



MITTEILUNGEN

7

Schneehydrologische Forschung  
in Mitteleuropa

Snow Hydrologic Research  
in Central Europe

Vorträge und Poster der  
Wissenschaftlichen Tagung  
vom 12. bis 15. März 1984  
in Hann. Münden

Zusammengestellt von  
Horst-Michael Brechtel

Auszug

Deutscher Verband für  
Wasserwirtschaft und Kulturbau

1984

44/490

5

PHYSIKALISCHE GRUNDLAGEN DES ENERGIE-  
UND MASSENHAUSHALTS DER SCHNEEDECKE  
von M. Kuhn, Innsbruck

ABSTRACT

PHYSICAL BASES FOR THE ENERGY AND MASS BALANCES OF SNOW COVER

The energy exchange between the snow surface and the atmosphere is mostly accounted for by the net radiation current and the turbulent currents of sensible and latent energy. Net radiation flow is the balance of incoming and outgoing (downwards and upwards directed) radiation. It is subdivided into a short wave ( $\lambda < 3 \mu$ ) and a long wave component because of the different characteristics of snow and air in these portions of the electromagnetic spectrum.

The short wave global radiation comes in part directly from the sun and in part as diffused components. The diffused components arrive at the snow surface after being multiply dispersed by air molecules and aerosols or after reflection by clouds and snowcovered trees and slopes. Heavy cloud cover can reduce the global radiation to one quarter of the clear weather values.

A large amount of the global radiation is reflected by snow cover as short wave radiation. This portion, the albedo, is dependant on the wave length, the geometry of the radiation and especially on the snow structure. New snow reflects over 80 % whereas coarse-grained old snow reflects only 50 % of the incoming radiation.

The snow surface loses energy in the form of long wave expulsion according to the Stefan-Boltzmann Law. The emission ca-

capacity of snow ( $0,95 \leq \epsilon \leq 0,98$ ) is not well known, a deficit which mutually is almost compensated by long wave reflections, of which very little knowledge is also available.

Atmospheric reflection is the downward directed long wave flow emitted by clouds, aerosols and three atomed gases ( $\text{CO}_2$ ,  $\text{O}_3$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ ). The exact formulation requires more information than is normally accessible. For this reason, a series of simple parameters are normally used.

Long wave radiation and atmospheric reflection are, in accordance with size, reciprocal and comparable to the global radiation. The emanation dominates to such an extent that, under winter conditions, the net radiation flow is negative. This is normally compensated for by the sensible heat flow as well as the heat flow from the soil.

An exchange of the magnitude  $\rho c_p T$  ( $\rho$  = air density,  $c_p$  = specific heat of air at constant pressure,  $T$  = air temperature) is realized in the turbulent sensible heat flow. Several methods are available for this formulation and calculation: the covariance of the turbulent variations of temperature and vertical air movements; the hypothesis that the flow is proportional to the vertical temperature gradients; and the parameterization with temperature difference in two definite levels. The coefficients of the second and third methods are greatly influenced by air layering. This is normally stable over snow surfaces.

The energy exchange of latent heat is large per unit but of secondary importance for the removal of middle European snow covers.

The energy movements within the snow are complicated in that snow is short wave radiation, air and water permeable.

The transmission of short wave radiation flow is similar to that mentioned for the albedo: dependance of wave length, angle of incidence and snow structure.

The transport of tactile heat by ventilation of porespace is almost negligible; it can, as in the case of long wave grain to grain radiation exchange, be included as a corrective value in the molecular heat conduction coefficients. The effective heat conductivity of snow is primarily derived from the porosity and only to a small part by the absolute temperature. Wherever the sum of conducted energy is positive and the temperature is at least  $0^\circ\text{C}$ , snow can melt. Snow melt is accelerated by the infiltration of melt water because the latent melt heat can be rapidly distributed through the underlying colder layers. The structural change of wet snow lowers the albedo.

Snow metamorphism is not only influenced by melting; it begins immediately after snow deposition with a bulk transport in the gaseous phase from convex to concave crystal surfaces and through the pore spaces between the warmer and colder snow layers. The snowstructure is greatly changed at the ground contact but this is not as important as the refreezing of melt water.

## 1. EINLEITUNG

Der Energiehaushalt und Wasserkreislauf zwischen Atmosphäre und Erdoberfläche wird von einer Vielfalt von Randbedingungen kontrolliert, die sich jeweils in charakteristischer Art räumlich und zeitlich ändern und individuelle Untersuchungsmethoden erfordern. Es ist die Aufgabe dieser Arbeit, die Besonderheiten des Energie- und Massenhaushalts der Schneedecke analytisch zu formulieren und konkrete Angaben über Größe und

zeitlichen Verlauf der grundlegenden, physikalischen Prozesse dieser Haushalte zu präsentieren.

Die Schneedecke zeichnet sich im Vergleich zu anderen Oberflächen durch eine Reihe von Eigenschaften aus, die im Folgenden aufgezählt sind:

- Große horizontale Homogenität
- Hohe Albedo
- Transparenz für kurzwellige Strahlung
- Permeabilität für Luft und Wasser
- Gute thermische Isolierung
- Großes Speichervermögen für Wärme und Wasser
- Die Oberflächentemperatur kann  $0^{\circ}\text{C}$  nicht übersteigen
- Sublimation und Verdunstung nehmen stets die potentielle Rate an
- Die Oberflächenrauigkeit ist extrem niedrig
- Die atmosphärische Grenzschicht über der Schneedecke ist stabil geschichtet.

## 2. DIE HAUSHALTSGLEICHUNGEN

Die Erdoberfläche kann mit der Atmosphäre und mit dem Untergrund auf dreierlei Weise Energie austauschen:

- durch Strahlung,
- molekulare Diffusion (Leitung),
- turbulente Diffusion.

Bezeichnet man den Saldo des Strahlungsaustausches, den Nettostrahlungsstrom, mit  $S$ , den turbulenten Strom fühlbarer Wärme mit  $F$ , den der latenten Wärme der Verdunstung oder Kondensation mit  $LV$  und den Bodenwärmestrom mit  $B$ , so gilt für die Bodenoberfläche, in der ja keine Energie gespeichert werden kann,

$$(1) \quad S + F + LV + B = 0.$$

Diese Formulierung der Energiebilanz war lange Zeit gebräuchlich, doch hat sich in Anlehnung an die Dynamik eine andere Vorzeichenkonvention durchgesetzt. Sie geht davon aus, daß ein Strom positiv in Richtung der Koordinate definiert ist, z.B.  $F > 0$ ,  $LV > 0$  wenn diese Ströme Energie von der Erdoberfläche in die Atmosphäre transportieren,  $B > 0$  wenn Energie von der Oberfläche in den Boden hineingeleitet wird (siehe Bild 1),

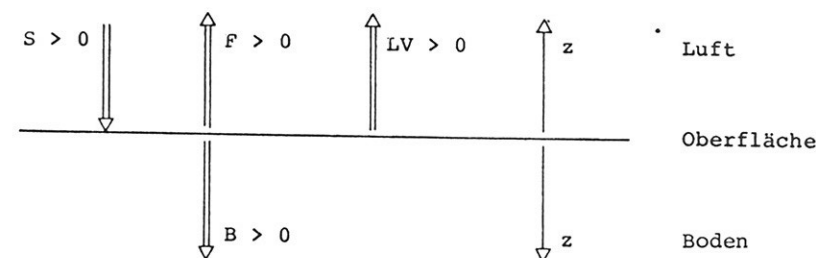


Bild 1: Definition der Vorzeichen in Gleichung (2)

Traditionell werden aber die Strahlungsströme weiterhin als positiv definiert, wenn sie die Oberfläche mit Energie versorgen, also nach unten gerichtet sind.

Damit folgt die heute weit verbreitete Form der Energiebilanz

$$(2) \quad S = F + LV + B,$$

die in dieser Arbeit ausschließlich verwendet wird. Die Dimensionen der Energiebilanzterme sind die von Energieflußdichten: Energie pro Zeit und horizontale Fläche, wobei als Einheiten praktischerweise  $\text{W m}^{-2}$  gewählt werden, wenn es um kurzfristige Durchschnittswerte geht, und  $\text{J m}^{-2}\text{d}^{-1}$ , wenn es sich um Tagessummen handelt.

$$(1 \text{ W m}^{-2} = 1 \text{ J s}^{-1} \text{ m}^{-2} = 86,4 \text{ kJ m}^{-2}\text{d}^{-1})$$

$$1 \text{ MJ m}^{-2}\text{d}^{-1} = 11,57 \text{ W m}^{-2}$$

$$1 \text{ ly min}^{-1} = 1 \text{ cal cm}^{-2}\text{min}^{-1} = 699 \text{ W m}^{-2}.$$

Gegenüber einer trockenen Bodenoberfläche zeichnet sich die Schneedecke durch einige interessante, aber komplizierende Eigenschaften aus. Sie ist durchlässig für

Strahlung (Transmission),  
Luft und Wasserdampf (Ventilation) und  
Wasser (Perkolation).

Zusammen mit der gleichzeitigen Existenz der drei Phasen des  $\text{H}_2\text{O}$

Eis  
Wasser  
Wasserdampf

bedeutet das, daß der Energiehaushalt der Oberfläche eines Schneevolumens durch Transporte in der dampfförmigen und flüssigen Phase vom oder zum Inneren dieses Volumens beeinflußt wird.

Da die Schneekörner und -kristalle in manchen Fällen einzeln beweglich sind, kann latente Wärme in allen drei Phasen das

betrachtete Volumen verlassen oder dort deponiert werden, so daß der Energiehaushalt der Schneedecke

auf ein Volumen bezogen und  
mit dem Massenhaushalt verknüpft ist.

Bevor der vereinfachte, flächenbezogene Energie- und Massenhaushalt dargestellt werden kann, müssen also die Möglichkeiten des Energie- und Massentransports in der Schneedecke untersucht werden.

### 3. MECHANISCHE UND THERMISCHE KENNZAHLEN

Da Schnee ein Gemisch der drei  $\text{H}_2\text{O}$ -Phasen und Luft ist, müssen die folgenden Größen durch die Indices

E auf Eis  
W auf Wasser  
V auf Wasserdampf bzw. Verdunstung/Kondensation  
M auf Schmelzen/Gefrieren und  
L auf die Lufteinschlüsse im Schnee bezogen werden.

Ein Volumen von  $V_S \text{ m}^3$  Schnee setzt sich zusammen aus:

$V_L \text{ m}^3$  Luft und Wasserdampf  
 $V_E \text{ m}^3$  Eis  
 $V_W \text{ m}^3$  Wasser

$$(3) \quad V_S = V_L + V_E + V_W.$$

$V_L$  enthält Luft und Wasserdampf, da nach Dalton Gase unabhängig voneinander dasselbe Volumen einnehmen.

Im Volumen von  $V_S$  m<sup>3</sup> Schnee sind enthalten:

$m_S$  kg Schnee  
 $m_L$  kg Luft  
 $m_E$  kg Eis  
 $m_W$  kg Wasser  
 $m_V$  kg Wasserdampf

$$(4) \quad m_S = m_L + m_E + m_W + m_V .$$

Dabei sollen die Dichten als Materialkennzahlen und nicht als Masse einer Phase pro Gesamtvolumen des Schnees verstanden werden, was in folgenden Schritten erläutert wird.

$$(5) \quad \rho_S = \frac{m_S}{V_S} \quad \begin{array}{l} \text{Schneedichte} \\ \text{(bulk density)} \end{array}$$

$$(6) \quad \rho_E = \frac{m_E}{V_E} = 916 \text{ kg m}^{-3} \quad \text{Eisdichte}$$

$$(7) \quad \rho_L = \frac{m_L}{V_L} = 1,3 \cdot p / 1013 \cdot \frac{273}{T} \text{ kg m}^{-3} \quad \text{Luftdichte}$$

wobei  $p$  der Luftdruck in hPa (Hektopascal, numerisch gleich dem früher gebräuchlichen Millibar) ist

$$(8) \quad \rho_W = \frac{m_W}{V_W} = 1000 \text{ kg m}^{-3} \quad \text{Wasserdichte}$$

$$(9) \quad \rho_V = \frac{m_V}{V_L} = 4,85 \text{ g m}^{-3} \text{ bei } 0^\circ\text{C und Sättigung} \quad \begin{array}{l} \text{Dampfdichte} \\ \text{(absolute Feuchte)} \end{array}$$

$$(10) \quad \rho_S = \frac{m_L + m_E + m_W + m_V}{V_L + V_E + V_W}$$

Aus den Gleichungen (3) bis (10) können außerdem folgende Kennzahlen der Schneedecke definiert werden:

$$(11) \quad \text{Porosität } P = \frac{V_L}{V_S} \quad \text{(dimensionslos)}$$

$$(12) \quad \text{freier Wassergehalt } W = \frac{m_W}{m_S} \quad \text{(dimensionslos)}$$

$$(13) \quad \text{Wasserwert } WW = \int_0^Z \rho_S dz \quad [\text{kg m}^{-2}]$$

$$(14) \quad \text{Wasseräquivalent (äquivalente Wasserhöhe)}$$

$$W\ddot{A} = \int_0^Z \frac{\rho_S}{\rho_W} dz \quad [\text{mm}]$$

oder

$$W\ddot{A} = WW / \rho_W$$

Die Begriffe Wasserwert und Wasseräquivalent werden meist gleichbedeutend verwendet, die oben getroffene Unterscheidung wird aus praktischen Gründen in dieser Arbeit beibehalten.

Allgemein gilt

$$(15) \quad m_L \ll m_S, \quad m_V \ll m_S, \quad \text{so daß } m_S \approx m_E + m_W$$

und Gleichung (12) zu

$$(16) \quad W \approx \frac{m_W}{m_E + m_W}$$

vereinfacht wird.

## 4. DER WÄRMEINHALT DER SCHNEEDECKE

Der Wärmeinhalt eines Schneevolumens kann allgemein in einen

fühlbaren Teil  $\rho c T$  und einen  
latenten Teil  $\rho L$

getrennt werden. Hierbei ist  $c$  ( $\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ) die spezifische Wärme und  $L$  ( $\text{J kg}^{-1}$ ) die latente Wärme der Phasenübergänge.

Die externen Energieströme, die die Oberfläche der Schneedecke erreichen ( $S$ ,  $F$ ,  $LV$  nach Gleichung (2)) bilden den Bodenwärmestrom

$$B = S - F - LV ,$$

der zur Änderung des Energieinhalts der Schneedecke beiträgt. Bezeichnet man mit  $B_z$  den Wärmestrom, der durch eine horizontale Fläche in der Tiefe  $z$  geht, und mit  $B_o$  den an der Oberfläche, und nimmt man horizontal homogene Verhältnisse an, dann wird

$$(17) \quad dJ = (B_o - B_z) dt \quad [\text{MJ m}^{-2}]$$

die Energie pro Fläche, die für Temperatur- oder Phasenänderungen in der Schicht von der Oberfläche bis zur Tiefe  $z$  zur Verfügung steht.

$$(18) \quad \frac{dJ}{z} = \sum_i \frac{m_i}{V_S} c_i dT_i + \sum_k \frac{L_k}{V_S} dm_k = \sum_i \rho_i \frac{V_i}{V_S} c_i dT_i + \sum_k L_k \frac{V_k}{V_S} d\rho_k$$

wobei der Index  $i$  für die vier Bestandteile Eis, Wasser, Wasserdampf und Luft steht, der Index  $k$  die möglichen Phasenübergänge (Schmelzen/Gefrieren, Verdunsten/Kondensieren, Sublimieren) und die damit verbundenen Massenänderungen angibt.

Im folgenden Rechenbeispiel wird angenommen, daß die Temperatur der gesamten Schneedecke und ihres Untergrundes anfangs isotherm  $-4^\circ\text{C}$  ist, so daß  $m_W = 0$  und  $B_z = 0$ . Die Dichte sei  $\rho_S = 250 \text{ kg m}^{-3}$ , so daß mit den Gleichungen (5) - (11)  $V_E/V_S = 0,274$  und  $V_L/V_S = 0,726$  berechnet wird.

An der Oberfläche soll der Wärmestrom  $B_o = 1 \text{ MJ m}^{-2}\text{d}^{-1}$  eintreten. Als Folge dieser Wärmezufuhr werden zunächst die Temperaturen  $T_E$ ,  $T_V$  und  $T_L$  von  $-4^\circ\text{C}$  auf  $0^\circ\text{C}$  erhöht. Weiters muß das Volumen  $V_L$  mit Wasserdampf entsprechend der höheren Temperatur gesättigt werden, und die verbleibende Energie wird zum Schmelzen verwendet.

Dieses Beispiel entspricht der Situation, die im Frühjahr im Hochgebirge häufig eintritt: intensive Sonnenstrahlung schmilzt kalten Schnee von der Oberfläche her, wobei die Erwärmung durch Wärmeleitung langsamer nach unten fortschreitet als das versickernde Schmelzwasser, das damit latente Wärme in die tieferen Schichten bringt. Es soll also in diesem Beispiel nur eine Schicht von  $z_1 = 0,2 \text{ m}$  Dicke auf  $0^\circ\text{C}$  erwärmt werden und die Schmelzwasserproduktion berechnet werden. Aus Gleichung (17) folgt  $dJ/z = 5 \text{ MJ m}^{-3}$  für  $dt = 1 \text{ Tag}$ ,  $z = 0,2 \text{ m}$ ,  $B_o = 1 \text{ MJ m}^{-2}\text{d}^{-1}$ . In Gleichung (18) wird das Volumen für  $1 \text{ m}^2$  Grundfläche und  $0,2 \text{ m}$  Tiefe als  $V_S = 0,2 \text{ m}^3$  eingesetzt und mit anfänglich  $m_W = 0$  führt sie zu

$$(19) \quad \frac{J}{z} = \left( \rho_E \frac{V_E}{V_S} c_E + \rho_V \frac{V_L}{V_S} c_V + \rho_L \frac{V_L}{V_S} c_L \right) \Delta T + L_V \frac{V_L}{V_S} \Delta \rho_V^* + L_M \cdot \frac{m_W}{V_S}$$

In Einheiten von ( $\text{MJ m}^{-3}$ ) lauten die Zahlenwerte nach Tafel 1

$$5 = (0,527 + 7 \cdot 10^{-6} + 0,9 \cdot 10^{-3}) 4 + 3 \cdot 10^{-3} + 1,67 m_W ,$$

woraus man sofort sieht, daß die Erwärmung des Wasserdampfs und der Luft so wie die Verdunstung zur Sättigung in dieser

Bilanz vernachlässigbar sind. Die Lösung der Gleichung (19) lautet  $m_w = 1,7 \text{ kg}$  Schmelzwasser können pro  $\text{m}^2$  durch die Tiefe  $z_1$  sickern und dem darunterliegenden Schnee  $0,57 \text{ MJ m}^{-2}$  an latenter Wärme zuführen.

#### 5. ENERGIE- UND MASSENTRANSPORTE IN DER SCHNEEDECKE

Da die Schneedecke ein thermodynamisch offenes System ist (sowohl Energie als auch Masse können durch die Begrenzungsflächen des betrachteten Volumens aus- und eintreten), werden die in Gleichung (18) beschriebenen Änderungen des Energie- und Masseninhalts sowohl auf externe wie auf interne Beiträge zurückzuführen sein. Wichtige Beispiele sind:

##### INTERNE PROZESSE (Transport innerhalb der Schneedecke)

- Schmelzen an der Oberfläche und Wiedergefrieren in tieferen, kälteren Schichten
- Metamorphose der Schneekristalle mit Dampftransport
- interne Bewegung ohne Phasenänderung, z.B. das Setzen der Schneedecke unter dem eigenen Gewicht.

Wird ein beliebiges Volumenelement der Schneedecke betrachtet, dann können diese drei Transporte Massenänderungen bedeuten; ist das Volumen von Boden und Schneeoberfläche begrenzt, bleibt trotz dieser Transporte die Masse erhalten (Definition interner Prozesse).

##### EXTERNE PROZESSE (Massenaustausch mit der Umgebung)

- Niederschlag

- Verdunstung/Kondensation oder Sublimation an der Oberfläche
- Infiltration von Schmelzwasser in den Boden
- horizontale Zufuhr/Abfuhr von Schmelzwasser in der Schneedecke
- Erosion/Deposition durch Wind
- Akkumulation/Ablation durch Lawinen.

Massengewinn wird als Akkumulation (Zuwachs, Zutrag), Massenverlust als Ablation (Schwund, Abtrag) bezeichnet. Um diese Haushaltsgrößen unabhängig vom Volumen, das sich ja gerade während Schneefall ändert, zu machen, werden sie analog zu Gleichung (13) und (14) über die jeweilige Schneehöhe  $Z$  integriert.

#### 5.1 Energie- und Massentransport in der Dampfphase

Der Porenraum des Schnees ist im allgemeinen bis zu einer Dichte von etwa  $800 \text{ kg m}^{-3}$  noch durchlässig für Wasser- und Gastransporte. Das macht es möglich, daß die Schneedecke den ganzen Winter den atmosphärischen Schwankungen des Luftdrucks folgen und Gase mit der Atmosphäre austauschen kann. Ebenso wichtig ist die Möglichkeit des Ausgleichs von Dampfdruckunterschieden innerhalb der Schneedecke. Tafel 1 zeigt, wie stark sich der Sättigungsdampfdruck über Eis  $e_E^*$  mit der Temperatur ändert, und läßt mit den üblichen Temperaturgradienten in der Schneedecke Dampfdruckgradienten in der Größenordnung von  $\text{hPa m}^{-1}$  erwarten.

Tafel 1: Dichte  $\rho$ , Sättigungsdichte  $\rho_V^*$ , Sättigungsdampfdruck  $e^*$ , spezifische Wärme  $c$  und latente Wärme  $L$  für Verdunstung und Schmelzen von Eis, Wasser, Wasserdampf und Luft (zum Teil nach BRUTSAERT, 1982)

T °C	$\rho_E$ kg m <sup>-3</sup>	$\rho_L$ kg m <sup>-3</sup>	$\rho_{VE}^*$ g m <sup>-3</sup>	$\rho_{VW}^*$ g m <sup>-3</sup>	$e_E^*$ hPa	$e_W^*$ hPa	$c_E$ J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	$c_W$ J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	$c_L$ J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	$c_V$ J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	$L_V$ MJ kg <sup>-1</sup>	$L_M$ MJ kg <sup>-1</sup>
-20	918,3	1,39	0,88	1,07	1,03	1,25	1959	4354			2,549	0,289
-10	917,4	1,34	2,14	2,36	2,60	2,86	2031	4271			2,525	0,312
0	916,4	1,29	4,85	4,85	6,11	6,11	2106	4218	1005	1846	2,501	0,334
+10		1,24		9,39		12,27		4192			2,477	

Der Ausgleich solcher Gegensätze durch molekulare und turbulente Diffusion folgt den beiden Fick'schen Diffusionsgesetzen, die in ihrer allgemeinen Form

$$(20) \quad Q = -K_Q \nabla q \quad \text{oder, im eindimensionalen Fall,}$$

$$Q = -K_q \frac{\partial q}{\partial x} \quad \text{und}$$

$$(21) \quad \frac{\partial q}{\partial t} = \nabla \cdot (K_Q \nabla q) \quad \text{oder, im eindimensionalen Fall bei}$$

homogenen Verhältnissen

$$\frac{\partial q}{\partial t} = K_Q \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \quad \text{lauten.}$$

Dabei ist  $Q$  der Fluß pro Zeit und Fläche, den der Gradient einer Größe  $q$  pro Volumen zur Folge hat.  $K$  ist der Diffusionskoeffizient der Größe  $q$  im umgebenden Medium (Dimension: Fläche pro Zeit).

Im Fall der Wasserdampfdiffusion wird für  $q$  die Dampfdichte  $\rho_V$  eingesetzt, die im Kontakt mit Eis oder Wasser den Sättigungswert  $\rho_V^*$  haben wird, und mit  $e^*$  folgendermaßen verbunden ist:

$$(22) \quad \rho_V^* = \frac{e^*}{R_V T} \quad R_V = 461,5 \quad [\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}]$$

Der molekulare Diffusionskoeffizient von Wasserdampf in Luft ist  $K_V = 22 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . Mit  $T = 273 \text{ K}$  wird aus den Gleichungen (20) und (22)

$$(23) \quad Q_V = -K_V \nabla \rho_V = -\frac{22 \cdot 10^{-6}}{462 \cdot 273} \frac{\partial e^*}{\partial x}$$

Nach DEQUERVAIN (1973) soll nun in diesem Ausdruck mit der Näherungsformel

$$(24) \quad e_E^*(T) = 6,11 \cdot \exp(0,0857(T - 273))$$

der Dampfdruckgradient  $\partial e^*/\partial x$  in einen Temperaturgradienten  $\partial T/\partial x$  umgeformt werden.

$$(25) \quad \frac{\partial e_E^*}{\partial x} = \frac{\partial e^*}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} .$$

Wird (24) nach  $T$  differenziert und mit (25) in (23) eingesetzt, so folgt für die molekulare Diffusion von Wasserdampf in der Luft des Porenraums

$$(26) \quad Q_V = -\frac{22 \cdot 10^{-6}}{462 \cdot 273} \cdot 6,11 \cdot 0,0857 \exp(0,0857(T - 273)) \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$= -9,1 \cdot 10^{-9} \frac{\partial T}{\partial x} \quad [\text{kg H}_2\text{O m}^{-2} \text{s}^{-1}]$$

$$= -8 \cdot 10^{-4} \frac{\partial T}{\partial x} \quad [\text{kg H}_2\text{O m}^{-2} \text{d}^{-1}]$$



und für den entsprechenden Strom latenter Wärme

$$\begin{aligned}
 (27) \quad L_V Q_V &= -9,1 \cdot 10^{-9} \cdot 2,5 \cdot 10^6 \frac{\partial T}{\partial x} && [\text{J m}^{-2} \text{s}^{-1}] \\
 &= -23 \cdot \frac{\partial T}{\partial x} && [\text{mW m}^{-2}] \\
 &= -1,97 \cdot \frac{\partial T}{\partial x} && [\text{kJ m}^{-2} \text{d}^{-1}]
 \end{aligned}$$

Der Faktor auf der rechten Seite von Gleichung (27) hat die Bedeutung der molekularen Leitfähigkeit für latente Wärme im Porenraum. Nach Gleichung (26) und (27) bedeutet z.B. ein Temperaturgradient von  $10 \text{ K m}^{-1}$  einen Massenfluß von  $8 \text{ g m}^{-2} \text{d}^{-1}$  und einen latenten Wärmefluß von  $20 \text{ kJ m}^{-2} \text{d}^{-1}$ .

## 5.2 Infrarotstrahlung im Schnee

Die Temperaturgradienten, die zur Diffusion von Wasserdampf durch die Schneedecke führen, rufen auch einen langwelligen Strahlungsstrom durch die Schneedecke hervor, denn eine warme Porenwand strahlt mehr Energie ab als eine kalte. Diese Abstrahlung läßt sich mit dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz

$$(28) \quad E = \epsilon_0 \sigma T^4 \quad [\text{W m}^{-2}]$$

beschreiben. Hier ist  $\epsilon_0$  die Emissionsfähigkeit des Eises (ca. 0,98, siehe Kapitel 6),  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ (W m}^{-2} \text{K}^{-4})$ . Für geringe Unterschiede  $\Delta T$  kann die Änderung  $\Delta E$  angenähert werden durch

$$(29) \quad \Delta E = \epsilon_0 4\bar{T}^3 \Delta T = \epsilon_0 \alpha_S \Delta T$$

mit dem Strahlungsübertragungskoeffizienten

$$\begin{aligned}
 (30) \quad \alpha_S &= 4\sigma T^3 = 4,62 && [\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}] \quad \text{bei } 273 \text{ K} \\
 &= 0,40 && [\text{MJ d}^{-1} \text{m}^{-2} \text{K}^{-1}]
 \end{aligned}$$

Das heißt, daß in Porenräumen mit  $\Delta T = 0,01 \text{ K}$  ein langwelliger Strahlungsstrom von  $46 \text{ mW m}^{-2}$  oder  $4 \text{ kJ d}^{-1} \text{m}^{-2}$  fließt.

## 5.3 Molekulare Wärmeleitung

Dazu soll die molekulare Wärmeleitung im Eis verglichen werden. In Gleichung (20) wird in diesem Fall  $q = \rho_E c_E T$  gesetzt und für  $K$  die sogenannte Temperaturleitfähigkeit  $K_E$

$$\begin{aligned}
 (31) \quad Q_E &= -K_E \nabla (\rho_E c_E T) \\
 &= -K_E \rho_E c_E \frac{\partial T}{\partial x} && \text{in homogenem Eis} \\
 &= -\lambda_E \frac{\partial T}{\partial x},
 \end{aligned}$$

wobei  $\lambda_E = 2,25 \text{ W m}^{-1} \text{K}^{-1}$  die Leitfähigkeit von Eis bei 273 K ist (siehe Tafel 2).

Da die molekulare Leitfähigkeit der Luft im Porenraum ca. 1/100 des Werts von Eis ist, müssen sich zur Erhaltung der Kontinuität des Energieflusses im Porenraum deutlich höhere Temperaturgradienten einstellen, als im Eisgerüst der Schneedecke.

Tafel 2: Molekulare Wärmeleitfähigkeit bei 0°C

$\lambda_E$	Eis	2,25	$[W m^{-1} K^{-1}]$	$53,5 \cdot 10^{-4}$	$[cal cm^{-1} s^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}]$
$\lambda_L$	Luft	0,024		0,57	
$\lambda_V$	latente Wärme (Gleichung (27))	0,023		0,55	

Effektive Wärmeleitfähigkeit $\lambda_s$ bei 0°C und Diffusionskoeffizient ("Temperaturleitfähigkeit") $K_s$ des Schnees nach der Formel von Abels (Gleichung (33))		
$\rho_s$	$\lambda_s$	$K_s$
$kg m^{-3}$	$W m^{-1} K^{-1}$	$m^2 s^{-1}$
300	0,27	$0,42 \cdot 10^{-6}$
400	0,47	0,56
500	0,74	0,70
600	1,06	0,84
700	1,44	0,98
800	1,88	1,12
917	2,47	1,28

#### 5.4 Die effektive Wärmeleitung

Um die verschiedenen Komponenten der Wärmeflüsse in der Schneedecke berechnen zu können, müßte man die Geometrie der Porenräume kennen. Dies ist eine prinzipielle Schwierigkeit, die durch diverse Modelle und entsprechende Formfaktoren verringert werden kann. Die Überprüfung solcher Berechnungen in der natürlichen Schneedecke hat aber gezeigt, daß die Ventilation des Schnees durch atmosphärische Druckschwankungen, thermische Expansion oder Konvektion bei instabiler Temperaturschichtung

im Schnee zusätzliche Wärmeflüsse in Gang setzen, die die Größe der molekularen erreichen können.

Der gesamte Wärmefluß wird durch die "effektive Wärmeleitfähigkeit"  $\lambda_s$  mit dem Temperaturgradienten verbunden:

$$(32) \quad Q_s = - \lambda_s \frac{\partial T}{\partial x}$$

Für die Größe  $\lambda_s$  gibt es zahlreiche Bestimmungen, die sich durch die 1894 von Abels vorgeschlagene Formel [MELLOR, 1977]

$$(33) \quad \lambda_s = 2,94 \cdot 10^{-6} \rho_s^2 \quad [W m^{-1} K^{-1}]$$

gut beschreiben lassen und in Tafel 2 wiedergegeben sind. Bei niedrigen Dichten, das heißt bei hoher Porosität, divergieren die Angaben verschiedener Autoren am stärksten, man sollte die Werte der Abels'schen Formel vorsichtigerweise mit einer Unsicherheit von  $\pm 50\%$  bewerten.

#### 5.5 Die Extinktion der kurzwelligigen Strahlung im Schnee

Im meteorologischen Sprachgebrauch liegt zwischen 3 und 4  $\mu m$  die Grenze zwischen langwelliger (Infrarot-) und kurzwelliger (solarer) Strahlung. Hier liegt die Grenze der Durchlässigkeit von Glas, was für die Meßtechnik bedeutend ist, und hier scheiden sich zwei Wellenlängenbereiche, in denen die Strahlung überwiegend solaren bzw. terrestrischen Ursprungs ist.

Für den Schnee ist diese Grenze weniger maßgebend. Hier liegt bei etwa 1,5  $\mu m$  der Übergang vom stark reflektierenden zum stark absorbierenden Medium: oberhalb von 1,5  $\mu m$  kann man

Schnee als schwarzen Körper bezeichnen. Zwischen der kurzwelligen Bestrahlungsstärke  $G$ , der Reflexion  $R$ , Absorption  $A_k$  und Transmission  $T_k$  besteht ein einfacher Zusammenhang:

$$(34) \quad G = R + A_k + T_k \quad [W \ m^{-2}]$$

Durch die Oberfläche dringt die kurzwellige Nettostrahlung

$$(35) \quad S_k = G - R = A_k + T_k$$

in den Schnee ein. Wieviel von der Nettostrahlung die Schneedecke durchdringt, hängt von ihrer Dicke  $Z$  und dem Extinktionskoeffizienten  $\kappa$  ab. Für die Abnahme des Strahlungsflusses  $S$  mit der Tiefe  $z$  gilt ein einfaches Gesetz

$$(36) \quad dS = - S \kappa dz$$

und nach Integration bis  $Z$

$$(37) \quad S_k(Z) = S(0) \cdot e^{-\kappa Z} \quad \text{oder} \quad T_k = (G - R) e^{-\kappa Z}$$

wobei  $S(0)$  durch die Oberfläche eintritt und  $\kappa$  die Dimension  $m^{-1}$  hat.

Die Formulierung der Extinktion nach Gleichung (36) und (37) hat zwei wichtige Einschränkungen:

1. gilt sie erst ab einigen cm Tiefe, denn unmittelbar unter der Schneeoberfläche wird die Extinktion durch Rückstreuung vergrößert (Extinktion = Absorption + Streuung), die in größerer Tiefe nicht mehr aus der Schneedecke entweichen kann.

2. hat auch in diesen Tiefen nur ein enger Spektralbereich einen konstanten Extinktionskoeffizienten, denn sowohl  $S$  als auch  $\kappa$  sind stark wellenlängenabhängig.

Diese beiden Faktoren führen zu einer raschen Abnahme des Extinktionskoeffizienten mit der Tiefe: aus dem ersten Grund, der Streugeometrie, liegt diese Abnahme in den obersten Zentimetern; der zweite Grund, die Spektralverschiebung des einfallenden Strahlungsflusses, wirkt auf den Bereich von Dezimetern. Die minimale Absorption in reinem Eis liegt bei 460 nm, die maximale spektrale Bestrahlungsstärke der Schneeoberfläche liegt je nach Sonnenhöhe, atmosphärischer Trübung und Bewölkung bei längeren Wellenlängen. Im Schnee wird dieses Maximum so lange zu kürzeren Wellenlängen verschoben, bis

$$(38) \quad \lambda(\min \kappa) = \lambda(\max S) .$$

Erst dann sind auch für einen breiteren Spektralbereich die Gleichungen (36) und (37) in genügender Näherung erfüllt.

Da der minimale Extinktionskoeffizient jeweils asymptotisch erreicht wird, bezeichnet man ihn als "asymptotischen Flußextinktionskoeffizienten". Diese und andere optische Eigenschaften sind von WARREN (1982) zusammengefaßt worden.

## 6. DIE ATMOSPHERISCHEN KOMPONENTEN DER ENERGIEBILANZ

### 6.1 Die kurzwellige Bestrahlungsstärke (Globalstrahlung)

Die Bestrahlungsstärke einer horizontalen Fläche im Kurzwelligen wird als Globalstrahlung  $G$  ( $W \ m^{-2}$ ) bezeichnet, die in

den oberen Halbraum reflektierte mit  $R$ . Die Globalstrahlung hat eine direkte Komponente, deren Stärke von Sonnenhöhe, atmosphärischer Trübung und Wasserdampfgehalt abhängt, und eine diffuse, die durch Streuung und Reflexion an Luftmolekülen und Wolken verursacht wird. Im Gebirge oder über geneigten Schneeoberflächen kommt dazu noch die Reflexion von allen Flächen, die den Horizont überragen.

Stehen Messungen der Globalstrahlung nicht zur Verfügung, so gibt es verschiedene Verfahren zu ihrer Abschätzung, von denen eines für Tagessummen hier wiedergegeben wird. Sie verwenden als Referenzgröße die extraterrestrische Bestrahlungsstärke  $G^*$  einer horizontalen Fläche und als Parameter entweder pauschale atmosphärische Transmissionsfaktoren oder berücksichtigen Bewölkung oder relative Sonnenscheindauer.

Tafel 3 zeigt Tagessummen der extraterrestrischen Bestrahlungsstärke (Globalstrahlung  $G^*$ ) für die Wintermonate in drei verschiedenen Breiten (Alpen bis Nordsee). Der Breiteneffekt ist zur Wintersonnenwende am deutlichsten, wenn in  $53^\circ\text{N}$  nur 62 % der Strahlung in  $47^\circ\text{N}$  eintreffen, und verringert sich bis zum Ende des Winters (15.4.: 93 %).

Die extraterrestrische Bestrahlungsstärke ist eine einwandfrei berechenbare Referenzgröße. Dagegen können die in Tafel 4 angeführten Transmissionsfaktoren und Globalstrahlungssummen nur Anhaltswerte geben. Sie sind eine Synthese von Analysen, in denen KASTEN (1981) und GOLCHERT (1981) die Beziehungen zwischen  $G$  und  $G^*$  und die Abhängigkeit der Globalstrahlung von der Bewölkung formuliert haben. Wird mit  $w$  der Bruchteil des Himmels bezeichnet, der bewölkt ist, so folgt aus den zitierten Untersuchungen

$$(39) \quad G(w) = G^*(0,78 - 0,58 w^{3,4})$$

Tafel 3: Die extraterrestrische Globalstrahlung  $G^*$  in  $\text{MJ m}^{-2}\text{d}^{-1}$  für den Wert der Solarkonstanten  $J_0 = 1370 \text{ W m}^{-2}$  in verschiedenen geographischen Breiten

Datum	Breite		
	47	50	53°N
1.10.	22,6	21,0	19,3
15.10.	18,7	17,0	15,2
1.11.	14,7	12,9	11,0
15.11.	12,1	10,3	8,5
1.12.	10,1	8,3	6,6
15.12.	9,2	7,5	5,7
1. 1.	9,5	7,7	6,0
15. 1.	10,7	8,9	7,1
1. 2.	13,2	11,4	9,6
15. 2.	16,2	14,4	12,6
1. 3.	19,8	18,1	16,3
15. 3.	23,8	22,2	20,5
1. 4.	28,7	27,4	26,0
15. 4.	32,5	31,5	30,3

Tafel 4: Werte des Verhältnisses der globalen Bestrahlungsstärke zur extraterrestrischen Bestrahlungsstärke,  $G/G^*$ , im Meeresniveau in Deutschland als Funktion der Bewölkung  $w$  in Zehnteln und Achteln (Oktas), nach Gleichung (39)

w	$G/G^*$	w	$G/G^*$
Zehntel		Achtel	
0	0,78	0	0,78
1	0,78	1	0,78
2	0,78	2	0,78
3	0,77	3	0,76
4	0,75	4	0,73
5	0,73	5	0,66
6	0,68	6	0,56
7	0,61	7	0,41
8	0,51	8	0,20
9	0,38		
10	0,20		

Die Kombination der Werte in Tafel 3 und 4 ermöglicht es, für ein bestimmtes Datum, eine bestimmte Breite und eine bestimmte Bewölkung die Tagessumme der Globalstrahlung abzuschätzen. Eine solche Schätzung trifft mit umso mehr Wahrscheinlichkeit zu, je länger die Periode ist, für die sie gelten soll. Während sie für eine einzelne Tagessumme noch fragwürdig ist, vor allem, weil die Art und Verteilung der Wolken am Himmel durch die Größe  $w$  nicht erfaßt werden kann, scheint sie für Wochen oder Dekaden verlässliche Werte zu liefern.

Ebenso vorsichtig muß man die folgende Abschätzung des diffusen Anteils  $D$  der Globalstrahlung bewerten, denn hier wäre zusätzliche Information über den Grad der atmosphärischen Trübung durch Aerosole zu berücksichtigen.

Einer Darstellung des diffusen Anteils an der Globalstrahlung bei wolkenlosem Himmel, die von KASTEN (1981, Abb. 35) für Hamburg veröffentlicht wurde, kann man entnehmen, daß im Winter (Dezember - Februar)  $D(0)/G(0)$  die Werte 0,35 bei der Sonnenhöhe  $h = 30^\circ$ , 0,45 bei  $h = 20^\circ$  und 0,60 bei  $h = 10^\circ$  erreicht.

Dazu gibt Kasten in der zitierten Arbeit eine Näherungsformel für den Einfluß der Bewölkung, die im Jahresmittel

$$(40) \quad D(w)/G(w) = 0,3 + 0,7 w^2$$

lautet.

NEUWIRTH (1979) berücksichtigt den tatsächlichen Zustand der Atmosphäre dadurch, daß er das Verhältnis der gemessenen zur extraterrestrischen Globalstrahlung als Parameter verwendet. Für durchschnittliche winterliche Verhältnisse in Salzburg findet er

$$(41) \quad D/G = 0,15(1+G^*/G) .$$

Neben diesen beiden Vorschlägen zur Parametrisierung gibt es viele andere, die das Problem mit mehr Detail behandeln (siehe z.B. BOLLE, 1982). Ausführliche Beispiele für alpine Verhältnisse sind in einer Arbeit von MÜLLER (1984) zu finden.

## 6.2 Die Albedo

Die Albedo  $a$  einer beliebig orientierten Oberfläche ist als das Verhältnis der auf diese Fläche eintreffenden zu den von ihr ausgehenden kurzwelligigen Strahlungsströmen ( $\phi$ , Energie pro Zeit) definiert.\*)

$$(42) \quad a \equiv \phi_{\text{aus}} / \phi_{\text{ein}}$$

Für eine horizontale Fläche ist dies identisch mit dem Verhältnis der reflektierten zur globalen Bestrahlungsstärke.

$$(43) \quad a_h = R/G$$

In allen Fällen muß  $\phi_{\text{ein}} > \phi_{\text{aus}}$  und über großen Flächen  $R < G$ , so daß  $0 < a < 1$ . Die Bestrahlungsstärke einer zur Sonne geneigten Fläche kann die auf eine (gedachte) horizontale Fläche bezogene Globalstrahlung aber so weit übertreffen, daß die ebenfalls auf eine horizontale Fläche bezogene reflektierte Strahlung  $R > G$  wird und über beliebig orientierten Flächen  $R/G > 1$  werden kann, ohne physikalische Grundsätze zu verletzen. Die entsprechenden Gleichungen und Zahlenbeispiele können in extenso bei MANNSTEIN (1984) nachgelesen werden. Die folgenden Bemerkungen beziehen sich durchwegs auf horizontale Schneeflächen (d.h.  $a = a_h$ ).

\*) Da Albedo und Schneedichte  $\rho_s$  in vielen Fällen in einer Gleichung auftreten, wird in der glaziologischen Literatur das Symbol  $a$  für die Albedo beibehalten, während in der Meteorologie  $\rho$  empfohlen wird.

Messungen der Albedo von Schnee zeigen deutlich, wie komplex diese Größe ist, und wie schwierig es ist, sie zu generalisieren. Sie zeigen aber auch trotz verschiedener äußerer Umstände wesentliche, gemeinsame Eigenheiten der Reflexion von Schnee, vor allem ihre Abhängigkeit von:

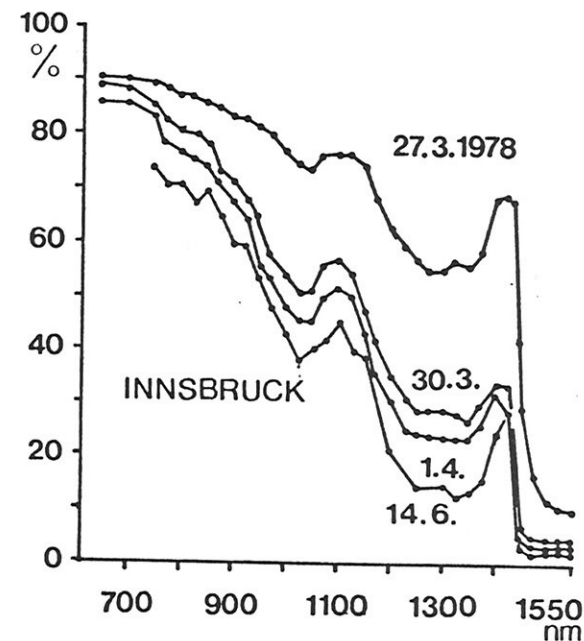
- Wellenlänge
- Korngröße
- Richtung.

#### 6.2.1 Die Spektralverteilung der Albedo

Bild 2 zeigt die Änderung der Schneeralbedo mit der Wellenlänge und mit dem Alter, d.h. mit der Strukturänderung des Schnees. Im sichtbaren Bereich (400 bis 700 nm) liegt die Albedo von sauberem Neuschnee über 90 %, sie wird vorwiegend durch Streuung an den Schneekristallen und -körnern bestimmt, zum Teil durch Absorption an Staubteilen verringert. Im nahen Infrarot, das im Bild 2 wiedergegeben ist, gewinnen Absorptionsbanden des Eises an Bedeutung, die bei ähnlichen Wellenlängen liegen, wie die des Wassers und Wasserdampfs. In diesem Bereich verliert der Schnee seine starke Reflektivität und wird ab 1500 nm im wesentlichen ein schwarzer Körper.

Dieser Umstand hat zur Folge, daß die Albedo des Schnees vom Spektrum der einfallenden Strahlung abhängt:

$$(42) \quad a_s = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} a_\lambda G_\lambda d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} G_\lambda d\lambda}$$



**Bild 2:** Spektralverlauf der Albedo von Schnee (Seegrube bei Innsbruck, 1900 m Höhe). Die generelle Abnahme zeigt den Einfluß der Schneestruktur, die sich vor allem in den ersten Tagen nach einem Schneefall von feingliederten Kristallen zu runden Körnern ändert.

wobei  $G_\lambda$  auf die Länge des Spektralintervalls bezogen sein muß ( $\text{W m}^{-2} \text{nm}^{-1}$ ). Um die Albedo auf den kurzwelligen Teil des Spektrums zu begrenzen, ist es sinnvoll,  $\lambda_1 = 0,3$  und  $\lambda_2 = 3,5 \mu\text{m}$  zu setzen.

Gleichung (42) zeigt, daß  $a_s$  steigt, wenn  $a_\lambda$  und  $G_\lambda$  ihre Extremwerte bei den selben Wellenlängen erreichen. Das ist besonders dann der Fall, wenn  $G_\lambda$  durch den atmosphärischen Wasserdampf und Wolken geschwächt ist: dann trifft in den Banden, in denen auch der Schnee absorbiert, relativ wenig Energie ein, und  $a_s$  wird um so höher, je feuchter die Atmosphäre, oder je stärker die Bewölkung, bei sonst gleichen Bedingungen.

### 6.2.2 Der Einfluß der Schneestruktur auf die Albedo

Vom Zeitpunkt des Schneefalls an ändert sich die Struktur der Schneedecke und mit ihr ihre Albedo. Die Schneekristalle verwandeln sich in Körner verschiedener Größe und Gestalt, zu deren analytischer Beschreibung bis heute zu wenig konkretes Wissen vorliegt.

Es steht aber fest, daß die eintreffende Energie an der Oberfläche eines Kristalls oder Kornes gestreut, oder auf dem Weg durch das Eis absorbiert werden kann. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Photon absorbiert wird, ist umso größer, je größer das Verhältnis von Volumen zu Oberfläche, je größer also der Durchmesser eines Schneekorns ist. Diese qualitative Feststellung wurde von BOHREN und BARKSTROM (1974) quantifiziert, die für diffuse, isotrope Einstrahlung im sichtbaren Teil des Spektrums folgende Relation fanden:

$$(43) \quad a_{\lambda} = 1 - 8,43 \cdot (\kappa_{\lambda} r)^{1/2}$$

wobei  $\kappa_{\lambda}$  der spektrale Absorptionskoeffizient des Eises und  $r$  der "effektive" Radius des Schneekorns ist.

Da die Reflexion von der Schneedecke nicht auf deren Oberfläche beschränkt ist, sondern auch durch die Rückstreuung von Strahlung aus tieferen Schichten bestimmt wird, hängt die Albedo auch von der gesamten Dicke der Schneedecke  $Z$  ab. Solange  $Z$  die Größenordnung von cm hat, macht sich die Absorption im Untergrund, und damit das Fehlen von Rückstreuung aus dieser Tiefe, durch eine gewisse Erniedrigung der Albedo an der Oberfläche bemerkbar.

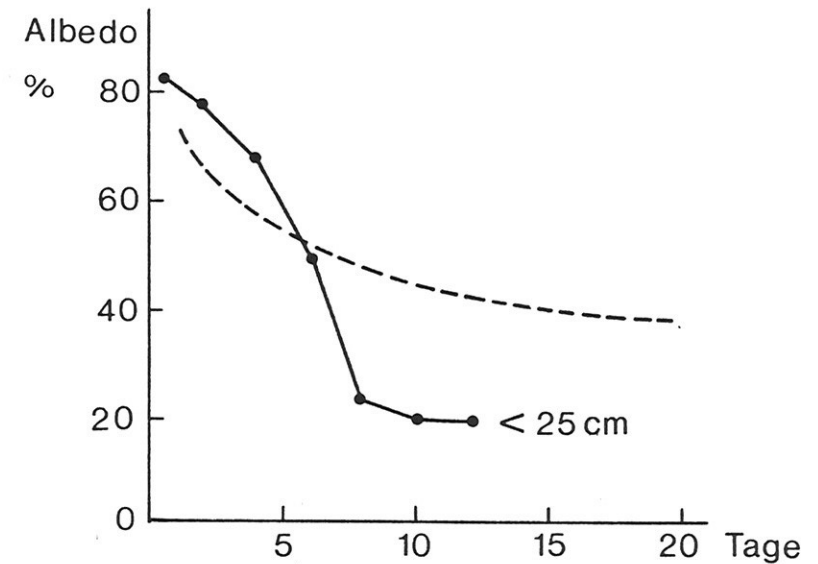


Bild 3: Zeitlicher Verlauf der Albedo einer dünnen Schneedecke über Prärie gras (Punkte) und schematischer Verlauf über tiefem Schnee (strichliert) nach O'NEILL und GRAY (1973)

Bild 3 zeigt die zeitliche Abnahme der Albedo als Folge der Metamorphose für eine tiefe Schneedecke, bei der  $a_s$  asymptotisch einen stationären Wert anstrebt, und für eine dünne Schneedecke, bei der die Abnahme von  $a_s$  sich beschleunigt, bis annähernd die Albedo des Untergrunds erreicht ist. Bild 2 demonstriert, daß diese Abnahme der Albedo vor allem im nahen Infrarot wichtig ist.

### 6.2.3 Die Richtungsabhängigkeit der Albedo

Da der Wert der Albedo mehr durch Streuung im Schnee als durch Spiegelung an der Oberfläche zustande kommt, ist zu erwarten, daß die reflektierte Strahlung nicht isotrop verteilt ist, sondern wie bei der atmosphärischen Mie-Streuung die Vorwärts-

richtung bevorzugt. Je flacher ein Strahl in die Schneedecke eintaucht, desto größer ist der Anteil der Energie, der bereits nach einmaliger Streuung eine vertikal nach oben gerichtete Komponente hat. Desto kürzer ist zugleich die Weglänge der nach oben austretenden Strahlung durch das Eis und desto weniger wahrscheinlich die Absorption.

Das bedeutet, daß die Albedo der Schneedecke bei sonst gleichen Bedingungen mit abnehmender Sonnenhöhe zunimmt. Gleichsinnig wirkt die zunehmende Absorption am Wasserdampf der Atmosphäre, der ebenfalls bei tiefen Sonnenständen  $a_s$  erhöht (siehe 6.2.1), entgegengesetzt wirkt aber der mit abnehmender Sonnenhöhe steigende Anteil der diffusen Komponente der Globalstrahlung.

Neben diesen natürlichen Ursachen für die Zunahme der Schneeralbedo bei tiefer Sonne sei noch darauf hingewiesen, daß Messungen mit den heute üblichen Pyranometern zum Teil Rohdaten liefern, die diesen Effekt noch verstärken.

### 6.3 Die atmosphärische Gegenstrahlung

Die atmosphärische Gegenstrahlung  $L\downarrow$  hat ihren Ursprung in den Gasen (besonders  $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{O}_3$ ), Aerosolen und Wolken der verschiedenen Schichten der Atmosphäre. Wie sehr daran die bodennahen Luftschichten beteiligt sind, zeigt eine Modellrechnung für eine bei  $0^\circ\text{C}$  mit Wasserdampf gesättigte, wolkenfreie, isotherme Atmosphäre. In diesem Fall stammen ca. 50 % von  $L\downarrow$  aus den untersten 20 m, 75 % aus den untersten 200 m, und nur 25 % werden vom Zustand der höheren Niveaus bestimmt.

Es ist unter diesen Umständen nicht überraschend, daß  $L\downarrow$  brauchbar durch die Temperatur  $T_L$  und den Dampfdruck  $e_L$  in Bodennähe parametrisiert werden kann. Für wolkenfreien Himmel gibt es eine Formel von Brunt, die zum Beispiel von KUZMIN (1961) für den russischen Winter modifiziert wurde.

$$(44) \quad L\downarrow = \sigma T_L^4 (0,6 + 0,05 \sqrt{e_L}) \quad [\text{W m}^{-2}]$$

Dabei ist  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ , die Stefan-Boltzmann-Konstante, und  $e_L$  wird in hPa (mbar) eingesetzt.

Eine theoretisch besser fundierte Formel von BRUTSAERT (1982) lautet

$$(45) \quad L\downarrow = 1,24 (e_L/T_L)^{1/7} \sigma T_L^4 .$$

Sie gilt für die Standardatmosphäre im Meeresniveau.

Beide Gleichungen bestätigen einen Erfahrungswert für alpine, sommerliche Bedingungen, d.h. für die Ablation auf einem Gletscher, wonach

$$(46) \quad L\downarrow \approx 0,7 \sigma T_L^4 .$$

### 6.4 Die langwellige Emission und die Strahlungstemperatur des Schnees

Das Maximum der von Schnee emittierten Strahlungsstärke liegt bei rund  $10 \mu\text{m}$ . In diesem Spektralbereich ist nach Messungen von GRIGGS (1968) die Emissionsfähigkeit des Schnees  $\epsilon_0 = 0,99$ , nach BERGER (1979)  $0,98 < \epsilon_0 < 0,99$ , was beides mit Modellrechnungen von WARREN und WISCOMBE [WARREN, 1982] übereinstimmt.

Diese geringfügigen Unterschiede werden auch dadurch noch verringert, daß nach dem Kirchhoffschen Gesetz ein Teil der atmosphärischen Gegenstrahlung  $L\downarrow$  reflektiert wird.

$$(47) \quad L\downarrow = \epsilon_0 \sigma T_0^4 + (1 - \epsilon_0) L\downarrow .$$



Berechnungen der Strahlungsstärke  $L\uparrow$  einer Oberfläche mit  $T_0$ , auf die zugleich  $L\uparrow$  einfällt, ändern sich mit der Annahme von  $\epsilon_0$  wie folgt:

$$(48) \quad \delta L\uparrow = (\sigma T_0^4 - L\uparrow) \delta \epsilon_0 .$$

Da in vielen Fällen der Betrag von  $L\uparrow$  dem von  $L\downarrow$  nahekommt, spielt die Wahl von  $\epsilon_0$  für Schnee energetisch eine untergeordnete Rolle.

Berechnet man eine Strahlungstemperatur  $T^*$  aus der Ausstrahlung  $L\uparrow$  unter der Annahme  $\epsilon_0 = 1,0$

$$(49) \quad T^* = (L\uparrow/\sigma)^{1/4}$$

so unterscheidet sie sich von der wahren Oberflächentemperatur  $T_0$  nach Gleichung (47) nur geringfügig, zum Beispiel wird für  $L\downarrow = 310 \text{ W m}^{-2}$  und  $L\uparrow = 280 \text{ W m}^{-2}$

bei $\epsilon_0 = 0,99$	$T_0 - T^* = 0,07 \text{ K}$
0,97	0,82

## 7. DIE TURBULENTEN STRÖME FÜHLBARER UND LATENTER WÄRME

### 7.1 Das Wesen des turbulenten Austauschs

Ähnlich wie bei der Eigenbewegung der Moleküle Konzentrationsunterschiede durch Massenbewegung ausgeglichen werden können, oder bei ihren Zusammenstößen Impuls ausgetauscht werden kann,

funktioniert in einem größeren Maßstab der Austausch von Masse und Eigenschaften durch die Wirbel (eddies) der turbulenten Luftbewegung. An Stelle der Moleküle sind hier Turbulenzelemente, Luftpakete von der Größe  $10^{-2}$  bis  $10^2 \text{ m}$  getreten, die nicht nur ihren Impuls miteinander austauschen können, sondern auch Wärmehalte wie  $\rho_L c_p T$  und  $\rho_V L_V$ , oder Beimengungen wie  $\rho_V$  und  $\rho_S$  (Treibschnee) weitergeben können. Es ist hier nicht der Platz, auf Einzelheiten dieser Prozesse einzugehen, dazu sei der Leser auf die grundlegenden Darstellungen von KRAUS (1970) oder PICHLER (1984) verwiesen.

Wesentliches Merkmal der turbulenten Bewegung sind die unregelmäßigen Schwankungen der betroffenen Größen (hier Horizontalgeschwindigkeit  $u$ , Vertikalgeschwindigkeit  $w$ , Temperatur  $T$ , Luftdichte  $\rho_L$ , spezifische Feuchte  $q$ ), deren Momentanwerte in einem beliebigen Mittelungszeitraum (z.B. 10 Minuten) jeweils in den Mittelwert und Abweichungen davon, nämlich die turbulenten Schwankungen, zerlegt werden können.

$$(50) \quad \begin{aligned} u(t) &= \bar{u} + u'(t) \\ w(t) &= \bar{w} + w'(t) \\ T(t) &= \bar{T} + T'(t) \\ \rho_L(t) &= \bar{\rho}_L + \rho_L'(t) \\ q(t) &= \bar{q} + q'(t) \end{aligned}$$

Werden die turbulenten Schwankungen über den selben Zeitraum gemittelt, so müssen sie verschwinden, z.B.  $\overline{u'} = 0$  etc...

Die Rauigkeit der Erdoberfläche, die das Spektrum von Bergen, Bäumen, Gräsern bis zu Schneekristallen umfaßt, übt Reibung auf die Luftbewegungen der untersten Atmosphärenschichten aus. Dabei wird kinetische Energie des Windes (der Grundströmung) in kinetische Energie der turbulenten Schwankungen ( $u'$ ,  $w'$ ) umge-

wandelt und in einer Kaskade auf immer kleinere Wirbel übertragen, bis sie im molekularen Größenbereich dissipiert, d.h. zu Wärme (Reibungswärme) umgewandelt wird.

Wenn man über eine Schneefläche horizontal homogene Verhältnisse annimmt, läuft diese Übertragung in der Vertikalen ab und  $w'$ , die turbulente Vertikalbewegung, wird die maßgebliche Größe. Nach Reynolds können nun die vertikalen, turbulenten Ströme mit  $w'$  verbunden werden.

$$(51) \quad F_M = \rho_L \overline{u'w'} \quad [ (\text{kg m s}^{-1})\text{m}^{-2}\text{s}^{-1} ] \quad \text{Impulsfluß}$$

oder

$$\tau = -F_M \quad [ \text{N m}^{-2} ] \quad \text{Schubspannung}$$

$$F = \rho_L c_p \overline{T'w'} \quad [ \text{W m}^{-2} ] \quad \text{fühlbarer Wärmestrom}$$

$$V = \overline{\rho_V'w'} \quad [ \text{kg m}^{-2}\text{s}^{-1} ] \quad \text{Verdunstung}$$

$$L_V V = L_V \overline{\rho_V'w'} \quad [ \text{W m}^{-2} ] \quad \text{latenter Wärmestrom}$$

Dabei wurde  $\rho_L' = 0$  gesetzt, die Luft also als inkompressibel behandelt. Dies ist eine Annahme der Boussinesq-Approximation, die  $\rho_L$  sich nur mit der Höhe ändern läßt (PICHLER, 1984).

Diese Formulierungen (51) werden als turbulenter Korrelationsansatz (eddy correlation) bezeichnet, weil sie die turbulenten Transporte als Korrelation zweier Schwankungen behandeln. Haben z.B.  $T'$  und  $w'$  in Gleichung (51) zur gleichen Zeit das gleiche Vorzeichen, so wird eine Wärmeschwankung  $\rho_L c_p T'$  nach oben transportiert:  $F > 0$ . Haben sie gleich oft entgegengesetztes wie gleiches Vorzeichen, findet kein Nettotransport

statt; wenn  $T'$  immer das entgegengesetzte Vorzeichen von  $w'$  hat, ist  $F < 0$ .

Zur Bestimmung der Wärme- und Massenströme nach Gleichung (51) müßte das Spektrum der turbulenten Schwankungen laufend gemessen werden. Da dies selten möglich ist, wurde eine ganze Reihe von verschiedenen Auswegen erarbeitet, die für die Praxis hinreichend genau sind. Es sind dies

1. die Gradienthypothese analog zur molekularen Leitung (Gleichung (20))
2. der Widerstandsbeiwert (drag coefficient), der als Parameter  $\tau/\rho_L$  (Gleichung (51)) und  $u$  verwendet
3. die Übergangszahlen, die wie der Widerstandsbeiwert nicht mehr den Gradienten, sondern nur eine endliche Differenz als Variable beinhalten.

## 7.2 Die Gradienthypothese und die Bowen - Methode

Analog zur Gleichung (20) lautet die Formulierung

$$(52) \quad -\tau = -\rho_L K_M \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$(53) \quad L_V V = -\rho_L L_V K_V \frac{\partial q}{\partial z} = -L_V K_V \frac{\partial \rho_V}{\partial z}$$

mit der spezifischen Feuchte  $q = \rho_V/\rho_L$

$$(54) \quad F = -\rho_L c_p K_H \left( \frac{\partial T}{\partial z} - \gamma \right)$$

wobei  $\gamma = -1 \text{ K}/100 \text{ m}$  der adiabatische Temperaturgradient ist. Bei adiabatischen Verhältnissen, d.h. neutraler Schichtung ( $\partial T/\partial z = \gamma$ ) wird keine fühlbare Wärme ausgetauscht. In vielen Fällen ist  $\partial T/\partial z \gg \gamma$ , so daß Gleichung (54) vereinfacht werden kann:

$$(55) \quad F = -\rho_L c_p K_H \frac{\partial T}{\partial z}$$

Die Indices M, H, V beziehen sich auf Impuls, fühlbare Wärme und Wasserdampf. Keine der diversen Formulierungen des turbulenten Austauschs ist eine in sich geschlossene Darstellung, die ohne zusätzliche Information auskäme. Während für Gleichung (51) diese Information, das Kovarianzspektrum, gemessen werden muß, ist es bei der Gradientenhypothese der Diffusionskoeffizient ( $K_M, K_H, K_V$  in Gleichung (52)), der nicht theoretisch abzuleiten ist, und zu dessen Bestimmung, oder Umgehung, zusätzliche Annahmen notwendig sind.

Die Praxis rechtfertigt die Vereinfachung, daß

$$(56) \quad K_H \cong K_V$$

Dann wird mit der Division von Gleichung (55) durch (53)

$$(57) \quad \beta \cong \frac{F}{L_V V} = \frac{\rho_L c_p}{L_V} = \frac{\partial T/\partial z}{\partial \rho_V/\partial z} \cong \frac{\rho_L c_p}{L_V} \frac{\Delta T}{\Delta \rho_V}$$

der Diffusionskoeffizient gekürzt. Beim Übergang zu endlichen Differenzen  $\Delta T/\Delta \rho_V$  können als Bezugsniveaus neben der oberfläche entweder die Meßhöhe einer Klimastation (ca. 2 m) oder die freie Atmosphäre (ca. 1 km), für die Daten aus Wetterkarten anwendbar sind, gewählt werden.

Das Verhältnis  $\beta$  in Gleichung (57) wird das Bowen-Verhältnis genannt. Zu seiner Bestimmung sind zwei Temperatur- und zwei Feuchtemessungen notwendig, über schmelzendem Schnee ( $T_0 = 0^\circ\text{C}$ ,  $e_0 = 6,1 \text{ hPa}$ ) nur je eine Messung. Liegen dazu noch Messungen des Nettostrahlungsstroms und des Bodenwärmestroms vor, so kann die Energiebilanz ohne die Kenntnis der Diffusionskoeffizienten (aber mit der Vereinfachung (56)) bestimmt werden

$$(58) \quad S = F + L_V V + B$$

$$S = L_V V(1 + \beta) + B$$

woraus V resultiert, wenn S, B und  $\beta$  gemessen werden.

$$(59) \quad V = \frac{S - B}{L_V(1 + \beta)}$$

Gleichung (59) wird unbestimmt, wenn  $\beta = -1$  wird. Diese Situation tritt dann ein, wenn F und  $L_V V$  entgegengesetzt und gleich groß sind. In der Praxis wird man auf die Anwendung von Gleichung (59) schon verzichten, wenn  $\beta < -0,5$ .

### 7.3 Das logarithmische Profil

Das Konzept des logarithmischen Profils ist ein Resultat der Dimensionsanalyse der Flüsse in Grenzschichten, das durch Messungen unter verschiedensten Bedingungen bestätigt worden ist. Zu seinem Verständnis kann man von Gleichung (52) ausgehen, die die Luft als eine Newtonsche, viskose Flüssigkeit behandelt

$$(60) \quad \tau = \rho_L K_M \frac{\partial u}{\partial z}$$

und der Einfachheit halber zunächst nur adiabatische, neutrale Schichtung betrachten. Für den Diffusionskoeffizienten  $K_M$  werden nun zwei Annahmen getroffen. Erstens soll die Diffusion mit dem Grad der Turbulenz wachsen

$$(61) \quad K_M \sim \overline{u'w'}^{1/2}$$

Für den Wurzelausdruck hat sich die Bezeichnung Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_*$  eingebürgert:

$$(62) \quad u_* \equiv (\tau/\rho_L)^{1/2} = \overline{u'w'}^{1/2}$$

Zweitens soll  $K_M$  mit dem Abstand vom Boden wachsen:

$$(63) \quad K_M \sim z$$

so daß

$$(64) \quad K_M = \kappa u_* z \phi_M^{-1}$$

wobei der Proportionalitätsfaktor  $\kappa$  die Karmankonstante genannt wird und nach verschiedenen Messungen  $0,35 \leq \kappa \leq 0,4$  beträgt.  $\phi_M$  ist eine Stabilitätsfunktion, die im Kapitel 7.5 erläutert wird. Bei neutraler Schichtung gilt  $\phi_M = 1$ .

Mit Gleichungen (60), (62), (64) gilt nun

$$(65) \quad \tau/\rho = u_*^2 = \kappa u_* z \frac{\partial u}{\partial z} \phi_M^{-1}$$

$$\frac{u_*}{\kappa z} = \frac{\partial u}{\partial z} \phi_M^{-1}$$

oder

$$(66) \quad u_* = \frac{\kappa}{\phi_M} \frac{\partial u}{\partial \ln z}$$

womit der Name "logarithmisches Profil" gerechtfertigt ist. Um jedoch aus Gleichung (66) ein Profil  $u(z)$  zu berechnen, muß man eine weitere Annahme machen, denn  $u_*$  (Gleichung (62)) ist ebenfalls eine höhenabhängige Variable. Die Erfahrung zeigt, daß sich  $u_*$  in den untersten Metern der Atmosphäre nur so wenig ändert, daß

$$(67) \quad |\tau(0) - \tau(z)|/\tau(0) < 0,1$$

und dort mit geeigneter Annäherung  $u_* = \text{const.}$  gesetzt werden kann. Die Integration von der Höhe  $z_0$ , wo  $u = 0$ , bis  $z$  liefert das Profil  $u(z)$

$$(68) \quad \int_{u=0}^{u(z)} \partial u = \frac{u_*}{\kappa} \phi_M \int_{z_0}^z \partial \ln z$$

$$(69) \quad u(z) = \frac{u_*}{\kappa} \phi_M \ln \frac{z}{z_0}$$

Analoge, ebenfalls durch Messungen in den bodennahen Luftschichten genügend bestätigte Profile gibt es für Temperatur und Dampfdichte

$$(70) \quad T(z) = T_* \ln \frac{z}{z_0} \phi_H + T(z_0)$$

$$\rho_V(z) = \rho_{V*} \ln \frac{z}{z_0} \phi_V + \rho_V(z_0)$$

wobei  $T_*$  und  $\rho_{V*}$  durch

$$(71) \quad -F = \rho_L c_p u_* T_*$$

$$-V = u_* \rho_{V*}$$

definiert sind. Im Hinblick auf die Gleichungen (51) kann man sie als Maß der turbulenten Schwankungen  $T'$  und  $\rho_V'$  auffassen.

#### 7.4 Praktische Anwendung des Log-Profils

Im Folgenden soll die Verwendung des logarithmischen Windprofils zur Bestimmung des Diffusionskoeffizienten an einem praktischen Beispiel erläutert werden. Dazu wird neutrale Schichtung vorausgesetzt ( $\phi_M = 1$ ), die Luftdichte sei  $\rho_L = 1,3 \text{ kg m}^{-3}$ . Es seien Anemometer in den Höhen 0,5, 1,0 und 2,0 m über der Schneeoberfläche installiert, deren Anzeigen über eine Stunde gemittelt und in Bild 4 eingetragen worden sind. Da im realen Fall die Meßwerte selten genau auf einer Geraden liegen, wird es meist nötig sein, eine Ausgleichsgerade durch die Punkte zu legen.

Die ordinate des Diagramms ist in Einheiten von  $\log_{10} z$  eingeteilt, in der Abszisse wird  $\bar{u}(z)$  eingetragen. Mit  $\phi_M = 1$  und  $\kappa = 0,4$  wird nun Gleichung (66) umgeformt in

$$(72) \quad u_* = \frac{0,4 \Delta \bar{u}}{2,3 \Delta \log_{10} z}$$

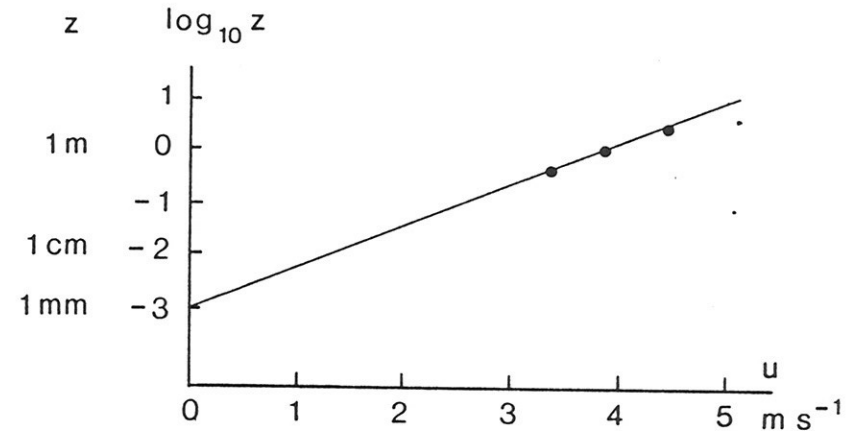


Bild 4: Beispiel eines logarithmischen Windprofils und seiner Auswertung. Siehe Text.

und aus dem Diagramm in zwei Höhen, z.B. 0,1 und 1 m die zugehörigen Werte von  $\bar{u}$  entnommen, die nun in Gleichung (72) eingesetzt werden. Im Beispiel von Bild 4 führt dies zu

$$u_* = 0,22 \text{ m s}^{-1}$$

Der Rauigkeitsparameter  $z_0$  in den Gleichungen (69), (70) wird im Diagramm bei  $\bar{u} = 0$  abgelesen, er beträgt in diesem Beispiel 1 mm. Nun folgt weiter aus Gleichung (62) für die Schubspannung

$$\tau = \rho_L u_*^2 = 1,3 \cdot 0,05 = 0,06 \text{ N m}^{-2}$$

und für den Diffusionskoeffizienten (Gleichung (64)) in 1 m Höhe

$$K_M = \kappa u_* z = 0,4 \cdot 0,22 \cdot 1 = 0,09 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

### 7.5 Der Einfluß der Stabilität auf die Diffusionskoeffizienten

Zur Quantifizierung der Stabilität der Luftschichtung kann man sich der Monin-Obukhov-Länge  $L_*$  oder der Richardsonzahl  $Ri$  bedienen, die wie folgt definiert sind

$$(73) \quad -L_* = \frac{c_p T \rho_L u_*^3}{g \kappa F} \quad [\text{m}]$$

$$(74) \quad Ri = \frac{g(\partial T/\partial z - \gamma)}{T(\partial u/\partial z)^2}$$

und die sich mit Hilfe der Gleichungen (52), (55), (62), (65) ineinander umrechnen lassen

$$(75) \quad Ri = z/L_*$$

Die Werte von  $\phi_M$  wurden durch Messungen festgelegt und sind nach BUSINGER u.a. (1971) in Tafel 5 zusammengefaßt.

Zu Tafel 5 soll nun noch ein Zahlenbeispiel folgen, in dem stabile Verhältnisse herrschen:

$$F = -100 \text{ W m}^{-2}, \quad u_* = 0,5 \text{ m s}^{-1}, \quad T = 273 \text{ K}, \quad \rho_L = 1 \text{ kg m}^{-3},$$

$$\kappa = 0,4, \quad g = 9,8 \text{ m s}^{-2}, \quad c_p = 1 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}.$$

Damit gibt Gleichung (73)

$$L_* = 87 \text{ m und für } z = 1 \text{ m } \phi_M = \phi_H = \phi_V = 1,057,$$

$$K_M = K_H = K_V = 0,19 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}.$$

Wird für die Schubspannungsgeschwindigkeit ein nur halb so großer Wert  $u_* = 0,25 \text{ m s}^{-1}$  eingesetzt, so folgt  $L_* = 11 \text{ m}$ ,  $\phi = 1,46$ ,  $K = 0,07 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ .

Tafel 5: Monin-Obukhov-Länge  $L_*$ , Richardsonzahl  $Ri$ , Stabilitätsfunktionen für Impuls-  $\phi_M$ , Wärme-  $\phi_H$  und Wasserdampftransport  $\phi_V$  und Diffusionskoeffizienten  $K_M$ ,  $K_H$ ,  $K_V$  bei verschiedenen Schichtungen

Neutral:	$L_* = \infty$	$Ri = 0$
	$\phi_M = \phi_H = \phi_V = 1,0$	
Stabil:	$L_* > 0$	$Ri > 0$
	$\phi_M = \phi_H = \phi_V = 1 + 5 z/L_*$	
Labil:	$L_* < 0$	$Ri < 0$
	$\phi_M = (1 - 15 z/L_*)^{-1/4}$	
	$\phi_H = \phi_V = (1 - 15 z/L_*)^{-1/2}$	
In allen Fällen: $K_M = \frac{u_* \kappa z}{\phi_M}$ ; $K_H = \frac{u_* \kappa z}{\phi_H}$ ; $K_V = \frac{u_* \kappa z}{\phi_V}$		

### 7.6 Übergangszahlen und Widerstandsbeiwerte

In vielen Fällen stehen zur Abschätzung von Wärme- und Wasserdampfströmen nur die Daten einer Klimastation oder einer Wetterkarte zur Verfügung, also  $T_L$ ,  $e_L$ ,  $u$ , nicht aber ihre Gradienten. Da über einer schmelzenden Schneedecke  $T_O = 273 \text{ K}$  und  $e_O = 6,1 \text{ hPa}$  konstant bleiben, können mit  $T_L$  und  $e_L$  Differenzen gebildet werden, die die Gradienten in den Gleichungen (53) bis (55) ersetzen müssen:

$$(76) \quad F = -\alpha_H (T_L - T_O)$$

$$(77) \quad LV = -\alpha_V (q_L - q_O)$$

$$= -\alpha_V \frac{0,62}{p} (e_L - e_O)$$

Hier ist  $\alpha_H$  ( $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$ ) die Wärmeübergangszahl für fühlbare und  $\alpha_V$  ( $\text{W m}^{-2}$ ) die für latente Wärme.

Der Vergleich von (53) und (55) zeigt (für  $K_H = K_V$ ), daß

$$(78) \quad \alpha_V = \alpha_H \frac{L_V}{c_p}$$

Wird in Gleichung (55) der Diffusionskoeffizient des logarithmischen Profils ( $K_H$  in Tafel 5) eingesetzt, so folgt

$$(79) \quad F = -\rho_L c_p \frac{u_* \kappa z}{\phi_H} \frac{\partial T}{\partial z}$$

oder

$$F \phi_H \partial \ln z = -\rho_L c_p u_* \kappa \partial T$$

was bis zu der Höhe  $z$ , in der  $T_L$  gemessen wird, integriert werden soll. Dazu wird wieder Divergenzfreiheit ( $\partial F / \partial z = 0$ ) vorausgesetzt, so daß nach Integration von  $z_O$  bis  $z$

$$(80) \quad F = -\frac{\rho_L c_p u_* \kappa}{\phi_H \ln z/z_O} (T_L - T_O)$$

und nach Vergleich mit (76)

$$(81) \quad \alpha_H = \frac{\rho_L c_p u_* \kappa}{\phi_H \ln z/z_O}$$

Die Gleichungen (76), (77) stellen einen linearen Zusammenhang zwischen den Strömen und den Differenzen her, bei dem  $\alpha$  im Vergleich zum logarithmischen Profil die Wirkung von  $u_*$ ,  $z_O$  und  $\phi$  zusammenfaßt. Die Verwendung eines konstanten Werts für  $\alpha$  wird also nur für längere Perioden gerechtfertigt sein, in denen sich Schwankungen dieser Parameter ausgleichen können, z.B. Perioden von Tagen oder Monaten, nicht aber einzelne Stunden.

Für die Werte von  $\alpha$  wird von manchen Autoren eine Änderung mit der Wurzel der Windgeschwindigkeit angegeben. Diese Abhängigkeit von  $u$  kann aber deutlicher mit einem Widerstandsbeiwert ausgedrückt werden

$$(82) \quad F = -C_H u(z) \rho_L c_p (T_L - T_O)$$

Die Definition für  $C_H$  lautet

$$(83) \quad C_H \equiv u_*^2 / u^2(z) = \kappa^2 \phi_M^{-2} (\ln z/z_O)^{-2}$$

und der Vergleich von (82) mit (80) zeigt, daß

$$(84) \quad C_H = \frac{\alpha_H}{u(z) \rho_L c_p}$$

Um ein Zahlenbeispiel für  $\alpha_H$  und  $C_H$  zu geben, sollen die Werte aus Bild 4 verwendet werden:  $u_* = 0,22 \text{ m s}^{-1}$ ,  $z_O = 1 \text{ mm}$ ,  $u = 4 \text{ m s}^{-1}$  in  $z = 1 \text{ m}$ . Dazu wird  $\phi_H = 1,0$  und  $\rho_L = 1,3 \text{ kg m}^{-3}$  angenommen, so daß

$$(85) \quad \alpha_H = 16,6 \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-1} = 1,43 \text{ MJ m}^{-2} \text{d}^{-1} \text{K}^{-1}$$

$$C_H = 0,003$$

Schließlich soll noch eine empirische Formulierung erwähnt werden, die vor allem für die Verdunstung verwendet wird, aber für fühlbare Wärmeströme ebenso adaptiert werden kann

$$(86) \quad v = - (a + b u^c) (e_L - e_o)$$

KUZMIN (1961) fand für die Schneedecke in Rußland

$$(87) \quad v = - (0,18 + 0,1 u(10m)) (e(2 \text{ m}) - e_o) \quad [\text{mm/Tag}]$$

wobei  $u$  in  $\text{m s}^{-1}$  und  $e$  in hPa eingesetzt werden müssen.

Wird Gleichung (87) mit  $L_V$  multipliziert, und für  $u(10m)$  der Wert von Bild 4,  $5 \text{ m s}^{-1}$ , eingesetzt, dann folgt mit  $e(2 \text{ m}) = e_L$

$$(88) \quad L_V v = - 1,7 (e_L - e_o) \quad [\text{MJ m}^{-2} \text{d}^{-1}]$$

wobei der Wert  $1,7 (\text{MJ m}^{-2} \text{d}^{-1} \text{hPa}^{-1})$  dem  $\alpha_V$  in Gleichung (77), (78) entsprechen sollte, was mit Hilfe von (81) für  $z = 10 \text{ m}$ ,  $\rho_L = 1,3 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $p = 1000 \text{ hPa}$  und den sonstigen Werten zum Profil in Bild 4 überprüft werden kann. Diese Übereinstimmung zeigt, wie ähnlich das Beispiel in Bild 4 und die Verhältnisse im winterlichen Rußland sind, aus denen Kuzmin seine Koeffizienten bestimmt hat.

## 7.7 Der Gradtagfaktor

Die Parametrisierung des fühlbaren Wärmestroms durch  $\alpha_H$  und die Differenz  $T_L - T_o$  in Gleichung (76) ist die Basis für eine häufig verwendete, grobe Abschätzung der Schneeschmelze aus Tageswerten der Lufttemperatur. Die Methode setzt voraus, daß die Snowoberfläche während des betrachteten Zeitraums auf  $0^\circ\text{C}$  bleibt, so daß im Lauf eines Tages mit dem Mittel  $\bar{T}_L (^\circ\text{C})$

$$(89) \quad F = - \alpha_H \bar{T}_L \quad [\text{MJ m}^{-2} \text{d}^{-1}]$$

zur Oberfläche fließen. In einem beliebigen Zeitraum fließt die Wärmemenge

$$(90) \quad W = - \int F dt = \alpha_H \int T_L dt = \alpha_H \Sigma \bar{T}_L \Delta t \quad [\text{MJ m}^{-2}]$$

Dabei ist  $\bar{T}_L$  das Mittel über den Zeitschritt  $\Delta t$ , der nun gleich 1 Tag gesetzt wird.  $\Sigma \bar{T}_L (^\circ\text{C})$  wird als die Temperatursumme,  $\Sigma \bar{T} \Delta t (^\circ\text{C d})$  als die Summe der Gradtage bezeichnet.

Die Masse  $M$ , die mit  $W$  geschmolzen werden kann, ist

$$(91) \quad M = \frac{W}{L_M} = \frac{\alpha_H}{L_M} \Sigma \bar{T}_L \Delta t \quad [\text{kg m}^{-2}]$$

In dieser Gleichung ist der Quotient

$$(92) \quad \frac{\alpha_H}{L_M} \cong \frac{1,5}{0,33} = 4,5 \quad [\text{kg m}^{-2} \text{d}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}]$$

der Gradtagfaktor, dessen Wert in der Literatur mit 4 bis 5  $\text{kg m}^{-2} \text{d}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  angegeben wird. Er sollte nach der bisherigen



Ableitung nur für den Anteil der fühlbaren Wärme an der gesamten Wärmebilanz gelten, Gleichung (91) stimmt aber so gut mit den Beobachtungen überein, als ob keine weiteren Energiequellen zur Schneeschmelze beitragen.

Das hat zwei Gründe, im Winter in Mitteleuropa einen natürlichen, daß  $(S - LV) < F$  bleibt, und einen methodischen, daß in den meisten Fällen nicht  $\Sigma \bar{T}_L$  aller Tage, sondern nur die Summe der positiven Tagesmittel, die "positiven Gradtage" verwendet werden. Das hebt den Wert von M so weit über den durch Gleichung (91) bestimmten, daß die Vernachlässigung der im Winter sicher geringen Beiträge von  $(S - LV)$  kompensiert wird. Das Glied  $(S - LV)$  enthält weitere Kompensationsmöglichkeiten, denn bei klarem Himmel wird zwar  $(1 - a)G$  erhöht, dafür aber  $L\uparrow$  und  $-LV$  erniedrigt. Ein Beispiel für die Berücksichtigung von Niederschlag und Albedoänderungen wird von HOINKES und STEINACKER (1975) gegeben.

Das Konzept des Gradtagfaktors bedarf noch weiterer theoretischer Untersuchungen, kann aber für praktische Zwecke empfohlen werden.

## 8. SYNTHESE DES ENERGIEHAUSHALTS

Mit den Parametrisierungen, die in den vorhergehenden Kapiteln erläutert wurden, soll zum Abschluß der Energiehaushalt einer schmelzenden Schneeoberfläche zusammengesetzt werden (Tafel 6). Für die kurzwellige Nettobestrahlungsstärke einer Station in  $50^\circ\text{N}$  wurden dazu drei Daten (1.1., 1.2., 1.3.) verwendet und wolkenfreier ( $w = 0$ ) und bedeckter Himmel ( $w = 10/10$ ) so wie verschiedene Albedo ( $a = 0,6$  und  $0,8$ ) angenommen, und die Globalstrahlung nach Gleichung (39) berechnet.

Tafel 6: Synthese des Energiehaushalts

Globalstrahlung G nach Tafel 3 und 4 und kurzwellige Nettobestrahlungsstärke für zwei Werte der Albedo a, und der Bewölkung w, in $\text{MJ m}^{-2}\text{d}^{-1}$ , in $50^\circ\text{N}$							
Datum		1.1.		1.2.		1.3.	
w	a	G	(1-a)G	G	(1-a)G	G	(1-a)G
0	0,8 0,6	6,0	1,2 2,4	8,9	1,8 3,6	14,1	2,8 5,6
10/10	0,8 0,6	1,5	0,3 0,6	2,3	0,5 0,9	3,6	0,7 1,4
Langwellige Nettobestrahlungsstärke $S_L = L\uparrow - L\downarrow$ für eine schmelzende Oberfläche ( $T_o = 273 \text{ K}$ , $L\uparrow = 27,2 \text{ MJ m}^{-2}\text{d}^{-1}$ )							
w	$L\uparrow$	$T_L$	2,0	6,0	10,0	$^\circ\text{C}$	
0	$0,7 \sigma T_L^4$		-7,6	-6,4	-5,2	$\text{MJ m}^{-2}\text{d}^{-1}$	
10/10	$0,7 \sigma T_L^4 + 0,3 \sigma (T_L - 1,2)$		+0,5	+2,4	+4,1	$\text{MJ m}^{-2}\text{d}^{-1}$	
Fühlbarer Wärmestrom F für eine schmelzende Oberfläche, nach Gleichung (76)							
$T_L$	$F = 1,5 \Delta T$		2,0	6,0	10,0	$^\circ\text{C}$	
			3,0	9,0	15,0	$\text{MJ m}^{-2}\text{d}^{-1}$	
Verdunstung und latenter Wärmestrom über einer schmelzenden Oberfläche ( $e_o = 6,1 \text{ hPa}$ ), für verschiedene Werte der relativen Feuchte							
$T_L$			2,0	6,0	10,0	$^\circ\text{C}$	
$e_L$ (60%)			4,2	5,6	7,4	hPa	
$V = 0,68 \Delta e$			1,3	0,3	-0,4	$\text{mm d}^{-1}$	
$L_v V = 1,7 \Delta e$			3,2	0,9	-0,7	$\text{MJ m}^{-2}\text{d}^{-1}$	
$e_L$ (80%)			5,6	7,5	9,8	hPa	
V			0,3	-1,0	-2,5	$\text{mm d}^{-1}$	
$L_v V$			1,2	-2,4	-6,3	$\text{MJ m}^{-2}\text{d}^{-1}$	

Für die langwellige Nettobestrahlungsstärke  $S_L$  wurde bei klarem Himmel Gleichung (46) verwendet, bei bedecktem Himmel noch die Annahme gemacht, daß ein Teil von  $L_+$  seinen Ursprung an der Wolkenunterseite in 200 m Höhe hat, wo  $T = T_L - 1,2^\circ\text{C}$ . Auch wenn dieser Anteil nur mit einem Faktor von 0,3 gewichtet wird, kann er für das Vorzeichen von  $S_L$  entscheidend sein.

Der fühlbare Wärmestrom wurde nach Gleichung (76) mit  $\alpha_H = 1,5 \text{ MJ m}^{-2} \text{ d}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  für verschiedene Werte von  $T_L$  berechnet, die Verdunstung und der latente Wärmestrom nach den Gleichungen (87), (88) mit  $u(10) = 5 \text{ m s}^{-1}$ . Die angeführten Komponenten können nun zum Energiehaushalt nach Gleichung (2) zusammengesetzt und daraus die zum Schmelzen der Schneedecke verfügbare Energie  $B$  berechnet werden. Diese Zusammensetzung kann nicht beliebig erfolgen, denn die Bewölkung und Lufttemperatur erscheinen als Parameter mehrerer Komponenten, wobei auch die relative Feuchte bei klarem Himmel deutlich niedrigere Werte annehmen muß als bei bedecktem.

Die hier verwendete Synthese hat den Vorteil, daß sie außer der Albedo nur Daten verwendet, die von Klimastationen zur Verfügung stehen.

## 9. SCHRIFTTUM

- BERGER, R.H., 1979: Snowpack optical properties in the infrared; CRREL Report 79-11, US Army Cold Regions Research and Engineering Laboratory, Hannover, N.H.
- BOHREN, C.F. und BARKSTROM, B.R., 1974: Theory of the optical properties of snow; Journal of Geophysical Research, 79: 4527-4535
- BOLLE, H.-J., 1982: Radiation and energy transport in the earth atmosphere system; Handbook of Environmental Chemistry, 1(B): 131-303; Springer, Berlin

- BRUTSAERT, W., 1982: Evaporation into the atmosphere; D. Reidel Publishing Company, Dordrecht - London, 299 S.
- BUSINGER, J.A., WYNGAARD, J.C., IZUMI, Y. und BRADLEY, E.F., 1971: Flux-profile relationships in the atmospheric surface layer; Journal of Atmospheric Sciences 28: 181-189
- De QUERVAIN, M.R., 1972: Snow structure, heat, and mass flux through snow; Proceedings of the Banff Symposium 1972, IAHS-Publication No. 107(1): 203-226
- GOLCHERT, H.J., 1981: Mittlere monatliche Globalstrahlungsverteilung in der Bundesrepublik Deutschland; Meteorologische Rundschau 34: 143-151
- GRIGGS, M., 1968: Emissivities of natural surfaces in the 8- to 14- micron spectral region; Journal of Geophysical Research, 73: 7545-7551
- HOINKES, H. und STEINACKER, R., 1975: Zur Parametrisierung der Beziehung Klima - Gletscher; Rivista Italiana di Geofisica 1: 97-104 (Alpinmeteorologische Tagung, St. Vincent)
- KASTEN, F., 1981: Measurement and analyses of solar radiation data; Energy and Buildings, 3: 1-29
- KRAUS, H., 1970: Die Energieumsätze in der bodennahen Atmosphäre; Berichte des Deutschen Wetterdienstes Nr. 117(16), 43 S., Selbstverlag des Deutschen Wetterdienstes, Offenbach
- KRAUS, H., 1972: Energy exchange at air-ice interface; Proceedings of the Banff Symposium 1972, IAHS-Publikation No. 107(1): 128-164
- KUZMIN, P.P., 1961: Melting of snow cover. Translated from Russian by Israel Program for Scientific Translation, 1972; 290 S.

- MALE, D.H. und GRAY, D.M., 1981: Snowcover ablation and runoff; S. 360-436 in Handbook of Snow (D.M.Gray and D.H.Male, eds.); Pergamon Press, Toronto etc.
- MANNSTEIN, H., 1984: Interpretation von Strahlungsmessungen an einem schneebedeckten Hochgebirgshang; Diplomarbeit, Universität Innsbruck, 74 S.
- MELLOR, M., 1977: Engineering properties of snow; Journal of Glaciology 19(81): 15-66
- MÜLLER, H., 1984: Zum Strahlungshaushalt im Alpenraum; Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, Nr. 71, 167 S.
- NEUWIRTH, F., 1979: Beziehungen zwischen Globalstrahlung, Himmelsrichtung und extraterrestrischer Strahlung in Österreich; Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie, Serie B, 27(1): 1-13
- O'NEILL, A.D. und GRAY, D.M., 1972: Spatial and temporal variations of the albedo of prairie snowpack; Proceedings of the Banff Symposium 1972, IAHS-Publication No. 107(1): 176-186
- PICHLER, H., 1984: Dynamik der Atmosphäre; 456 S.; B.I. Wissenschaftsverlag, Mannheim - Wien - Zürich
- WARREN, St.G., 1962: Optical properties of snow; Reviews of Geophysics and Space Physics, 20(1): 67-89