "Überzeit" nach 10 Uhr p.m.

Bei den Hüttenwart(inn)en vom Brandenburgerhaus Traudl und Gebhard für's Notzuig, denn nur damit läßt sich die Arbeit dort oben ertragen.

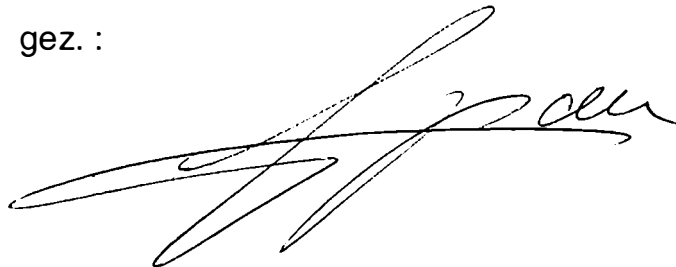
Lebenslauf

Persönliche Daten: Geboren am 28. Februar 1967 in Innsbruck
Vater: Span Roman, Zollwachbeamter
Mutter: Span Hildegard, geb. Passler,
Dipl. Sozialarbeiterin
Bruder: 26 Jahre, Angestellter, verheiratet.

Schulbildung: Volksschule Pfunds 1973 - 1977
1. Klassenzug der Hauptschule Steinach 1977 - 1981
Höhere Technische Bundes- Lehr- und
Versuchsanstalt, Abteilung Hochbau,
Schulabschluß mit ausgezeichneter Reifeprüfung
im Juni 1987.
Danach ordentlicher Hörer an der Universität
Innsbruck von Oktober 1987 bis September 1993.
Studienrichtung: Meteorologie und Geophysik.
Abschluß des Diplomstudiums: Im September 1993
mit Auszeichnung bestanden.

Von 1.10.93 bis 30.4.94 Präsenzdienst beim
Bundesheer.
Seit Oktober 94 Doktoratstudium am Institut für
Meteorologie und Geophysik in Innsbruck.

gez. :

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Span', with a large, sweeping horizontal stroke underneath.