Praktikum
Lineare Algebra 1
WS 2011/2012

Blatt 1
4. Oktober 2011

(1) **Lösung von Aufgabe (1):**

Es ist

$A = \emptyset\,, \quad B = \{1,3\}\,, \quad C = \{1,2,3,4\}\,, \quad D = \{1,2,3\}\,, \quad E = \{3,4\}.$

Daraus folgt

- $A \subseteq B \subseteq D \subseteq C$
- $A \subseteq E \subseteq C\,.$

Um daraus *alle* Teilmengenbeziehungen zwischen A, B, C, D, E abzuleiten, benützt man die Regeln

- $X \subseteq X$
- $X \subseteq Y$ und $Y \subseteq Z \Rightarrow X \subseteq Z$,

die für alle Mengen X, Y, Z gelten.

Es gilt also auch $A \subseteq A$, $B \subseteq B$, $C \subseteq C$, $D \subseteq D$, $E \subseteq E$, $A \subseteq D$, $B \subseteq C$, $A \subseteq C$.

(2) **Lösung von Aufgabe (2):**

$A = \{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3\}$
$B = \{2,3,5,7,11,13\}$

Bemerkung:
1 ist *per definitionem* keine Primzahl!

Bei der Darstellung einer Menge *in aufzählender Form* müssen *alle* Elemente dieser Menge angeschrieben werden. Deshalb ist die Darstellung einer *unendlichen* Menge in aufzählender Form nicht möglich.

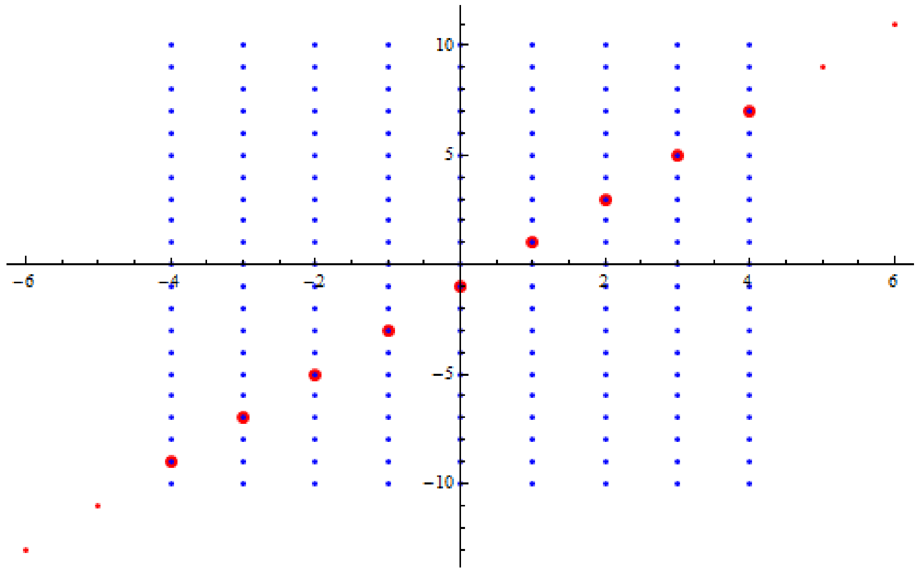
Die Mengen C und D sind unendlich und können somit nicht in aufzählender Form dargestellt werden.

Bemerkung:
Die Schreibweise $C = \{2,3,5,7,11,13,17,19,\ldots\}$ ist *keine* Darstellung der Menge C *aller* Primzahlen in aufzählender Form!

(3) **Lösung von Aufgabe (3):**

Es ist

- Die großen roten Punkte bezeichnen die Schnittmenge.



- Ja, da

$$g(x) = x^2 - (x-1)^2 = x^2 - x^2 + 2x - 1 = 2x - 1 = f(x)$$

ist die Abbildungsvorschrift gleich. Außerdem sind Definitions- und Zielmenge gleich und daher sind auch die Funktionen gleich (Siehe dazu auch `http://mathintro.wordpress.com/2011/09/30/identische-funktionen/`).

(4) **Lösung von Aufgabe (4) :**

- $A \cap (B \cap C) = \{1,2,3,4\} \cap \{4\} = \{4\}$
- $(A \cap B) \cap C = \{2,4\} \cap \{3,4,8,9\} = \{4\}$
- $A \cap (B \cup C) = \{1,2,3,4\} \cap \{2,3,4,5,7,8,9\} = \{2,3,4\}$
- $(A \cap B) \cup C = \{2,4\} \cup \{3,4,8,9\} = \{2,3,4,8,9\}$
- $(A \cup B) \setminus C = \{1,2,3,4,5,7\} \setminus \{3,4,8,9\} = \{1,2,5,7\}$
- $A \cup (B \setminus C) = \{1,2,3,4\} \cup \{2,5,7\} = \{1,2,3,4,5,7\}$

(5) **Lösung von Aufgabe (5) :**

- $f(0) = 1$, $f(1) = 3$.
  Wir setzen $2a + 1 = 1$ und erhalten als Lösung $a = 0$ und daher $f^{-1}(1) = \{0\}$. Weiters gilt $f^{-1}(2) = \emptyset$, da $\frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$ und $f^{-1}(4) = \emptyset$.
- $f(0) = 0$, $f(1) = 1$.
  Wir setzen $a^2 = 1$ und daher $a = \pm 1$, aber $-1 \notin \mathbb{N}$, also $f^{-1}(1) = \{1\}$. Wir setzen $a^2 = 2$ und daher $a = \pm\sqrt{2}$ aber $\pm\sqrt{2} \notin \mathbb{N}$, also $f^{-1}(2) = \emptyset$. Wir setzen $a^2 = 4$ und daher $a = \pm 2$ aber $-2 \notin \mathbb{N}$, also $f^{-1}(4) = \{2\}$.
- Gleich wie vorher.
  Hier haben wir als Definitionsmenge $\mathbb{Z}$ und daher $f^{-1}(1) = \{-1, 1\}$, $f^{-1}(2) = \emptyset$ und $f^{-1}(4) = \{-2, 2\}$.