Praktikum
Lineare Algebra 1
WS 2011/2012

Blatt 10

13. Dezember 2011

(1) Gegeben seien die Polynome

- $f = 10\,x^5 - 14\,x^4 + 62\,x^3 - 37\,x^2 + 85\,x + 50$
- $g = 5\,x^3 - 7\,x^2 + 11\,x + 6$

über dem Körper $\mathbb{Q}$.

Berechnen Sie mit dem in Satz 165 der Vorlesung angegebenen Horner-Schema die Werte $f(1/2)$ und $g(1/2)$.

(2) Zeige (durch Nachrechnen) folgende Identität

$$\sum_{j=1}^{m} a_j(b_j - b_{j-1}) = a_m b_m - a_1 b_0 - \sum_{j=1}^{m-1} (a_{j+1} - a_j) b_j$$

für beliebige $a, b \in \mathbb{R}^n$ und vergleiche diese mit der Formel für die partielle Integration.

(3) (a) $f\colon \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ und $g : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ seien die Polynomfunktionen mit

- $f(x) = 2 + 3x$
- $g(x) = 7 - 5x + 6x^2$

für alle $x \in \mathbb{Q}$.

Berechnen Sie die Funktionen

- $fg : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}, \quad x \mapsto (fg)(x) = f(x)g(x)$
- $gf : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}, \quad x \mapsto (gf)(x) = g(x)f(x)$
- $f \circ g : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}, \quad x \mapsto (f \circ g)(x) = f(g(x))$
- $g \circ f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}, \quad x \mapsto (g \circ f)(x) = g(f(x))$.

(b) Sind die Funktionen $fg : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ und $f \circ g : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ Polynomfunktionen, wenn $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ und $g : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ *beliebige* Polynomfunktionen sind? Begründen Sie Ihre Antwort!