Beispiel (20 Punkte)

Gegeben:

System lt. Skizze (Längenmaß l):

- Gewichtsloser Biegestab ABG
- Gewichtsloser Winkel CDG

Belastung:

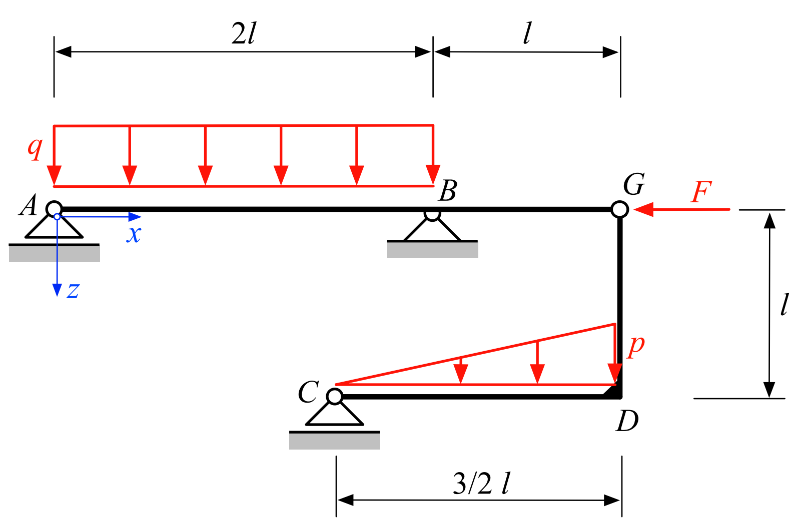
- Gleichlast q im Bereich AB
- Dreiecksförmig verteilte Last p wischen den Punkten C ($p_C = 0$) und D ($p_D = p$)
- Einzelkraft F im Punkt G

Gesucht:

1. Überprüfung der statischen Bestimmtheit der Lagerung (*inkl. nachvollziehbarer Dokumentation*)
2. Auflagerreaktionen in A, B und C als Funktion von p, q, F und l *(positive Richtung in der Skizze definieren)*
3. Gelenkskraftkomponenten in G als Funktion von p, F und l *(positive Richtung im entsprechend freigeschnittenen System definieren)*
4. Schnittgrößenverläufe $N(x)$, $Q(x)$ und $M(x)$ im Biegestab ABG als Funktion von p, q, F und l

Substituieren Sie für die 5. und 6. Teilaufgabe p und F wie folgt: $p = 2q$, $F = ql$

5. Berechnung des maximalen Biegemoments im Biegestab ABG als Funktion von q und l
6. Qualitativ und quantitativ richtige grafische Darstellung der Schnittgrößenverläufe $N(x)$, $Q(x)$ und $M(x)$ im Bereich ABG mit Angabe der Werte in den Punkten A, B und G sowie Bemaßung der Stelle x, an der das maximale Biegemoment auftritt



Lösung

1. Überprüfung der statischen Bestimmtheit der Lagerung

$$f = 3n - r - \nu = 0 \text{ mit } n = 2,\ r = 4 \text{ und } \nu = 2$$

2. Auflagerreaktionen

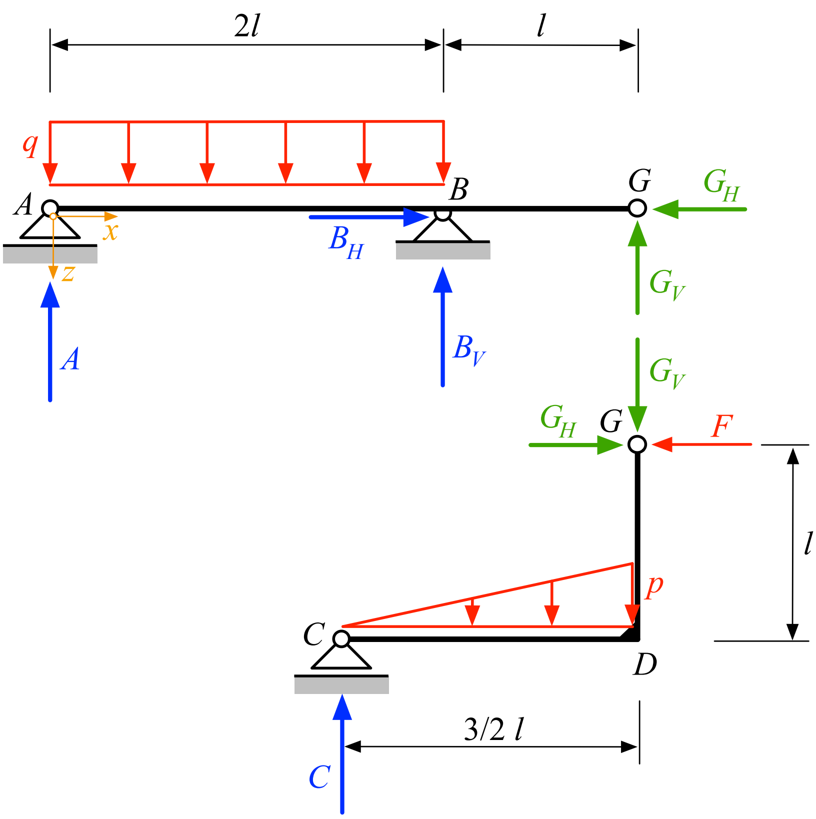
$$A = q\,l - \frac{1}{4}p\,l$$

$$B_V = q\,l + \frac{3}{4}p\,l \qquad B_H = F$$

$$C = \frac{1}{4}p\,l$$

3. Gelenkskraftkomponenten

$$G_V = -\frac{1}{2}p\,l \qquad G_H = F$$



4. Schnittgrößenverläufe

Schnittgrößenverläufe für den Biegestab AB $(0 \le x \le 2l)$:

$$N(x) = 0 \qquad (1a)$$

$$Q(x) = \left(q - \frac{p}{4}\right) l - q\,x \qquad (2a)$$

$$M(x) = \left(q - \frac{p}{4}\right) l\,x - q\,\frac{x^2}{2} \qquad (3a)$$

Schnittgrößenverläufe für den Biegestab BG $(2l \le x \le 3l)$:

$$N(x) = -F \qquad (1b)$$

$$Q(x) = \frac{1}{2}\,p\,l \qquad (2b)$$

$$M(x) = \frac{1}{2}\,p\,l\,x - \frac{3}{2}\,p\,l^2 \qquad (3b)$$

5. Maximales Biegemoment

Das maximale Moment im Biegestab ABG tritt im Bereich AB auf und ergibt sich für $p = 2q$ mit

$$x^{(\max M)} = \left(1 - \frac{p}{4q}\right) l = \frac{l}{2}$$

zu

$$\max M = M\left(x^{(\max M)}\right) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{p}{4q}\right)^2 q\,l^2 = \frac{1}{8}\,q\,l^2$$

6. Grafische Darstellung der Schnittgrößenverläufe

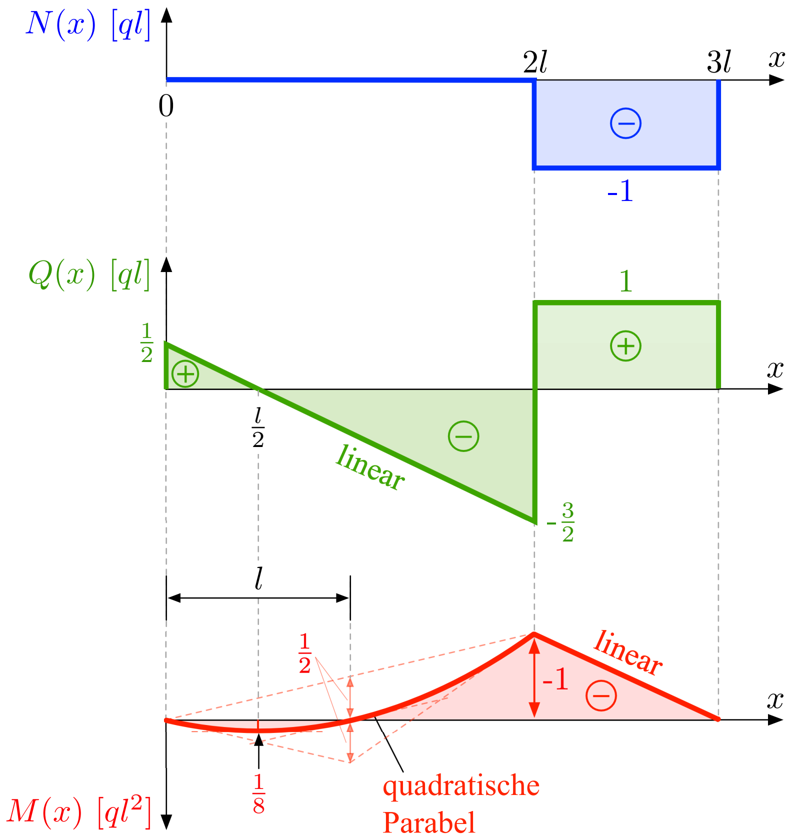
p wird in (2a), (2b), (3a) und (3b) durch $2q$ und F in (1b) durch ql ersetzt:

$$N(x) = 0 \qquad (1a) \qquad\qquad N(x) = -q\,l \qquad (1bb)$$

$$Q(x) = \frac{1}{2}\,q\,l - q\,x \qquad (2aa) \qquad\qquad Q(x) = q\,l \qquad (2bb)$$

$$M(x) = \frac{1}{2}\,q\,l\,x - q\,\frac{x^2}{2} \qquad (3aa) \qquad\qquad M(x) = q\,l\,x - 3\,q\,l^2 \qquad (3bb)$$

Die Verläufe $N(x)$, $Q(x)$ und $M(x)$ für den Biegestab ABG gem. (1a), (2aa) und (3aa) bzw. (1bb), (2bb) und (3bb) sind nachfolgend grafisch dargestellt.


$N(x)$ $[ql]$
0
$2l$
$3l$
x
-1
$Q(x)$ $[ql]$
$\frac{1}{2}$
1
$\frac{l}{2}$
linear
-$\frac{3}{2}$
x
l
$\frac{1}{2}$
linear
-1
x
$\frac{1}{8}$
quadratische
Parabel
$M(x)$ $[ql^2]$