

Beispiel (20 Punkte)

Gegeben:

System lt. Skizze (Längenmaß l):

- Gewichtlose Biegestäbe AB und BC
- Homogener, gewichtsbehafteter Biegestab CD (Querschnittsfläche A , Dichte ρ)

Belastung:

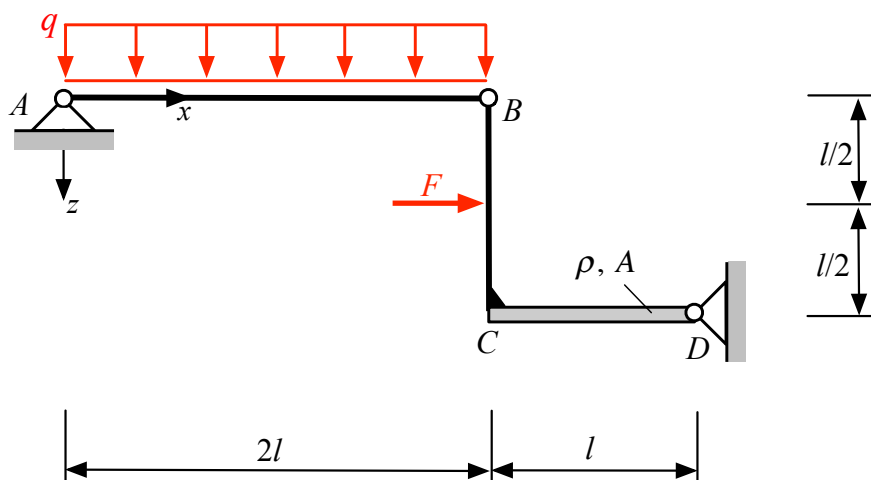
- Eigengewicht des Biegestabes CD
- Gleichlast q
- Einzelkraft F

Gesucht:

1. Überprüfung der statischen Bestimmtheit der Lagerung
2. Resultierende der Gleichlast R_q und deren Angriffspunkt am Stab AB sowie die Resultierende G inkl. Angriffspunkt des gewichtsbehafteten Stabes CD (Skizze)
3. Auflagerreaktionen in A und D als Funktion von R_q , G , F und l (positive Richtung in der Skizze definieren)
4. Gelenkskraftkomponenten in B als Funktion von R_q , G , F und l (positive Richtung im freigeschnittenen Modell definieren)
5. Schnittgrößenverläufe $N(x)$, $Q(x)$ und $M(x)$ im Biegestab AB als Funktion von R_q , G , F , l und x .

Substituieren Sie für die Teilaufgabe 6.: $F = ql$ und $\rho g A = q$

6. Qualitativ und quantitativ richtige grafische Darstellung dieser Schnittgrößenverläufe (Bereich AB) mit Angabe der Werte in den Punkten A , B und $x=l$



Lösung

1. Überprüfung der statischen Bestimmtheit der Lagerung

$$f = 3n - r - \nu = 0 \text{ mit } n = 2, r = 4 \text{ und } \nu = 2$$

2. Resultierende und deren Angriffspunkte

$$R_q = 2ql \quad (x_{R_q} = l) \quad (1)$$

$$G = \rho g Al \quad (x_G = \frac{5}{2}l) \quad (2)$$

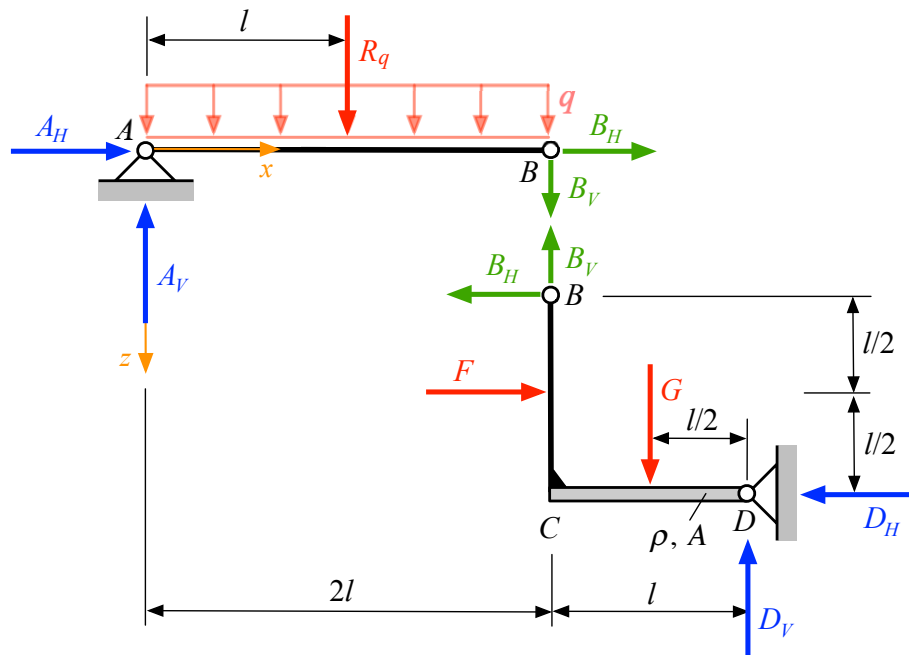
3. Auflagerreaktionen

$$A_V = \frac{R_q}{2} \quad A_H = \frac{1}{2}(R_q + G - F)$$

$$D_V = \frac{R_q}{2} + G \quad D_H = \frac{1}{2}(R_q + G + F)$$

4. Gelenkskraftkomponenten

$$B_V = -\frac{R_q}{2} \quad B_H = -\frac{1}{2}(R_q + G - F)$$



5. Schnittgrößenverläufe

Schnittgrößenverläufe für den Biegestab AB ($0 \leq x \leq 2l$):

$$N(x) = -\frac{1}{2}(R_q + G - F) \quad (3)$$

$$Q(x) = \frac{R_q}{2} \left(1 - \frac{x}{l}\right) \quad (4)$$

$$M(x) = \frac{R_q}{2} \left(1 - \frac{x}{2l}\right)x \quad (5)$$

6. Grafische Darstellung der Schnittgrößenverläufe

$\rho g A$ in (2) durch q ersetzen:

$$G = ql \quad (2a)$$

R_q gem. (1), G gem. (2a) und $F = ql$ in (3), (4) und (5) entsprechend substituieren:

$$N(x) = -ql \quad (3a)$$

$$Q(x) = ql \left(1 - \frac{x}{l}\right) \quad (4a)$$

$$M(x) = ql \left(1 - \frac{x}{2l}\right)x \quad (5a)$$

Die Verläufe $N(x)$, $Q(x)$ und $M(x)$ für den Biegestab AB gem. (3a), (4a) und (5a) sind nachfolgend grafisch dargestellt.

