Universität Innsbruck	Mechanik 1 Übungen	Familienname:
AB Angewandte Mechanik	1. Kolloquium	Vorname:
	16.12.2019	Kenn- u. Matr.Nr.:

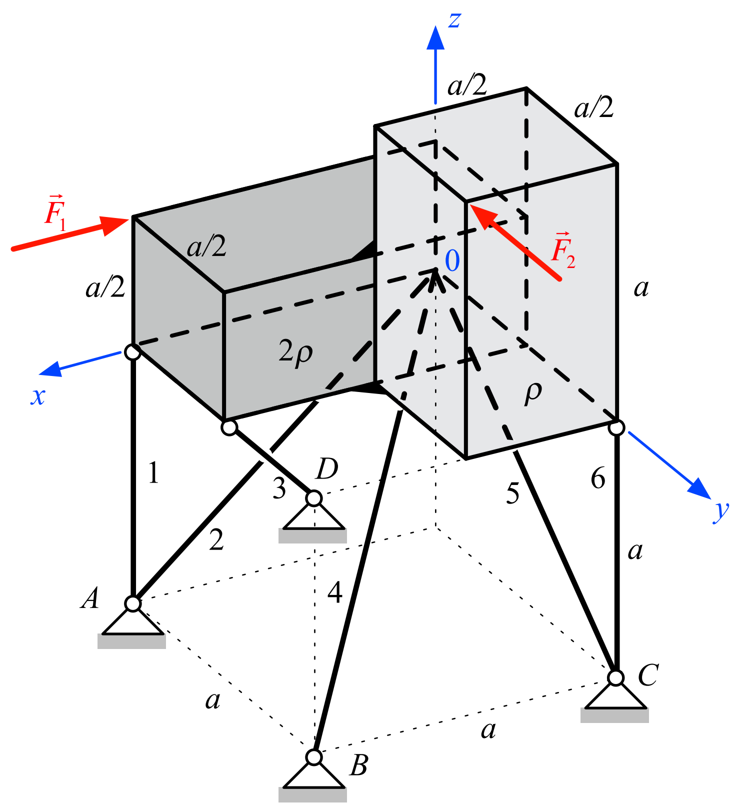
Beispiel (20 Punkte)

Gegeben:

- Statisch bestimmt gelagertes System lt. Skizze, bestehend aus zwei verschweißten starren gewichtsbehafteten homogenen Quadern der Dichten ρ (quadratische Grundfläche) und 2ρ (rechteckige Grundfläche), sowie sechs starren masselosen Pendelstützen: Abmessung a
- Einzelkräfte $\vec{F}_1 = -F\vec{e}_x$ und $\vec{F}_2 = -F\vec{e}_y$

Gesucht:

1. Überprüfung der statischen Bestimmtheit der Lagerung.
2. Gewichtskräfte $\vec{G}_1$ (quadratische Grundfläche) und $\vec{G}_2$ (rechteckige Grundfläche) beider Quader sowie die Lage ihrer Angriffspunkte $\vec{r}_{g1}$ und $\vec{r}_{g2}$ bezüglich 0.
3. Gewichtskraft $\vec{G}$ des Gesamtsystems sowie die Lage des Angriffspunkts $\vec{r}_g$ bezüglich 0.
4. Reduktion der Gesamtbelastung $(\vec{G}, \vec{F}_1, \vec{F}_2)$ in den Punkt 0.
5. Aufstellen der Gleichgewichtsbedingungen zur Ermittlung der Stabkräfte in den Pendelstützen.
6. Stabkräfte $\vec{S}_1$ bis $\vec{S}_6$.
7. Auflagerreaktion in A.



	X_i	Y_i	Z_i	x_i	y_i	z_i	M_{ix}	M_{iy}	M_{iz}
$\vec{G}$									
$\vec{F}_1$									
$\vec{F}_2$									
$\vec{S}_1$									
$\vec{S}_2$									
$\vec{S}_3$									
$\vec{S}_4$									
$\vec{S}_5$									
$\vec{S}_6$									

Dokumentieren Sie alle Berechnungsschritte und tragen Sie die berechneten Werte unten ein (die Vektoren sind in der Form $\vec{F}=\ldots\vec{e}_x+\ldots\vec{e}_y+\ldots\vec{e}_z$ anzugeben).

$\vec{G}_1$		$\vec{r}_{g1}$	
$\vec{G}_2$		$\vec{r}_{g2}$	
$\vec{G}$		$\vec{r}_g$	

$\vec{R}$	
$\vec{M}_0$	

Gleichgewichtsbedingungen

I	
II	
III	
IV	
V	
VI	

Stabkräfte und Auflagerreaktion

$\vec{S}_1$	
$\vec{S}_2$	
$\vec{S}_3$	
$\vec{S}_4$	
$\vec{S}_5$	
$\vec{S}_6$	
$\vec{A}$	

Lösungen zum Beispiel

1. Überprüfung der statischen Bestimmtheit der Lagerung

$$f = 6n_1 + 5n_2 - r - \nu = 0 \quad \text{mit:} \quad n_1 = 1\,,\; n_2 = 6\,,\; r = 18 \text{ und } \nu = 18$$

2. Gewichtskräfte der Quader und Lage ihrer Angriffspunkte

$$\vec{G}_1 = -\rho g \frac{a^3}{4}\,\vec{e}_z \quad , \quad \vec{r}_{g1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \frac{a}{4} \qquad , \qquad \vec{G}_2 = -\rho g \frac{a^3}{2}\,\vec{e}_z \quad , \quad \vec{r}_{g2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \frac{a}{4}$$

3. Gewichtskraft des Gesamtsystems und Lage des Angriffspunktes

$$\vec{G} = -\underbrace{\rho g \frac{3a^3}{4}}_{G}\,\vec{e}_z \quad , \quad \vec{r}_g = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} \frac{a}{12}$$

4. Reduktion der Gesamtbelastung in den Punkt 0

$$\vec{R} = \begin{pmatrix} -F \\ -F \\ -\rho g \frac{3a^3}{4} \end{pmatrix} \quad , \quad \vec{M}^{(0)} = \begin{pmatrix} Fa - \frac{5}{16}\rho g a^4 \\ -\frac{Fa}{2} + \frac{5}{16}\rho g a^4 \\ -\frac{Fa}{2} \end{pmatrix}$$

5. Aufstellen der Gleichgewichtsbedingungen

$$\begin{aligned}
&\text{(I)} && 0 = \tfrac{1}{\sqrt{2}} S_2 + \tfrac{1}{\sqrt{3}} S_4 - F \\
&\text{(II)} && 0 = S_3 + \tfrac{1}{\sqrt{3}} S_4 + \tfrac{1}{\sqrt{2}} S_5 - F \\
&\text{(III)} && 0 = -S_1 - \tfrac{1}{\sqrt{2}} S_2 - \tfrac{1}{\sqrt{3}} S_4 - \tfrac{1}{\sqrt{2}} S_5 - S_6 - G \\
&\text{(IV)} && 0 = -S_6 a + Fa - \tfrac{5}{12} Ga \\
&\text{(V)} && 0 = S_1 a - \tfrac{Fa}{2} + \tfrac{5}{12} Ga \\
&\text{(VI)} && 0 = S_3 a - \tfrac{Fa}{2}
\end{aligned}$$

	X_i	Y_i	Z_i	x_i	y_i	z_i	M_{ix}	M_{iy}	M_{iz}
$\vec{G}$	0	0	$-G$	$\frac{5a}{12}$	$\frac{5a}{12}$	$\frac{a}{3}$	$-G\frac{5a}{12}$	$G\frac{5a}{12}$	0
$\vec{F}_1$	$-F$	0	0	0	0	$\frac{a}{2}$	0	$-F\frac{a}{2}$	0
$\vec{F}_2$	0	$-F$	0	$\frac{a}{2}$	0	a	Fa	0	$-F\frac{a}{2}$
$\vec{S}_1$	0	0	$-S_1$	a	0	0	0	$S_1 a$	0
$\vec{S}_2$	$\frac{S_2}{\sqrt{2}}$	0	$-\frac{S_2}{\sqrt{2}}$	0	0	0	0	0	0
$\vec{S}_3$	0	S_3	0	a	0	0	0	0	$S_3 a$
$\vec{S}_4$	$\frac{S_4}{\sqrt{3}}$	$\frac{S_4}{\sqrt{3}}$	$-\frac{S_4}{\sqrt{3}}$	0	0	0	0	0	0
$\vec{S}_5$	0	$\frac{S_5}{\sqrt{2}}$	$-\frac{S_5}{\sqrt{2}}$	0	0	0	0	0	0
$\vec{S}_6$	0	0	$-S_6$	0	a	0	$-S_6 a$	0	0

6. Stabkräfte

$$\vec{S}_1 = \left(-\frac{F}{2} + \frac{5}{12}G\right)\vec{e}_z \qquad \vec{S}_2 = \left(2F + \frac{1}{6}G\right)(-\vec{e}_x + \vec{e}_z) \qquad \vec{S}_3 = \frac{F}{2}\,\vec{e}_y$$

$$\vec{S}_4 = \left(3F + \frac{1}{6}G\right)(\vec{e}_x + \vec{e}_y - \vec{e}_z) \qquad \vec{S}_5 = \left(\frac{5}{2}F + \frac{1}{6}G\right)(-\vec{e}_y + \vec{e}_z) \qquad \vec{S}_6 = \left(-F + \frac{5}{12}G\right)\vec{e}_z$$

7. Auflagerreaktion

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} -2F - \frac{1}{6}G \\ 0 \\ \frac{3}{2}F + \frac{7}{12}G \end{pmatrix}$$