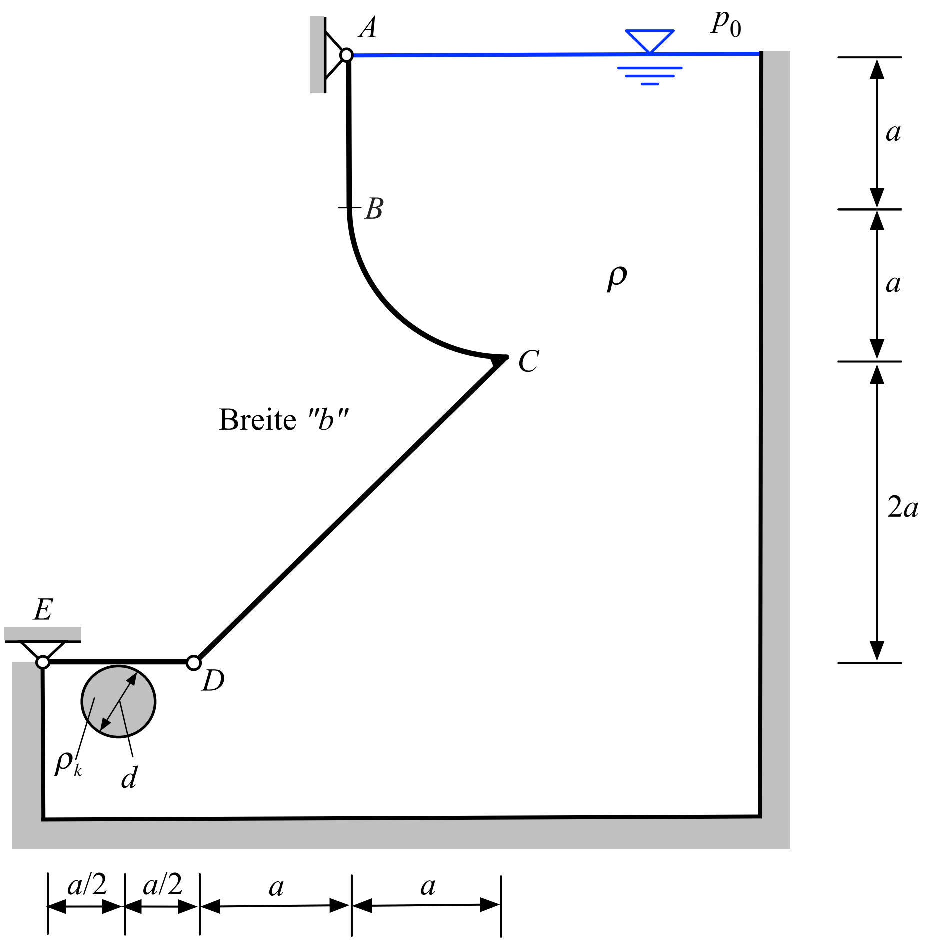
1. Beispiel (8 Punkte)

<u>Gegeben</u>:

- Flüssigkeitsbehälter lt. Skizze: Längenmaß a, Breite b
- Starre Behälterwände *AB, BC, CD* und *DE*
- Homogene, inkompressible, schwere Flüssigkeit der Dichte ρ
- Getauchter Zylinder: Durchmesser d, Breite b und Dichte ρ_K ($< \rho$)
- Referenzdruck p_0

<u>Gesucht</u>:

1. Verlauf des Flüssigkeitsüberdrucks auf die Wände *AB, BC, CD* und *DE* (Skizze mit Werten)
2. Teilresultierende zufolge des Flüssigkeitsüberdrucks auf die Wände *AB, BC*, *CD* und *DE*
3. Lage der Wirkungslinien der Teilresultierenden (Skizze)
4. Kraftwirkung des getauchten Zylinders auf *DE*
5. Horizontale Komponente der Auflagerkraft am Punkt *A* mit dem Prinzip der virtuellen Arbeit (Skizze der Kinematik)



Lösungen zum 1. Beispiel

2. Teilresultierende zufolge des Flüssigkeitsüberdrucks

$$R_{AB} = \frac{1}{2}\rho g a^2 b$$

$$R_{BC}^H = \frac{3}{2}\rho g a^2 b \quad , \quad R_{BC}^V = \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)\rho g a^2 b$$

$$R_{CD} = 6\sqrt{2}\,\rho g a^2 b$$

$$R_{DE} = 4\,\rho g a^2 b$$

3. Lage der Wirkungslinien der Teilresultierenden

$$y_M^{AB} = \frac{a}{6} \quad , \quad \alpha_{BC} = \frac{R_{BC}^V}{R_{BC}^H} = \arctan\left(\frac{2 + \frac{\pi}{2}}{3}\right) \quad , \quad y_M^{CD} = \frac{\sqrt{2}}{9}a$$

4. Kraftwirkung des getauchten Zylinders auf *DE*

$$A_{DE} = (\rho - \rho_k)\, g\, \frac{d^2\pi}{4} b$$

5. Horizontale Auflagerkraft im Punkt *A*

$$\rightarrow A_H = \frac{1}{8}\left(\frac{47}{3} - \frac{\pi}{2}\right)\rho g a^2 b - (\rho - \rho_k) g \frac{d^2\pi}{32} b$$

2. Beispiel (12 Punkte)

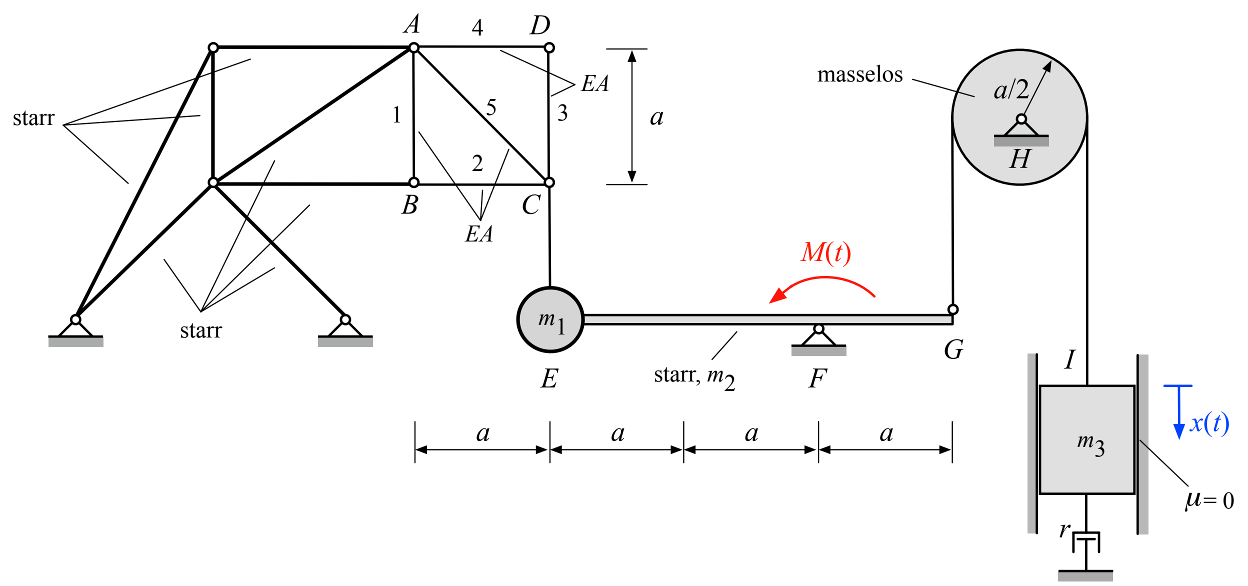
Gegeben:

Ebenes schwingungsfähiges System in entspannter Federlage lt. Skizze (Längenmaß a):

- Starrer Stab mit Punktmasse: Masse Punktmasse m_1, Masse Stab m_2, Länge $3a$
- Punktmasse: Masse m_3
- Starre homogene Kreisscheibe: masselos, Radius $a/2$
- Geschwindigkeitsproportionaler Dämpfer: Dämpferkonstante r
- Kraftanregung: äußeres Einzelmoment $M(t)$
- Fachwerk: Pendelstäbe 1-5 Dehnsteifigkeit EA, alle anderen Pendelstäbe dehnstarr ($EA = \infty$)
- Schwerefeld mit Fallbeschleunigung g
- Ideal biegsames, masseloses, undehnbares, straffes Seil, das auf den Scheiben nicht gleitet
- Reibungsfreies Gleiten der Punktmasse ($\mu = 0$)

Gesucht:

1. Anzahl der Freiheitsgrade
2. Die vertikale Verschiebung u_c des Fachwerks im Punkt C mit dem Satz von *Castilgliano* zufolge einer nach unten gerichteten vertikalen Einzelkraft
3. Ersetzen des Fachwerks durch eine Feder und Ermittlung der Ersatzfedersteifigkeit k_{eff}
4. Bewegungsgleichung des Ersatzsystems in der Lagekoordinate $x(t)$ mit Hilfe des Schwerpunkt- und des Drallsatzes
5. Statische Ruhelage x_{stat} und Bewegungsgleichung für Schwingungen um die statische Ruhelage
6. Für das ungedämpfte System ($r = 0$):
   a) Eigenkreisfrequenz ω
   b) Maximale Kraft in der Ersatzfeder im eingeschwungenen Zustand für die harmonische Anregung $M(t) = M_0 \cos(\nu t)$ mit Erregerkreisfrequenz ν



Lösungen zum 2. Beispiel

1. Anzahl der Freiheitsgrade

1 FHG; LK: $x(t)$

2. Vertikale Verschiebung des Fachwerks im Punkt *C*

$$u_c = \frac{Fa}{EA}(1+2\sqrt{2})$$

3. Ersatzfedersteifigkeit

$$k_{\mathit{eff}} = \frac{EA}{\left(1+2\sqrt{2}\right)a}$$

4. Bewegungsgleichung

$$(4m_1+m_2+m_3)\,\ddot{x}+r\dot{x}+4\,k_{\mathit{eff}}\,x = \left(2m_1+\frac{1}{2}m_2+m_3\right)g+\frac{M(t)}{a}$$

5.a. Statische Ruhelage

$$x_{stat} = \frac{\left(2m_1+\frac{1}{2}m_2+m_3\right)g}{4\,k_{\mathit{eff}}}$$

5.b. Bewegungsgleichung für Schwingungen um die statische Ruhelage

$$(4m_1+m_2+m_3)\,\ddot{\xi}+r\dot{\xi}+4\,k_{eff}\,\xi = \frac{M(t)}{a} \quad \text{mit} \quad \xi(t) = x(t)-x_{stat}$$

6.a. Eigenkreisfrequenz

$$\omega = \sqrt{\frac{4\,k_{\mathit{eff}}}{4m_1+m_2+m_3}}$$

6.b. Maximale Kraft in der Ersatzfeder

$$F_{k,\max} = 2\,k_{\mathit{eff}}\left\{\frac{\left(2m_1+\frac{1}{2}m_2+m_3\right)g}{4\,k_{\mathit{eff}}}+\frac{M_0}{a\left[4\,k_{\mathit{eff}}-\nu^2(4m_1+m_2+m_3)\right]}\right\}$$