Universität Innsbruck	MECHANIK 3 Übungen	Familienname:
AB Angewandte Mechanik	2. Kolloquium	Vorname:
	08.02.2022	Kenn- u. Matr.Nr.:

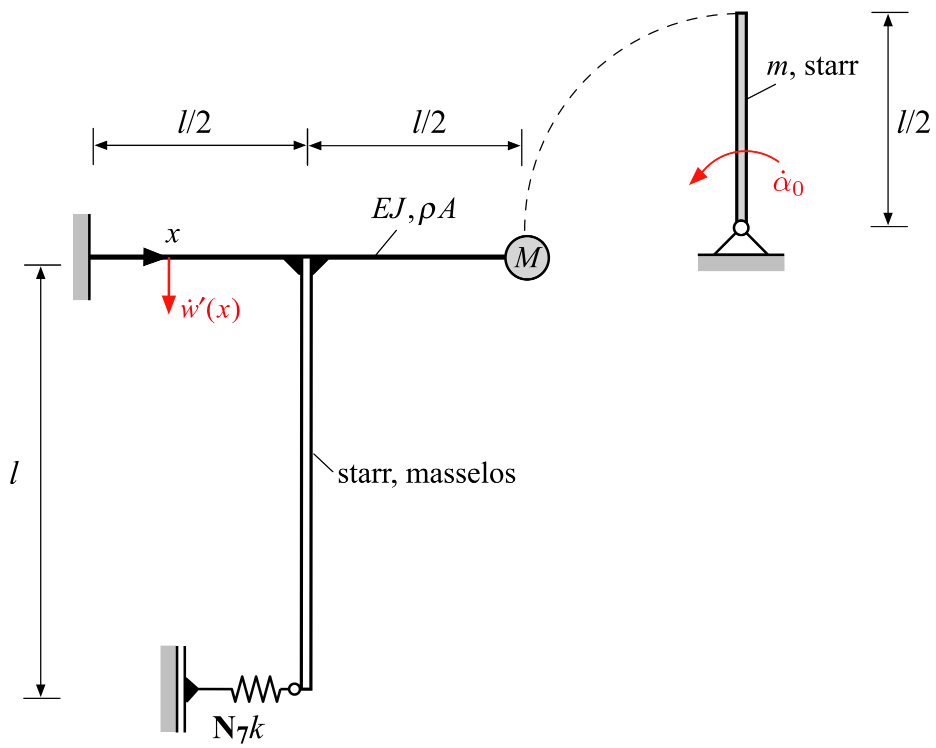
1. Beispiel (10 Punkte)

Gegeben:
Starres Pendel (Masse m, Länge $l/2$, Anfangsgeschwindigkeit $\dot{\alpha}_0$) und ebenes schwingungsfähiges System lt. Skizze, welches sich in gezeichneter Lage unter Eigengewicht im statischen Gleichgewicht befindet:

- Linear elastischer Balken: Länge l, Biegesteifigkeit EJ, Masse pro Längeneinheit ρA
- Punktmasse M
- Starrer Stab: Länge l, masselos
- Linear elastische Feder: Federsteifigkeit $\mathbf{N_7}k$

*) $\mathbf{N_7}$ entspricht der 7. Ziffer der Matrikelnummer (z.B. 01801234: $N_7 = 3$). Ist die 7. Ziffer gleich null, dann ist die nächstvordere Ziffer ungleich null einzusetzen (z.B. 01502000: $N_7 = 2$). „$N_7\,k$" entspricht „$2\,k$", wenn N_7 gleich 2 ist.

Gesucht:
1. Geschwindigkeit $\dot{\alpha}$ des Pendels unmittelbar vor dem Stoß
2. Bestimmung der Geschwindigkeiten $\dot{\alpha}'$ und $\dot{q}'$ für einen vollkommen **unelastischen** Stoß unter der Annahme der folgenden Geschwindigkeitsverteilung im linear elastischen Balken unmittelbar nach dem Stoß:
   $0 \le x \le l$: $\quad \dot{w}'(x) = \dot{q}'\varphi(x), \quad \varphi(x) = 1 - \cos\dfrac{\pi x}{l}$
3. Bestimmungsgleichung für die Umkehrlage q_u mit Hilfe des Verformungsansatzes für die Durchbiegung des elastischen Balkens: $w^*(x,t) = q(t)\varphi(x)$



Lösung zum 1. Beispiel

1.Geschewindigkeit des Pendels

$$\dot{\alpha} = \sqrt{\frac{6g}{l} + \dot{\alpha}_0^2}$$

2. Geschwindigkeit beider Systeme unmittelbar nach einem vollkommen unelastiwschen Stoß

$$\dot{\alpha}' = \frac{4m}{4m + 3m^*}\dot{\alpha}\ ; \qquad \dot{q}' = \frac{ml}{4m + 3m^*}\dot{\alpha}$$

$$\text{mit:} \quad m^* = \frac{3}{2}\rho A l + 4M$$

3. Umkehrlage

$$\left(N_7 k \pi^2 + \frac{EJ\pi^4}{2l^3}\right) q_u^2 - 2mgq_u = \left(m^* + \frac{m}{3}\right)$$

2. Beispiel (10 Punkte)

Gegeben:
Ebenes schwingungsfähiges System lt. Skizze, welches sich in gezeichneter Lage im statischen Gleichgewicht befindet:

- Linear elastischer masseloser Balken: Länge $2l$, Biegesteifigkeit EJ
- Massebehafteter starrer Stab: Länge $l/2$, Masse m
- Geschwindigkeitsproportionaler Dämpfer mit der Dämpferkonstante r
- Gleichlast: $\mathbf{N_7} p(t)$

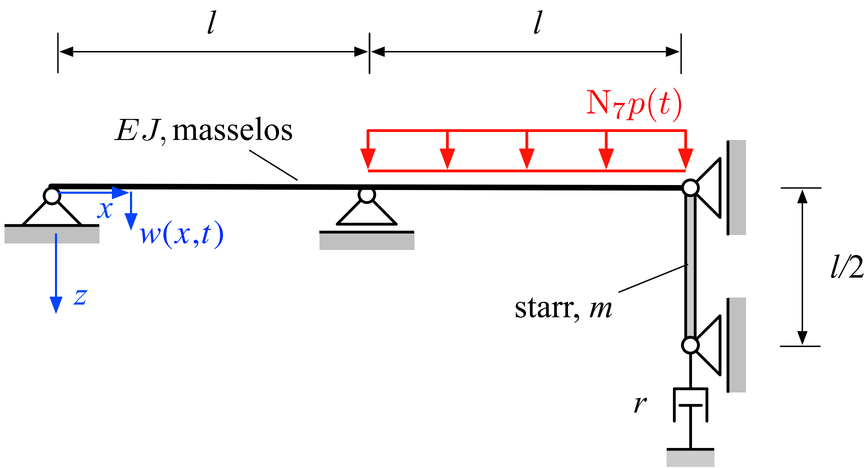
*) $\mathbf{N_7}$ entspricht der 7. Ziffer der Matrikelnummer (z.B. 01801234: N_7=3). Ist die 7. Ziffer gleich null, dann ist die nächstvordere Ziffer ungleich null einzusetzen (z.B. 01502000: N_7=2).
„$\mathbf{N_7} p(t)$" entspricht „$2p(t)$", wenn $\mathbf{N_7}$ gleich 2 ist.

Gesucht:

1. Anzahl der Freiheitsgrade und mechanische Deutung der Lagekoordinate(n) bei Verwendung des *Ritz*schen Ansatzes für die Durchbiegung w des Biegeträgers

   $w^*(x,t) = q(t)\varphi(x)$ mit $\varphi(x) = \frac{x^2(x-l)}{4l^3}$ für $0 \le x \le 2l$

2. Kinetische Energie, potentielle Energie und generalisierte Kräfte des Ersatzsystems
3. Bewegungsgleichung(en) des Ersatzsystems für kleine Schwingungen um die Gleichgewichtslage unter Verwendung des gegebenen *Ritz*schen Ansatzes mit Hilfe der *Lagrange*schen Gleichungen
4. Statische Auslenkung des Ersatzsystems w^*_{stat} an der Stelle $x = 2l$ zufolge $p = p_s$



Lösung zum 2. Beispiel

1. Anzahl der Freiheitsgrade und mechanische Deutung der Lagekoordinate(n)

1 FHG, $q(t)$ ... Durchbiegung des Balkens an der Stelle $x = 2l$

2. Kinetische Energie, potentielle Energie und generalisierte Kräfte

$$T = \frac{1}{2}\left(m\dot{q}^2\right)$$

$$U = \frac{1}{2}\left(\frac{7}{2l^3}EJq\right)$$

$$W = -\frac{17l}{48}N_7pq$$

$$Q = -r\dot{q}$$

3. Bewegungsgleichung

$$m\ddot{q} + r\dot{q} + \frac{7}{2l^3}EJq = \frac{17l}{48}N_7p$$

4. Statische Durchbiegung

$$w^*_{stat} = \frac{17N_7l^4}{168EJ}p_s$$