FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK, INFORMATIK UND PHYSIK
UNIVERSITÄT INNSBRUCK
INSTITUT FÜR MATHEMATIK

Technikerstraße 13/7
A-6020 Innsbruck
Telefon: +43 512 507 6071 oder 6097

E-Mail: mathematik@uibk.ac.at
http://www.uibk.ac.at/mathematik/
Fax: +43 512 507 2920

MATHEMATIKKOLLOQUIUM

Das Institut für Mathematik lädt zu folgendem Vortrag ein:

Kurt Girstmair

Institut für Mathematik, Universität Innsbruck

Periodische Kettenbrüche und Jacobi-Symbol

Das *Legendre-Symbol* ist von fundamentaler Bedeutung in der Zahlentheorie. Es wird für $m \in \mathbb{Z}$ und eine Primzahl $p \geq 3$, $p \nmid m$, definiert durch

$$\left(\frac{m}{p}\right) = \begin{cases} 1 & \text{falls es ein } k \in \mathbb{Z} \text{ gibt, sodass } k^2 \equiv m \bmod p, \\ -1 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Das *Jacobi-Symbol* $\left(\frac{m}{n}\right)$ ist eine natürliche Erweiterung des Legendre-Symbols auf ungerade Zahlen n anstelle von Primzahlen p.

Wendet man andererseits den euklidischen Algorithmus auf zwei Zahlen $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$ an, so definiert die Folge $(q_0, q_1, \ldots, q_k)$ der dabei auftretenden Quotienten die sogenannte *Kettenbruchentwicklung* von m/n. Von besonderem Interesse sind die sogenannten *Näherungsbrüche*, die mit Hilfe dieser Quotienten berechnet werden. Sie stellen eine Folge von *kanonischen* Approximationen der Zahl m/n dar. Auch eine Zahl $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ hat eine solche Folge von Näherungsbrüchen, die aus der (unendlichen) Kettenbruchentwicklung $(q_0, q_1, \ldots)$ der Zahl x hervorgeht. Von besonderer Wichtigkeit (da gut verstanden) sind Zahlen $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ mit einer *periodischen* Kettenbruchentwicklung. Es sind dies gerade die (reellen) quadratischen Irrationalitäten.

In diesem Vortrag wird eine *versteckte Periodizität* der Folge der Näherungsbrüche s_k/t_k, $k \in \mathbb{N}$, einer quadratischen Irrationalität x besprochen. In der Tat ist das Jacobi-Symbol $\left(\frac{s_k}{t_k}\right)$ periodisch, die Periodenlänge stimmt aber im allgemeinen nicht mit der Periodenlänge der Kettenbruchentwicklung von x überein. Beispielsweise hat die Kettenbruchentwicklung von $x = 1 + \sqrt{2}$ die Periodenlänge 1, $\left(\frac{s_k}{t_k}\right)$ hingegen die Periodenlänge 8.

In diesem Vortrag kommen nur Begriffe zur Anwendung, die bereits Gauß kannte, sodass der Vortrag auch für Nichtspezialisten verständlich sein dürfte.

Zeit: **Dienstag, den 24. Januar 2012 um 17:15 Uhr**

Ort: **Victor-Franz-Hess Haus, Technikerstraße 25, HS G**

Gäste sind herzlich willkommen!