

SYMMETRIE IN NATUR UND KUNST

von

Peter Paulitsch

Institut für Mineralogie, Technische Universität Darmstadt
Landskronstraße 79, D-64285 Darmstadt

Vortrag vor der Österreichischen Mineralogischen Gesellschaft, den Freunden des
Naturhistorischen Museums und der Österreichischen Gemmologischen Gesellschaft
gehalten am 20. November 1997 in Wien

Der Einladung, ein interdisziplinäres Thema einem breiteren Hörerkreis vorzutragen, bin ich gerne nachgekommen. Die Vielfalt der in den letzten Jahrzehnten neu entwickelten Methoden in den Naturwissenschaften haben eine deutliche Spezialisierung gebracht. Gemeinsame Maßstäbe können diese Spezialisierung überbrücken helfen. Dazu gehört das Konzept der Symmetrie.

Die Vielfalt von Symmetrien, als gesetzmäßige Wiederholung verstanden, und die möglichen Deutungen haben eine Jahrtausende alte Tradition. Wiederholungen sind in allen Bereichen der Außen- und Innenwelt des Menschen zu beobachten.

Geschichte des Symmetriebegriffs

Den Sammlern sind die Symmetrien der Kristalle bekannt und wohl auch neben ihrem Glanz und ihrer Farbe ein Anlaß, diese in großen oder kleinsten Exemplaren aus dem Gelände nach Hause mitzunehmen.

Faszinierend sind die Wege, die zur Entdeckung der Symmetrien an Kristallen führten, wie sie PAULITSCH (1982, 1984) dargestellt hat.

Das Wort Symmetrie wird seit über 2.500 Jahren verwendet. Die ursprüngliche Bedeutung beinhaltete die vom Menschen auf die Natur projizierte und beobachtete rechts-links-Wiederholung. J. KEPLER (1611) erläuterte die Form der hexagonalen Schneeflocken und damit die Rotationssymmetrie (HERITSCH, 1973).

A. SEEBER (1805) entwickelte den Gedanken des Raumgitters von Kristallen und HAUY (1836) begründete die Kenntnis der äußeren Flächen der Kristalle.

A. SCHOENFLIESS und L. FEDOROW (1891) erreichten bei Einführung von neuen Symmetrioperationen die Beschränkung auf 230 Raumgruppen.

BUERGER (1934) hat bereits auf den Fehlbau der Real-Kristalle und auf ihre Fastsymmetrien hingewiesen (Abb. 1). Die Folgen der Kristallbaufehler und der Wachstumsspiralen auf die physikalischen Eigenschaften wurden zeitgleich verstanden.

NIGGLI (1941) hat alle 32 Symmetrieklassen auf zwei Pseudosymmetrien, nämlich auf eine pseudo-hexagonale und eine pseudotetragonale zurückgeführt.

Die Symmetrie der Moleküle wurde als Grund für die realisierte Selektion von Raumgruppen erkannt. Damit war der Inhalt von Symmetrien noch nicht abgeschlossen: Werden schwarz-weiße Anordnungen betrachtet, gibt es 1651 Raumgruppen, die in den magnetischen Eigenschaften der Kristalle ihre Realisierung finden.

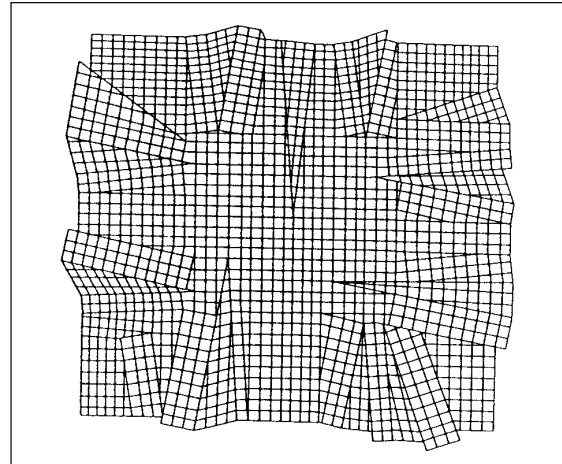


Abb. 1
Realbau einer Kristallfläche

Wiederholungen von Farben wurden berücksichtigt von SHUBNIKOV & BELOV (1964) und führten zu 64 zweifarbigen Ebenengruppen.

Die Analyse von mehrfarbigen Anordnungen wurde weitergeführt. Sie erbrachte zusätzliche zahlenmäßige Begrenzungen.

WONDRATSCHEK (1997) studierte die Symmetrie in vier Dimensionen und JANSSEN (1997) bearbeitete „N-Dimensionale Crystallography“.

Zitat: „Das Quadrat ist die Projektion des dreidimensionalen Würfels. Ein Würfel ist die Projektion der vierdimensionalen mathematischen Funktion.“

Vielfalt von Symmetrien

Wenn wir im folgenden die stets gegenwärtigen Wiederholungen in Natur und Kunst beobachten, beschränken wir uns dabei auf ausgewählte Symmetrien und einfache, gekoppelte oder kombinierte, wiederholte Operationen:

Wiederholung durch Spiegelung	Symmetrieebene
Wiederholung durch Drehung:	Rotationssymmetrie
Wiederholung von Punkten auf einer Linie	
a) im gleichen Abstand	Translation
b) mit Verkürzung	
c) mit Motivänderung	
Spiegelung mit Translation	Gleitspiegelung
Drehung mit Translation	Schraubung
Lückenlose Flächenfüllung	Ebenensymmetrien (17)
Nichtperiodische Pflasterung	im Quasikristall (KRAMER, 1985)
Dreidimensionale Kombination von Symmetrien führt zu	32, 230 Raumsymmetrien

Brechung von Symmetrien
Bandförmiges Ornament

1651 schwarz-weiß Gruppen
Mehrfarbige Anordnungen

Fastsymmetrien
Bordürensymmetrien
81 zweiseitige Netze
Magnetismus
Atomteilchen

Symmetrien in der Natur

Nicht nur in der Welt der Kristalle sind Symmetrien ablesbar, auch bei Pflanzen, Tieren und dem Menschen wurden alte und neue Formen der Symmetrien erkannt.

Offensichtlich zeigen viele Blüten die rechts-links Wiederholung, hinzu treten Rotationen, z.B. bei Lilien u.a.m. Auch fünfzählige Blüten beobachten wir u.a. bei Steinbrech- und Primelarten.

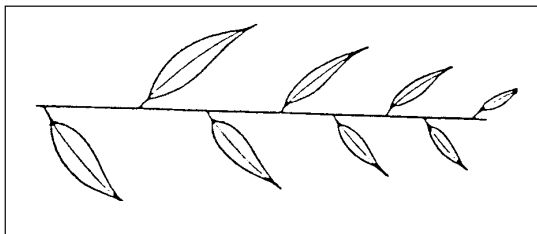


Abb. 2
Ein Blatt wiederholt sich bei
Verkleinerung des Grundmotivs

Wir finden eine schraubige Anordnung der Samen bei der Sonnenblume, Blütenständen, den Tannenzapfen, der Spirale bei den Farnstengeln und beim Stand der Blätter. Translation mit Verkürzung findet sich beim Schachtelhalm und manchen Blattabfolgen und darf als Charakteristik des Wachstums bezeichnet werden. (v. ENGELHARDT, 1953).

Bei den Tieren beobachten wir eine rechts-links Symmetrie, sie steht im Zusammenhang mit der Fortbewegung. Das Gleiche gilt für die Translation der Gliedmaßen. Hinzu kommt bei den Insekten mit der Abfolge von Kopf- und Brustschild Translation mit Veränderung.

Es findet sich bei Hexa- und Tetrakorallen achsiale Symmetrie als Merkmal für die Seßhaftigkeit, auch der Wabenbau der Bienen erinnert daran. Fünfzählig sind die Seesterne gebaut. Schneckengehäuse lassen eine Schraubenanordnung erkennen, kugelige Formen treten bei freischwebenden Tieren auf. Symmetrische Wiederholungen oder Brechung beginnen schon bei der Zellteilung und führen über die evolutionäre Anpassung zum Überleben.

Beim Menschen kann von einer rechts-links Symmetrie ausgegangen werden; die Anatomie des Herzens und des Gehirns weist aber auf eine Abweichung zur Fastsymmetrie hin. Bei der Bewegung der Beine kann von einer Rotation (in der Hüfte) gesprochen werden. Spuren im Schnee bilden eine Gleitspiegelebene als Projektion der Richtung der Fortbewegung ab.

Die Suche nach neuen Formen der Wiederholungen (Symmetrien) in der Natur erlaubt den Blick auf neue Zusammenhänge. Ein Satz, der für die Welt der Gesteine entstand, gilt auch hier. „Die Gestalten sind den füzenden Vektoren symmetriegemäß“.

Symmetrie im Gefüge von Gesteinen

Erfolgreich sind Symmetriebetrachtungen auch in Gefügen von Gesteinen.

Die endgültige Dreh- und Ortslage von Kristalliten in homogenen Gesteinen ist das Ergebnis von Wachstum und Deformation während der Gesteinsbildung und kann eine Symmetrieebene abbilden. Röntgenographische, elektronenmikroskopische und optische Methoden helfen bei der Suche nach einer Symmetrieebene im Gesteinsverbund (PAULITSCH, 1990).

Wird in verschiedenen Bruchstücken einer Skulptur aus Marmor, Quarz oder Alabaster eine jeweils entsprechende Symmetrieebene im Gesteinsgefüge nachgewiesen, kann anhand dieser gemeinsamen Symmetrieebenen eine Rekonstruktion der Skulptur erzielt werden.

Auch an Kluftkörpern und Faltenformen von Gesteinen können schon mit dem unbewaffneten Auge Symmetrien erkannt werden. Sie weisen auf den Typ der Verformung mit oder ohne Rotation des Gesteins hin (SANDER, 1930). Neben Symmetrieebenen können in Gesteinsgefügen auch polare Richtungen z.B. in Harnischen, bestimmt werden. Dabei wurden Spiralformen wahrscheinlich gemacht. Spiralwachstum zeigen Kristalle von Schwefel und Prochlorit (mit Wellblechstruktur).

Symmetrien in der Kunst

Baukunst

Zahlreich sind die Formen der Symmetrie im Bereich der Natur. Wie sieht es nun im Bereich der Kunst aus? Bei Betrachtung der Bauwerke aus der Zeit der Klassik zeigt sich eine Symmetrieebene, rechts = links. Die Anordnung und Form der Fenster läßt oft eine Translation mit Motivänderung erkennen. Sie geben der Fassade eine gewisse Spannung. Motivänderung tritt häufig bei der Abfolge tragender Säulen in verschiedenen Baustilen auf.

Achsiale Bauwerke dienen oft sakralen Zwecken. Der Grundriß des sakralen Baues von Kapel bei Waldsassen und von Stadl Paura bei Lambach in Oberösterreich ist dreizählig, ebenso wie der Taufbrunnen in Autun auf dem Platz vor der Kathedrale. Das berühmte Castel del Monte in Apulien ist als Oktagon erbaut, fünfzählig ist das Sommerschloß bei Viterbo, SPERLICH (1986) beschreibt es als Herrschaftsarchitektur. Bekannt und berühmt sind die Wendeltreppen der Gotik mit zweifacher gegensätzlicher Treppenführung wie im Burgebäude in Graz.

Historische und moderne Kuppelbauten können dem Prinzip der nichtperiodischen Pflasterung entsprechen. Sie können auf die in der Natur beobachteten Variationen des gleichzeitigen Auftretens von fünfeckigen und sechseckigen Basalt-Säulen sowie auf kugelige Radiolarien zurückgeführt werden. In der Ebene kennen wir dieses Phänomen bei den Quasikristallen.

Auch in virtuellen Räumen werden Symmetrien eingesetzt, sind abzulesen und werden zu Deutungen anregen. Lückenlose Füllung von Wandflächen sowie Schmuckfußböden begegnen uns im täglichen Leben, vielleicht sogar bei den Pflastermalern.

Berühmt sind die Keramiken mit den farbigen Ornamenten, die die maurische Alhambra in Granada oder Bauten in Anatolien schmücken. (MÜLLER, 1944). Die Muster der Tapeten gehorchen in allen Stilperioden den möglichen 17 Symmetrien der Ebene. Beispiele aus vielen Ländern in Leder, Seide oder aus Papier bereichern das Tapetenmuseum in Kassel.

Nicht zu vergessen sind die Analysen zur Webkunst in Afrika, Indonesien (HAAKE, 1984) und Canada oder die Analyse der mehrfarbigen Teppiche, die auf die Orte und Epochen der Entstehung hinweisen.

Malerei

Bei der Perspektive in der Malerei ist es bemerkenswert, daß innerhalb einer Symmetrieebene eine Ungleichheit zwischen vorn und hinten erhalten bleibt. Diese Polarität von vorne und hinten innerhalb der Symmetrieebene erlaubt zwei verschiedene Positionen des Fluchtpunktes in der Malerei. In der klassischen, perspektivischen Darstellung liegt der Fluchtpunkt hinten am Horizont. Diese Art der Darstellung wurde während der Renaissance in Europa wiederentdeckt; die ersten Gemälde dieser Art sind in den Uffizien in Florenz ausgestellt. Der Fluchtpunkt kann aber auch im Vordergrund liegen, wie es für chinesische Zeichnungen charakteristisch ist.

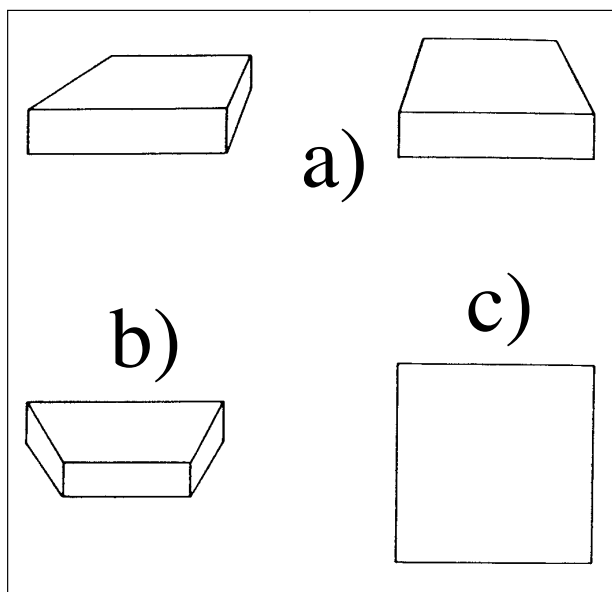


Abb.3

- a) Perspektive mit Fluchtpunkt am Horizont
- b) Fluchtpunkt im Vordergrund
- c) Aspektive, kein Fluchtpunkt

ESCHER, der holländische Grafiker unseres Jahrhunderts, hat beide Fluchtpunkte vorn und hinten zugleich verwendet und damit überraschende Effekte in seinen Grafiken erzielt.

Für die arabische Malerei in Tunesien ist nicht nur die Zurückhaltung bei der Darstellung des Menschen bekannt, ihr fehlt auch jegliche Verwendung eines Fluchtpunktes. Diese Bilder leiten sich nicht von physikalischen oder mathematischen Gesetzen ab. Die Kunstpsychologie bringt diese Tatsache in Verbindung mit einer Raumangst (BAHNASSI, 1977).

Viele Künstler, die in arabische Länder reisten, haben diese Leugnung der Unendlichkeit und Wahrnehmung empfunden. Die Malerfreunde MACKE, KLEE und MATISSE haben im Jahre 1914 von einem Aufenthalt in Sidi Bou Said bei Tunis diese Anregung mitgebracht und eine Malerei ohne eine dritte Dimension als „Neue Objektivität“ in die Kunst eingeführt. Sie haben damit zugleich die Darstellung der klassischen Perspektive verlassen und ein neues Sehen für die europäische Malerei empfohlen. So wurde diese nur 14 Tage währende Reise auch für uns von großer kunsthistorischer Bedeutung.

Bei der Beobachtung von Gemälden ist oft eine Fast-Symmetrieebene abzulesen, sei sie durch den Horizont oder durch gleichseitig ausgebildete Alleen oder in Ausschnitten großräumiger Landschaften gegeben.

ESCHER hat nicht nur Fluchtpunkte variiert. Mit der Methode der Translation mit Motivänderung stellte er meisterhaft die Evolution vom Fisch zum Vogel dar. Auch Computergraphiken arbeiten mit der gleichen Methode. Hingegen findet man in persischen Miniaturen Personen, die in Form einer Spirale angeordnet sind. LEONARDO hat die Haartracht der Leda spiraling gezeichnet (Windsor-Sammlung). Auf dem Diskos von Phaistos, Kreta, rollt sich ein Spiralband ein, das hieroglyphische Schriftzeichen unbekannter Art enthält. In RAFFAELs berühmtem Gemälde „Die Schule von Athen“ sind verborgene Geometrien und Symmetrien zu entdecken, (MAZZOLA, 1985). Auch bei der Porzellanmalerei auf Vasen finden wir Fast-Symmetrie, z.B. unvollkommene Drehsymmetrien. Das gilt auch für die Wiederholungen beim Aufbau von Drehbüchern oder bei der Dramaturgie.

So wurden in allen Zeiten und Sprachen mit Symmetriebrechungen Spannung erzeugt.

Schmuck

Die Funde von jahrtausendealten Schmuckstücken zeigen Glieder, die sich in Form der Translation wiederholen. Daneben ist auch Translation mit Motivänderung bekannt. Hinzu kommen Spiralen- und Schraubensymmetrien. Brechungen der Rechts-Links- und Achsialsymmetrie erzeugen auch bei Schmuckstücken eine Spannung. Im Zusammenhang damit kann auch auf die Schilder hingewiesen werden, die als Zunftzeichen auf bestimmte Berufsgruppen hinweisen, auch hier gibt es neben asymmetrischen auch achsiale Formen.

Symmetrie in der Musik

Umfangreiche Analysen erbrachten neue Erkenntnisse über die Symmetrie in der Musik.

In den Kompositionen von MOZART (MASSENKEIL, 1962)

In den Kompositionen von BACH (GRAESER, 1924)

In den Kompositionen von STRAWINSKY (PAULITSCH, 1984)

wurden Symmetrieebenen, Rotationen und fortlaufende Bordürensymmetrien erkannt (BERNSTEIN, 1967).

Wiederholungen mit sich verjüngenden Elementen in Taktzeitmaß, in Polyrhythmik und in der Dynamik sind hörbar. Zahlreiche musikalische Beispiele sind unter der Verwendung der Gruppentheorie in dem Buch „Symmetrie“ von PREISINGER (1980) belegt. Hinzu kommen die Beispiele bei WILLE (1990). Das „Musikalische Würfelspiel“ von MOZART, (Schott 4474) ist erst nach seinem Tod 1793 erschienen, und ist als ermunternde Anleitung zum symmetrischen Komponieren nicht zu vergessen.

Weitere Bereiche aus der Kultur

Mit dem Begriff der Symmetrie wurden auch in bisher nicht aufgeführten Bereichen Analysen und Synthesen, sei es bewußt oder unbewußt, durchgeführt. Die Symmetrie als Mittel zum anschaulichen Denken ist ein Bedürfnis. Ebenso ist Symmetrie Grundlage des integrierenden Erkennens in Physik, Mathematik und der Wahrnehmung von Gestalten.

Generell sind Symmetrie und Asymmetrie die Grundlage von gebundener und freier Gestaltung.

Aufgeführt seien in diesem Zusammenhang noch die Anlagen einer Stadt, die Gartenanlagen, der Brückenbau, soziale Strukturen in Geschichte und Gegenwart; Symmetrie in den Worten und in den Sprachen.

Symmetrien sind in der Zeit, wie in den Fastwiederholungen der Geschichte, enthalten. Translation mit Änderung des Betrages erscheint in der Reihe von Zahlen und ist in der Erd- und Humangeschichte essentiell. Das goldene Zeitalter der Humangeschichte ist in der Kugelsymmetrie beschrieben worden. Durch spätere Polarisierungen erhält die Geschichte die Form einer zweiachsigen Ellipse. Nachfolgende Trennungen von Sinngebungen geben der Geschichte die Gestalt einer Hyperbel.

Begründung von Symmetrien

Werden die Beobachtungen und fügenden Vektoren der Symmetrie zusammengefaßt, können drei Schritte unterschieden werden:

Zuerst die emotionsfreie Beobachtung, die eine rationale Reduktion beinhaltet; dieser folgt die beurteilende Wertung und anschließend der Versuch, die reale Anordnung und die Art der Wiederholung zu begründen.

Die beobachteten Symmetrien der Kristalle sind mannigfach; der die Symmetrie reduzierende, auch spiralförmige Realbau ist die Grundlage der physikalischen und chemischen Eigenschaften. Die Symmetrie der Kristallgitter und Kristallgestalt ist in der Art der Bausteine und in den Milieufaktoren wie Druck, Temperatur und Konzentration begründet. Diese Umwelt der Kristalle wechselt vom Kern, Mantel zur Kruste bis zur Oberfläche der Erde. Die Kristalle bilden mit verschiedenen Gestalten, mit ungleicher Koordination der Bausteine, die variierenden Umweltbedingungen im Stoffkreislauf ab. Die Kristalle zeigen eine Anpassung, gegebenenfalls sogar die Polarität der Gravitation.

In den Bereich der Wertung der Pflanzensymmetrie gehören Beurteilungen wie Schönheit, Harmonie, Funktion. Die Symmetrien der Pflanzen werden vom Wachstum und z.T. durch Aufrichtung gesteuert. Sie werden begründet durch Anpassung an Licht und Gravitation.

Bei den Lebewesen finden wir rechts-links-Wiederholung meist begründet in der Art der Fortbewegung, ebenso Translation, hingegen achsiale Symmetrie bei sesshaften, kugelige Formen bei freischwebenden Arten; öfter auch Spiralen, die im Wachstum begründet liegen.

Bei den Bauwerken sind ablesbar: Rechts-Links-Wiederholungen, die der Herrschaftsarchitektur zugerechnet werden, Translationen mit Veränderungen sowie Spiralen und Rotationen.

Mannigfache symmetrische Wiederholungen lassen die Gemälde erkennen: Translation, Fastsymmetrien und spiralförmige Anordnungen. Sie können ihre Vorbilder in der Natur haben.

Was alles ist Symmetrie?

Symmetrie ist grenzenloses Wiederholen mit ausgewählten Operationen der Linie, in der Ebene und in Raum und Zeit. Fastsymmetrie bleibt ein wesentlicher Faktor der Spannung. Strenge Symmetrie zielt auf Geschlossenheit, Ganzheit und Beruhigung.

Die Übersetzung des Wortes Symmetrie führt zu Gleichmaß, Ebenmaß und Schönheit.

Symmetrie finden wir in allen Bereichen der Welt, im Reich der Kristalle, der Pflanzen und Tiere. In der Milliarden Jahre alten Geschichte der Erde, ebenso wie in der Geschichte des Menschen bedeutet Symmetrie Anpassung. Ablesbar auch in der Sprache, Musik, Architektur und Malerei in allen Zeiten und Kulturlandschaften (SACHSEE,1985; HARGITTAI, 1986). So verbinden Symmetriebetrachtungen alle Denk- und Gefühlsebenen und deren Begrenzungen. Bedarf es noch des Hinweises, daß die Sammler von Kristallen ein schönes und anregendes Vergnügen pflegen, das Brücken zu anderen analytischen und synthetischen Bereichen, zur Gestaltung und zur Erhaltung des menschlichen Lebens schlagen kann.

Literatur (Auswahl)

- BAHNASSI, A. (1977): La Notion de Perspective et les cultures. - Cultures, IV/3. Unesco. 95.
- BERNSTEIN, I. (1967): Von der Vielfalt der Musik. - Goldmann Verlag, München.
- EIGEN, M. & WINKLER, R.: Das Spiel: Naturgesetze steuern den „Zufall“. - München/Zürich 1976.
- ENGELHARDT, W. von (1953): Sinn und Begriff der Symmetrie. - In: Studium Generale, Heft 9.
- GENZ, H. (1987): Symmetrie. - Piper München.
- HAAKE, A. (1984): Java Batik. - Scharper Verlag, Hannover.
- HARGITTAI, I. (1986): Symmetry Through the Eyes of a Scientist. - Weinheim.
- HERITSCH, H. (1973): De Nive (1594) J. Kepler. - Jb. Akad. Gym. Graz.
- KRAMER, P. (1985): Nichtperiodische Kristalle mit fünfzähliger Symmetrie. - Phys. Blätter 41. Nr. 4, S. 103.
- PAULITSCH, P. (1982): Wege der Mineralogie. - Aufschluß 33. 421 - 429.
- PAULITSCH, P. (1984): Zur nichtkristallographischen Symmetrie. - Aufschluß 35. 311 - 313.
- PAULITSCH, P. (1990): Kristalle als Geo-Baro-Thermometer. - Zentral Bl..Geol. I. 181 - 344.
- PREISINGER, A. (1980): Symmetrie. - Schriftenreihe, Techn. Univ. Wien, Springer-Verlag.
- SACHSEE, H. (1985): Was bedeutet Symmetrie? - In: Symmetrie, Hrsg.H. Stork, Köln.
- SANDER, B. (1930): Die Gefügekunde der Gesteine. - Springer-Verlag, Wien.
- SHUBNIKOV, A.V.& BELOV, N.V (1964): Colored Symmetry. - Hrsg. W. T. Holser,Oxford.
- SPERLICH, H.G. (1986): Architektur-Ausstellungskatalog Darmstadt. 273 -289.
- WEITZEL, H. (1986): Ausstellungskatalog Mathildenhöhe Darmstadt.
- WEYL, H: (1955): Symmetrie. - Birkhäuser, Basel.
- WILLE, R. (1986): Symmetrie. - Springer, Heidelberg.
- WONDRATSCHEK, H. (1997): Vierdimensionale Kristallographie. - IUCR. Newsletter Vol. 5.