1. Beispiel (10 Punkte)

Gegeben:

Ebenes Fachwerk lt. Skizze (Längenmaß a):

- Starre Pendelstützen 1 bis 5 (EA=∞)
- Pendelstützen 6 bis 14 mit Dehnsteifigkeit EA

Belastung lt. Skizze:

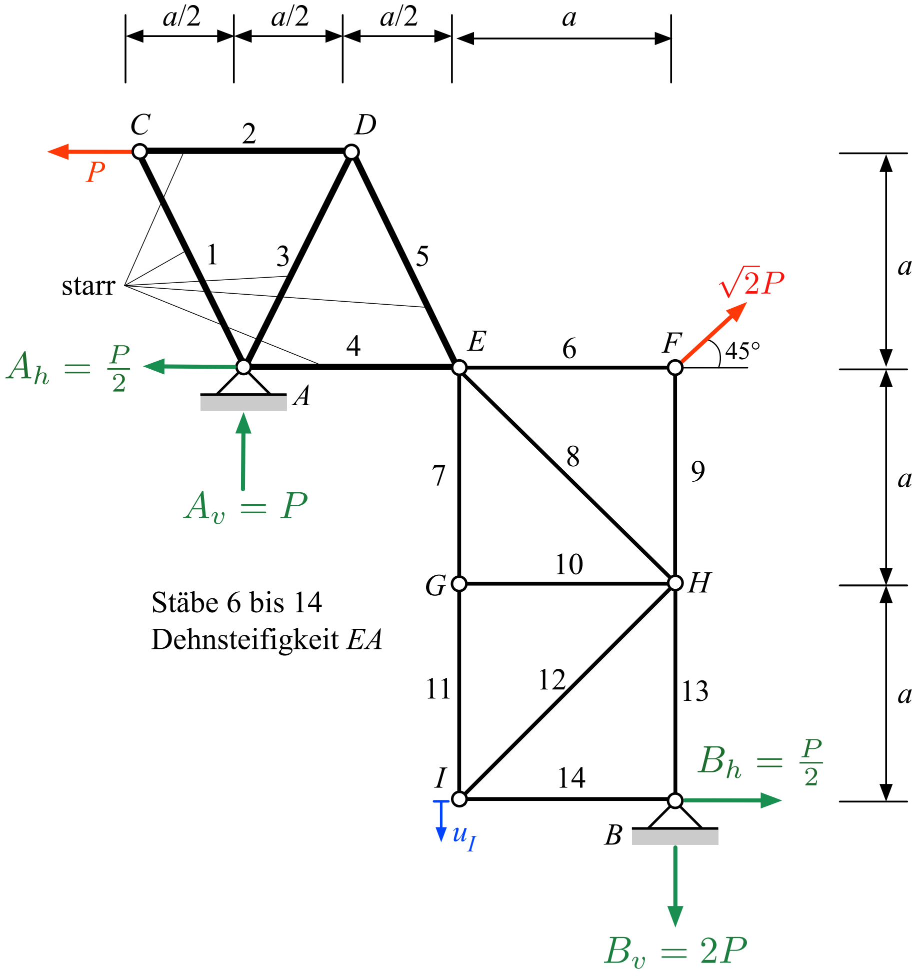
- Einzelkraft P
- Einzelkraft $\sqrt{2}P$

Auflagerreaktionen lt. Skizze:

- A_h und A_v
- B_h und B_v

Gesucht:

1. Vertikale Verschiebung u_I im Knoten I mit dem Satz von *Castigliano*
2. Kontrolle der Stabkraft S_{11} mit dem Prinzip der virtuellen Arbeit (Skizze der Kinematik)



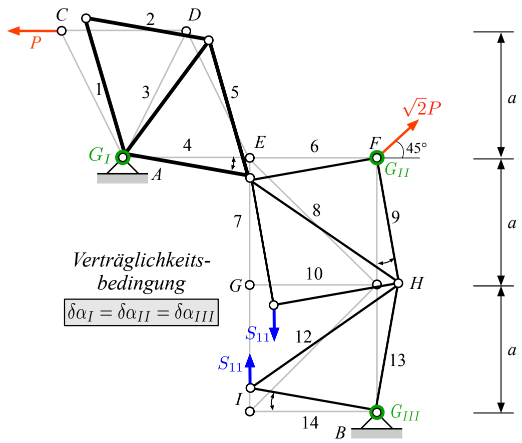
Lösung zum 1. Beispiel

1. Vertikale Verschiebung im Knoten *I*

$$u_I = \frac{Pa}{EA}\left(-\frac{7}{4} - \sqrt{2}\right)$$

2. Kontrolle Stabkraft 11

$$S_{11} = \frac{P}{2}$$



2. Beispiel (10 Punkte)

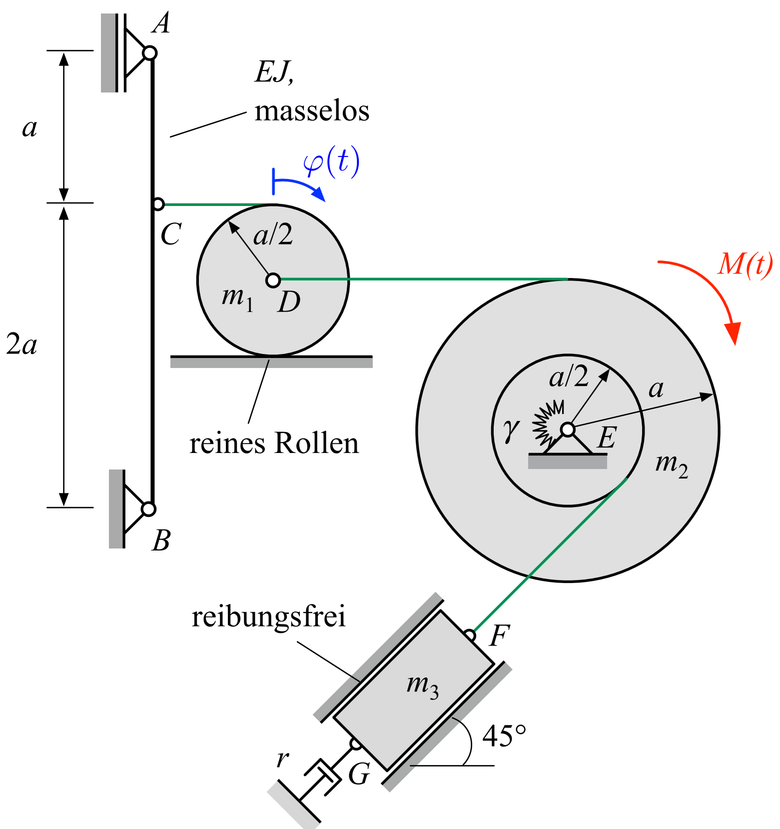
Gegeben:

Ebenes schwingungsfähiges System lt. Skizze in entspannter Federlage (Längenmaß a):

- Starre homogene Kreisscheibe: Radius $a/2$, Masse m_1
- Starre homogene Kreisscheibe: Innenradius $a/2$, Außenradius a, Masse m_2
- Punktmasse: m_3
- Linear elastischer, masseloser Biegestab: Länge, $3a$, Biegesteifigkeit EJ
- Linear elastische Feder: Drehfedersteifigkeit γ
- Geschwindigkeitsproportionaler Dämpfer: Dämpfungskonstante r
- Gewichtslose, ideale Seile, die auf den Scheiben reibungsfrei haften
- Anregung: Moment $M(t)$

Gesucht:

1. Effektive Federsteifigkeit k_{eff} im Punkt C in horizontaler Richtung mit Hilfe des *Mohr*schen Verfahrens als Funktion von EJ und a
2. Anzahl der Freiheitsgrade des Ersatzsystems und mechanische Deutung der Lagekoordinate
3. Bewegungsgleichung des Systems für kleine Schwingungen, formuliert in der Lagekoordinate $\varphi(t)$, mit Hilfe des Schwerpunkt- und des Drallsatzes
4. Statische Gleichgewichtslage φ_{stat} und Bewegungsgleichung für Schwingungen um die statische Gleichgewichtslage
5. Eigenkreisfrequenz ω für das ungedämpfte System ($r = 0$)



Lösung zum 2. Beispiel

1. Effektive Federsteifigkeit

$$k_{\text{eff}} = \frac{9EJ}{4a^3}$$

2. Anzahl der Freiheitsgrade

1 FHG; LK: $\varphi(t)$ ... Verdrehung Kreisscheibe

3. Bewegungsgleichung

$$\underbrace{\left(\frac{3}{4}m_1 + \frac{1}{4}m_2 + \frac{1}{8}m_3\right)}_{m^*}\ddot{\varphi}(t)a + \frac{1}{8}r\dot{\varphi}(t)a + \underbrace{\left(\frac{1}{2a^2}\gamma + 2k_{\text{eff}}\right)}_{k^*}\varphi(t)a = \frac{m_3 g}{2\sqrt{2}} + \frac{M(t)}{a}$$

4. Bewegungsgleichung für Schwingungen um die statische Gleichgewichtslage

$$\varphi_{\text{stat}} = \frac{m_3 g}{2k^* a\sqrt{2}}$$

$$\left(\frac{3}{4}m_1 + \frac{1}{4}m_2 + \frac{1}{8}m_3\right)\ddot{\epsilon}(t)a + \frac{1}{8}r\dot{\epsilon}(t)a + \left(\frac{1}{2a^2}\gamma + 2k_{\text{eff}}\right)\epsilon(t)a = \frac{M(t)}{a}$$

5. Eigenkreisfrequenz

$$\omega = \sqrt{\frac{\frac{1}{2a^2}\gamma + 2k_{\text{eff}}}{\frac{3}{4}m_1 + \frac{1}{4}m_2 + \frac{1}{8}m_3}}$$