1. Beispiel (10 Punkte)

<u>Gegeben</u>:

Mechanisches System gem. Skizze (Längenmaß a, Breite b):

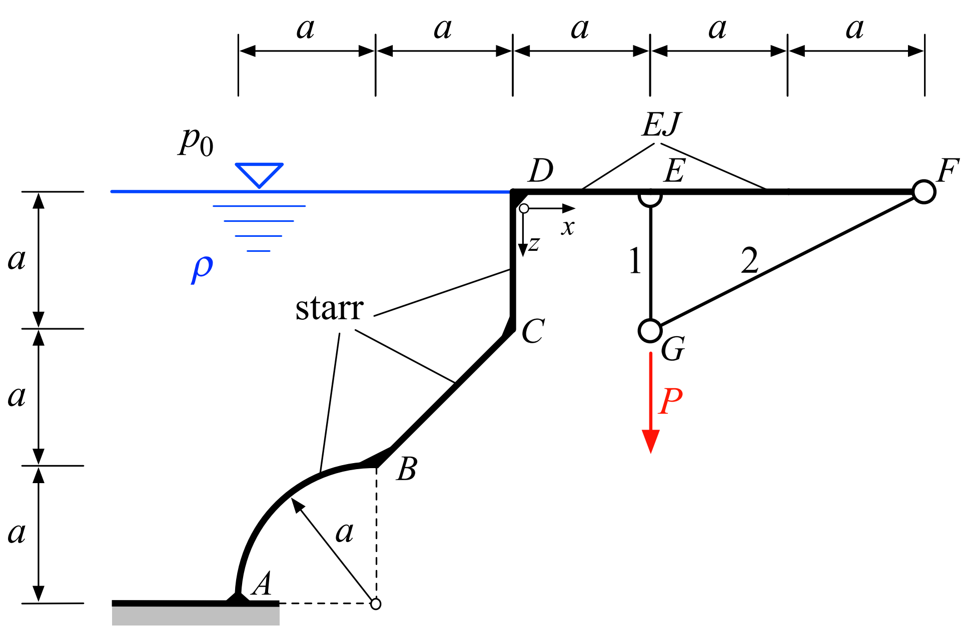
- Flüssigkeitsbehälter bestehend aus der starren, zylindrischen Behälterwand AB, sowie der starren ebenen Behälterwände BC und CD
- Homogene, inkompressible Flüssigkeit der Dichte ρ
- Fachwerkstäbe 1 und 2
- Biegeträger DEF mit konstanter Biegesteifigkeit EJ

Belastung:

- Einzelkraft P im Knoten G
- Flüssigkeitsüberdruck (Referenzdruck p_0)

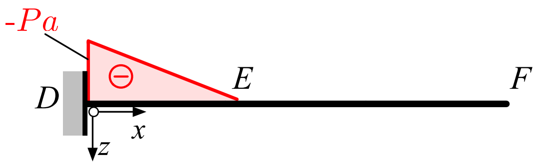
<u>Gesucht</u>:

1) Durchbiegung des Biegeträgers im Punkt F mit dem *Mohr*schen Verfahren (*Hinweis*: Beachten Sie, dass der Flüssigkeitsbehälter $ABCD$ starr ist.):
   a) Grafische Darstellung des Momentenverlaufs für den Biegeträger DEF mit Angabe der Werte in den Punkten D, E und F
   b) Skizze des *Mohr*schen Ersatzträgers mit Ersatzbelastung
   c) Durchbiegung im Punkt F
2) Verlauf des Flüssigkeitsüberdrucks auf die Behälterwände AB, BC und CD (Skizze mit Werten)
3) Teilresultierende zufolge des Überdrucks auf die Wände AB, BC und CD
4) Lage der Wirkungslinien der Teilresultierenden (Skizze)
5) Auflagerreaktionen im Punkt A zufolge der Belastung aus Flüssigkeitsüberdruck und Einzelkraft P

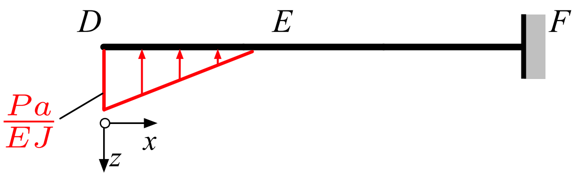


Lösung zum 1. Beispiel

1.1. Momentenverlauf des Biegeträgers



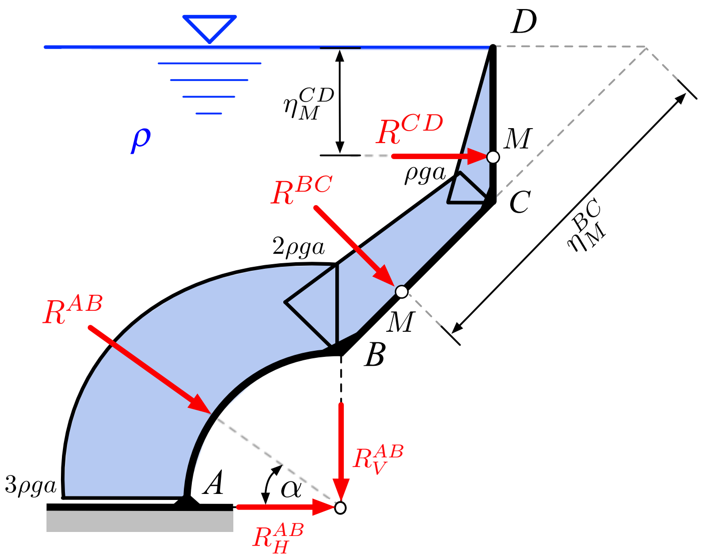
1.2. *Mohr*scher Ersatzträger mit Ersatzbelastung



1.3. Durchbiegung im Punkt *F*

$$w_F = \frac{4}{3}\frac{Pa^3}{EJ}$$

2. Verlauf des Flüssigkeitsüberdrucks



3. Teilresultierende

$$R_H^{AB} = \frac{5}{2}\rho g a^2 b \qquad R_V^{AB} = \left(3 - \frac{1}{4}\pi\right)\rho g a^2 b \qquad R^{AB} = \rho g a^2 b\sqrt{\frac{61}{4} - \frac{3}{2}\pi + \frac{1}{16}\pi^2}$$

$$R^{BC} = \frac{3}{\sqrt{2}}\rho g a^2 b \qquad R^{CD} = \frac{1}{2}\rho g a^2 b$$

4. Lage der Wirkungslinien der Teilresultierenden

Behälterwand AB:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{15}{2} - \frac{5}{8}\pi\right)$$

Behälterwand BC:

$$\eta_M^{BC} = \frac{14}{9}\sqrt{2}a$$

Behälterwand CD:

$$\eta_M^{CD} = \frac{2}{3}a$$

5. Auflagerreaktionen im Punkt *A*

$$A_V = \left(\frac{9}{2} - \frac{1}{4}\pi\right)\rho g a^2 b + P \qquad (+\uparrow)$$

$$A_H = \frac{9}{2}\rho g a^2 b \qquad \left(\overset{+}{\leftarrow}\right)$$

$$M^{(A)} = \left(\frac{17}{2} - \frac{1}{4}\pi\right)\rho g a^3 b + 3Pa \qquad \left(\overset{+}{\curvearrowleft}\right)$$

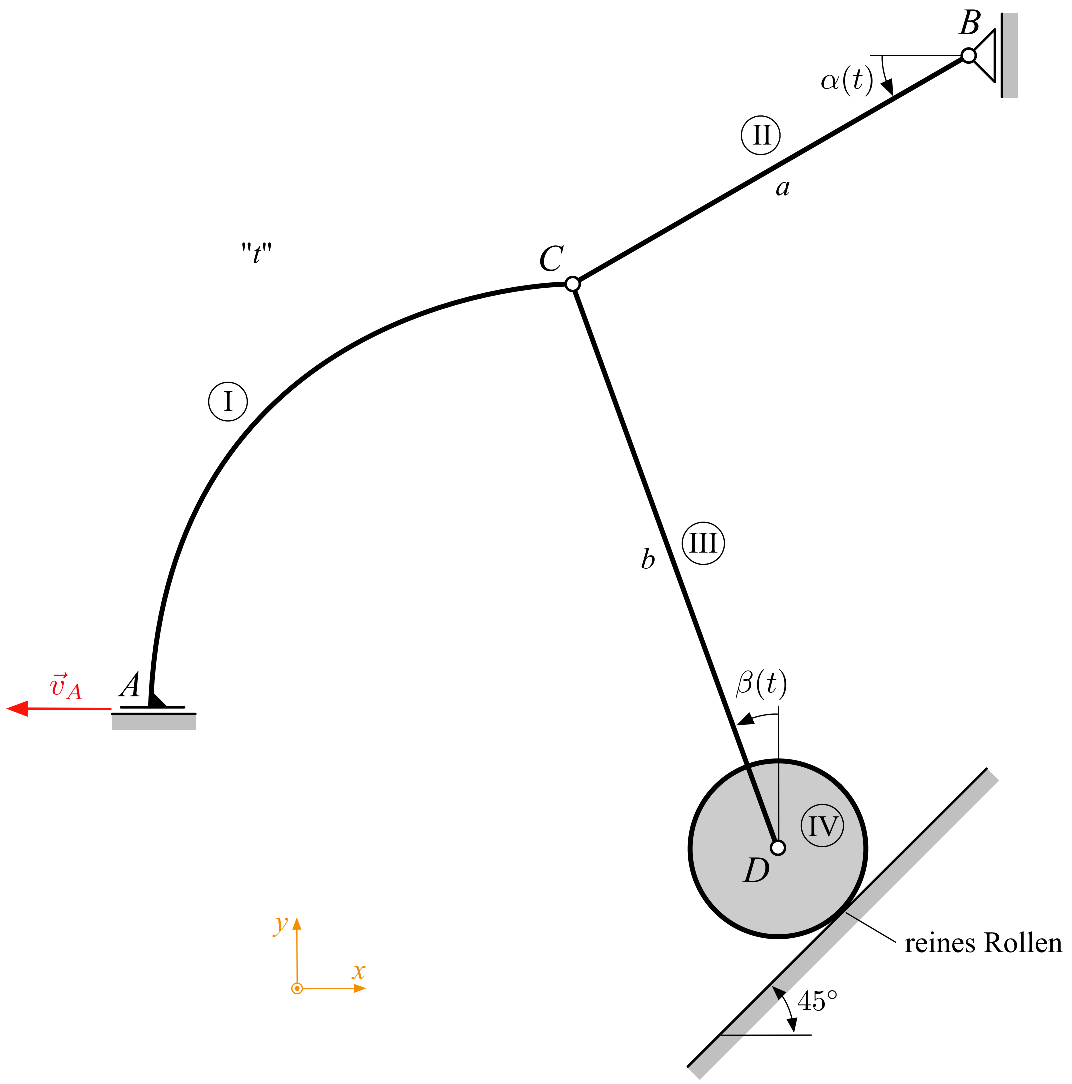
2. Beispiel (10 Punkte)

Gegeben:

- Momentanlage des ebenen Systems laut Skizze (Längsabmessungen a und b), bestehend aus drei starren Stäben (I, II, III) und einer starren Scheibe (IV)
- Geschwindigkeit im Punkt A: $\vec{v}_A = -v_A \vec{e}_x$

Gesucht:

1) Anzahl der Freiheitsgrade (nachvollziehbare Berechnung)
2) Geschwindigkeitspole für die gegebene Momentanlage (grafisch)
3) Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}_{\text{II}}$ als Funktion von $\alpha(t)$, v_A und a
4) Kinematische Verträglichkeitsbedingung $\dot{\beta}(a, b, \alpha, \beta, \dot{\alpha})$
5) Geschwindigkeiten $\vec{v}_B$ und $\vec{v}_D$ mit der Grundformel der Kinematik als Funktion von v_A, α und β
6) Geschwindigkeit $\vec{v}_C$ durch Ableiten der Ortskoordinaten

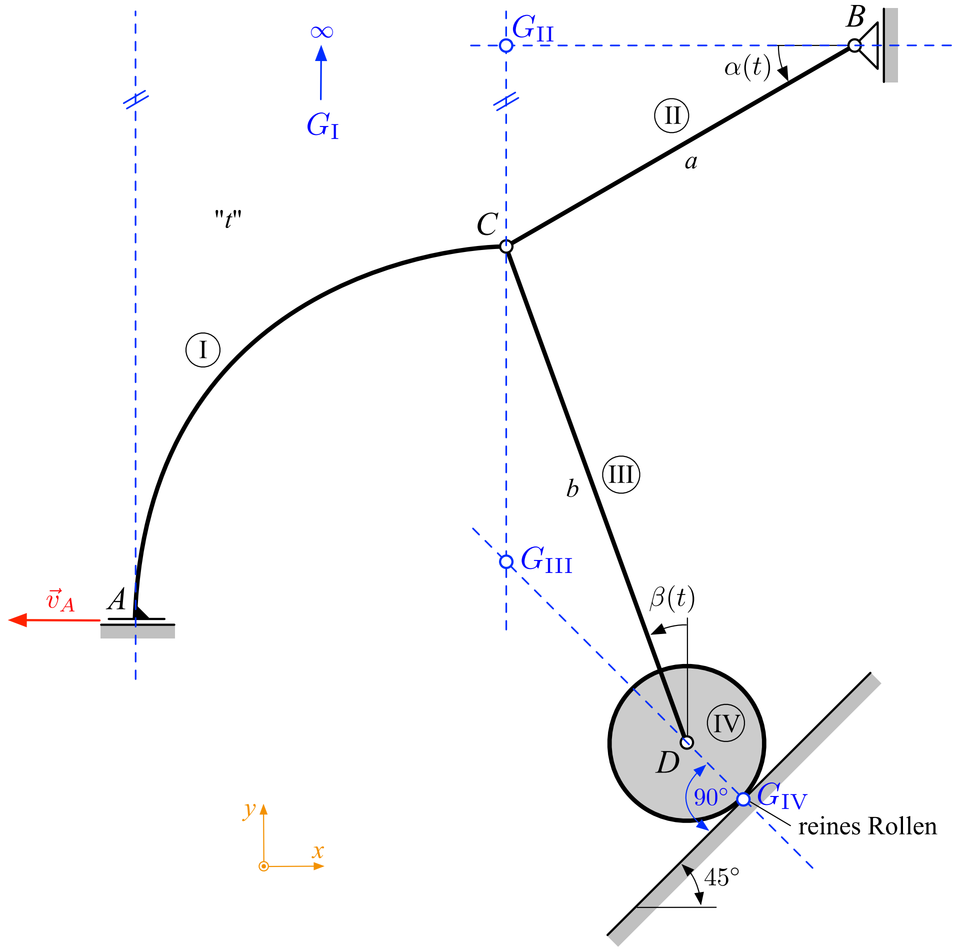


Lösung zum 2. Beispiel

1. Anzahl der Freiheitsgrade

$$f = 3n - r - \nu = 1 \text{ mit } n = 4,\ r = 5 \text{ und } \nu = 6$$

2. Geschwindigkeitspole



3. Winkelgeschwindigkeit der Scheibe II

$$\vec{\omega}_{\mathrm{II}} = -\frac{v_A}{a \sin \alpha} \vec{e}_z$$

4. Kinematische Verträglichkeitsbedingung

$$\dot{\beta} = -\frac{a \sin \alpha}{b(\cos \beta - \sin \beta)} \dot{\alpha}$$

5. Geschwindigkeit der Punkte *B* und *D* mit der Grundformel der Kinematik

$$\vec{v}_B = -\frac{v_A}{\tan\alpha}\vec{e}_y$$
$$\vec{v}_D = \frac{v_A \sin\beta}{\cos\beta - \sin\beta}(\vec{e}_x + \vec{e}_y)$$

6. Geschwindigkeit von Punkt *C* durch Ableiten der Ortskoordinaten

$$\vec{v}_C = \frac{\mathrm{d}\vec{r}_C}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Big[(x_B - a\cos\alpha)\,\vec{e}_x + y_C\vec{e}_y\Big] = -v_A\vec{e}_x$$