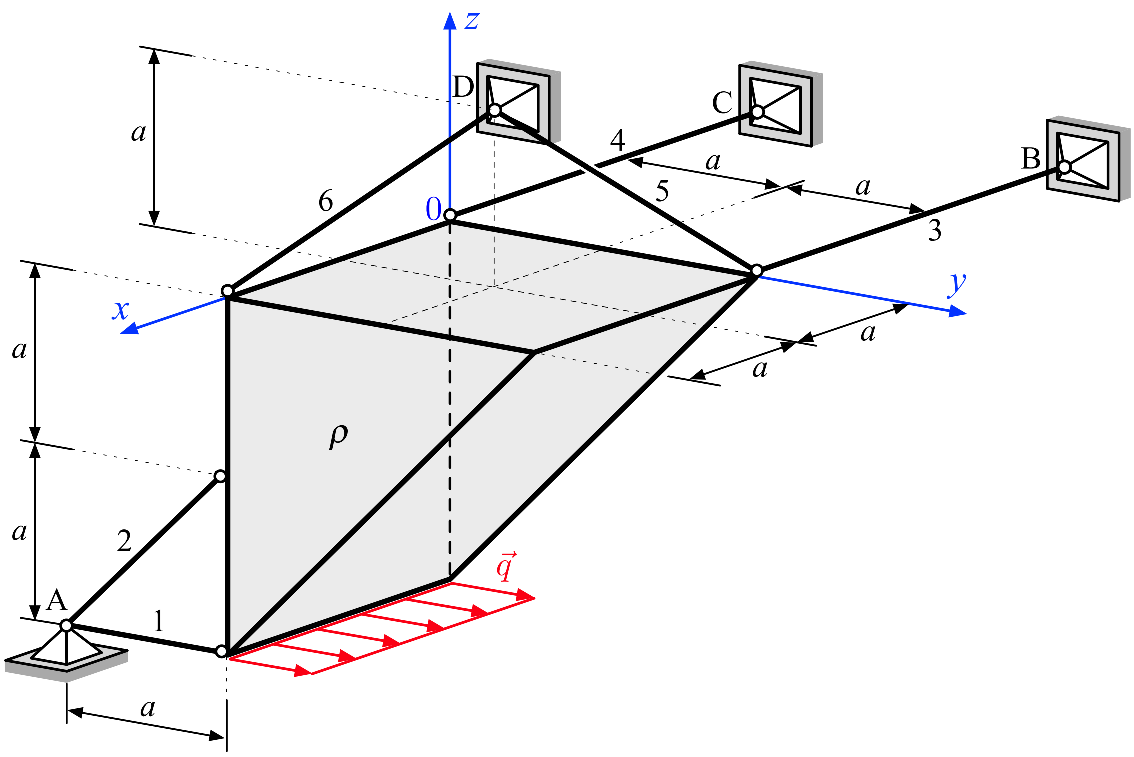
Beispiel (20 Punkte)

Gegeben:
Statisch bestimmt gelagertes System lt. Skizze (Längenmaß: a), bestehend aus

- einem gewichtsbehafteten, homogenen dreieckigen Prisma mit der Dichte ρ sowie
- sechs starren masselosen Pendelstützen.

Gesucht:

1. Überprüfung der statischen Bestimmtheit der Lagerung
2. Gewichtskraft $\vec{G}$ und Resultierende $\vec{R}_q$ sowie die Lage der Angriffspunkte $\vec{r}_G$ und $\vec{r}_q$ bezüglich 0
3. Reduktion von $\vec{G}$ und $\vec{R}_q$ in den Punkt 0
4. Aufstellen der Gleichgewichtsbedingungen zur Ermittlung der Stabkräfte in den Pendelstützen als Funktion von G, R_q und a
5. Stabkräfte $\vec{S}_1$ bis $\vec{S}_6$
6. Auflagerreaktion in A



Lösungen zum Beispiel

1. Überprüfung der statischen Bestimmtheit der Lagerung

$$f = 6n_1 + 5n_2 - r - \nu = 0 \quad \text{mit:} \quad n_1 = 1\,,\; n_2 = 6\,,\; r = 12 \text{ und } \nu = 24$$

2. Gewichtskraft und Resultierende sowie Lage der Angriffspunkte bezüglich 0

$$\vec{G} = -\underbrace{4\rho g a^3}_{G}\,\vec{e}_z \quad , \quad \vec{R}_q = \underbrace{2qa}_{R_q}\,\vec{e}_y \quad , \quad \vec{r}_G = \begin{Bmatrix} 1 \\ \frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} \end{Bmatrix} a \quad , \quad \vec{r}_q = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{Bmatrix} a$$

3. Reduktion der Gesamtbelastung in den Punkt 0

$$\vec{R} = \begin{Bmatrix} 0 \\ R_q \\ -G \end{Bmatrix} \quad , \quad \vec{M}^{(0)} = \begin{Bmatrix} -\frac{2}{3}G + 2R_q \\ G \\ R_q \end{Bmatrix} a$$

4. Aufstellen der Gleichgewichtsbedingungen

	X_i	Y_i	Z_i	x_i	y_i	z_i	M_{ix}	M_{iy}	M_{iz}
$\vec{G}$	0	0	$-G$	a	$\frac{2}{3}a$	$-\frac{2}{3}a$	$-\frac{2}{3}Ga$	Ga	0
$\vec{R}_q$	0	R_q	0	a	0	$-2a$	$2R_qa$	0	R_qa
$\vec{S}_1$	0	$-S_1$	0	$2a$	0	$-2a$	$-2S_1a$	0	$-2S_1a$
$\vec{S}_2$	0	$-\frac{S_2}{\sqrt{2}}$	$-\frac{S_2}{\sqrt{2}}$	$2a$	0	$-a$	$-\frac{S_2}{\sqrt{2}}a$	$2\frac{S_2}{\sqrt{2}}a$	$-2\frac{S_2}{\sqrt{2}}a$
$\vec{S}_3$	$-S_3$	0	0	0	$2a$	0	0	0	$2S_3a$
$\vec{S}_4$	$-S_4$	0	0	0	0	0	0	0	0
$\vec{S}_5$	$\frac{S_5}{\sqrt{3}}$	$-\frac{S_5}{\sqrt{3}}$	$\frac{S_5}{\sqrt{3}}$	0	$2a$	0	$2\frac{S_5}{\sqrt{3}}a$	0	$-2\frac{S_5}{\sqrt{3}}\mathrm{a}$
$\vec{S}_6$	$-\frac{S_6}{\sqrt{3}}$	$\frac{S_6}{\sqrt{3}}$	$\frac{S_6}{\sqrt{3}}$	$2a$	0	0	0	$-2\frac{S_6}{\sqrt{3}}a$	$2\frac{S_6}{\sqrt{3}}a$

5. Stabkräfte

$$\vec{S}_1 = -R_q\ \vec{e}_y \qquad \vec{S}_2 = -\frac{G}{3}\ (\vec{e}_y + \vec{e}_z) \qquad \vec{S}_3 = -\frac{R_q}{2}\ \vec{e}_x$$

$$\vec{S}_4 = \left(\frac{G}{3} + \frac{R_q}{2}\right)\vec{e}_x \quad \vec{S}_5 = \frac{G}{2}\ (\vec{e}_x - \vec{e}_y + \vec{e}_z) \quad \vec{S}_6 = \frac{5}{6}G\ (-\vec{e}_x + \vec{e}_y + \vec{e}_z)$$

6. Auflagerreaktion

$$\vec{A} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -R_q - \frac{G}{3} \\ -\frac{G}{3} \end{Bmatrix}$$