

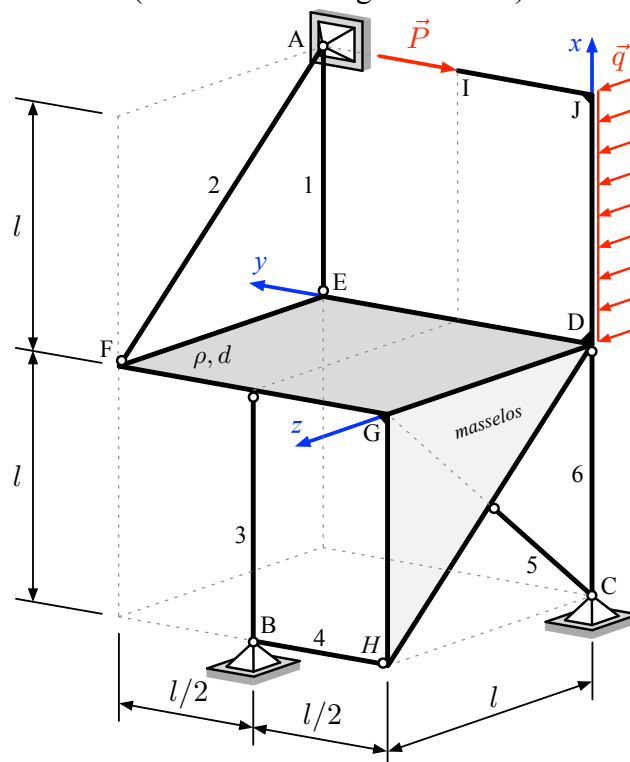
Beispiel (20 Punkte)

Gegeben:

- Statisch bestimmtes System (lt. Skizze) bestehend aus einer gewichtsbehafteten quadratischen Scheibe DEFG (mit der Dichte ρ und der Dicke d), einer biegesteif angeschlossenen masselosen dreieckigen Scheibe DGH, einem biegesteif angeschlossenen geknickten Biegestab DJI sowie sechs starren Pendelstützen; Längemaß l
- Gleichlast $\vec{q} = q\vec{e}_z$
- Einzelkraft $\vec{P} = -P\vec{e}_y$

Gesucht:

1. Überprüfung der statischen Bestimmtheit der Lagerung
2. Gewichtskraft \vec{G} der Scheibe und Resultierende \vec{R}_q der Gleichlast \vec{q} , sowie deren Lage der momentenfreen Angriffspunkte \vec{r}_G und \vec{r}_q bezüglich des Punktes D (Ursprung des globalen Koordinatensystems)
3. Reduktion der Kräfte \vec{G} , \vec{R}_q und \vec{P} in den Punkt D
4. Aufstellen der Gleichgewichtsbedingungen zur Ermittlung der Stabkräfte in den Pendelstützen (mithilfe der beiliegenden Tabelle)
5. Berechnung der Stabkräfte \vec{S}_1 bis \vec{S}_6
6. Ermittlung der Auflagerreaktion \vec{C} im Punkt C
7. Berechnung der Schnittgrößen $\vec{R}(x)$ und $\vec{M}(x)$ im Abschnitt DJ des Biegestabs (bezogen auf das lokale xyz -Koordinatensystem)
8. Grafische Darstellung der Schnittgrößenverläufe im Abschnitt DJ (für $P = ql$) mit Angabe der Werte an den Punkten D und J (Skizze auf beiliegender Seite)



Lösungen zum Beispiel

1. Überprüfung der statischen Bestimmtheit der Lagerung

$$f = 6n_1 + 5n_2 - r - \nu = 0 \quad \text{mit: } n_1 = 1, n_2 = 6, r = 9 \text{ und } \nu = 27$$

2. Gewichtskraft und Resultierende der Gleichlast sowie Lage der Angriffspunkte

$$\vec{G} = -\underbrace{\rho g d l^2}_G \vec{e}_x, \quad \vec{r}_G = \frac{l}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{R}_q = ql \vec{e}_z, \quad \vec{r}_q = \frac{l}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3. Reduktion der Gesamtbelastung in den Koordinatenursprung

$$\vec{R} = \begin{pmatrix} -G \\ -P \\ ql \end{pmatrix}, \quad \vec{M} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2}Gl - \frac{1}{2}ql^2 \\ \frac{1}{2}Gl - Pl \end{pmatrix}$$

4. Aufstellen der Gleichgewichtsbedingungen

	X_i	Y_i	Z_i	x_i	y_i	z_i	M_{ix}	M_{iy}	M_{iz}
\vec{G}	$-G$	0	0	0	$\frac{1}{2}l$	$\frac{1}{2}l$	0	$-\frac{1}{2}Gl$	$\frac{1}{2}Gl$
\vec{P}	0	$-P$	0	l	0	0	0	0	$-Pl$
\vec{R}_q	0	0	ql	$\frac{1}{2}l$	0	0	0	$-\frac{1}{2}ql^2$	0
\vec{S}_1	S_1	0	0	0	l	0	0	0	$-S_1l$
\vec{S}_2	$\frac{S_2}{\sqrt{2}}$	0	$-\frac{S_2}{\sqrt{2}}$	0	l	l	$-\frac{S_2}{\sqrt{2}}l$	$\frac{S_2}{\sqrt{2}}l$	$-\frac{S_2}{\sqrt{2}}l$
\vec{S}_3	$-S_3$	0	0	0	$\frac{1}{2}l$	l	0	$-S_3l$	$\frac{S_3}{2}l$
\vec{S}_4	0	S_4	0	$-l$	0	l	$-S_4l$	0	$-S_4l$
\vec{S}_5	$-\frac{S_5}{\sqrt{2}}$	0	$-\frac{S_5}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2}l$	0	$\frac{1}{2}l$	0	$-\frac{S_5}{\sqrt{2}}l$	0
\vec{S}_6	$-S_6$	0	0	0	0	0	0	0	0

$$(I) \quad 0 = -G + S_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}S_2 - S_3 - \frac{1}{\sqrt{2}}S_5 - S_6$$

$$(II) \quad 0 = -P + S_4$$

$$(III) \quad 0 = ql - \frac{1}{\sqrt{2}}S_2 - \frac{1}{\sqrt{2}}S_5$$

$$(IV) \quad 0 = -\frac{1}{\sqrt{2}}S_2l - S_4l$$

$$(V) \quad 0 = -\frac{1}{2}Gl - \frac{1}{2}ql^2 + \frac{1}{\sqrt{2}}S_2l - S_3l - \frac{1}{\sqrt{2}}S_5l$$

$$(VI) \quad 0 = \frac{1}{2}Gl - Pl - S_1l - \frac{1}{\sqrt{2}}S_2l + \frac{1}{2}S_3l - S_4l$$

5. Stabkräfte

$$\vec{S}_1 = \left(\frac{1}{4}G - 2P - \frac{3}{4}ql\right) \vec{e}_x \quad \vec{S}_2 = P (\vec{e}_z - \vec{e}_x) \quad \vec{S}_3 = \left(\frac{1}{2}G + 2P + \frac{3}{2}ql\right) \vec{e}_x$$

$$\vec{S}_4 = P \vec{e}_y \quad \vec{S}_5 = (-ql - P) (\vec{e}_x + \vec{e}_z) \quad \vec{S}_6 = \left(\frac{1}{4}G + 2P + \frac{1}{4}ql\right) \vec{e}_x$$

6. Auflagerreaktion in C

$$\vec{C} = \left(-\frac{3}{4}ql + P + \frac{1}{4}G\right) \vec{e}_x + (-ql - P) \vec{e}_z$$

7. Schnittgrößen im Abschnitt DJ

$$\vec{R} = -P \vec{e}_y + q(l-x) \vec{e}_z$$

$$\vec{M} = \left(-\frac{1}{2}q(l-x)^2\right) \vec{e}_y - P(l-x) \vec{e}_z$$

8. Grafische Darstellung der Schnittgrößenverläufe im Abschnitt DJ

