1. Beispiel (10 Punkte)

Gegeben:

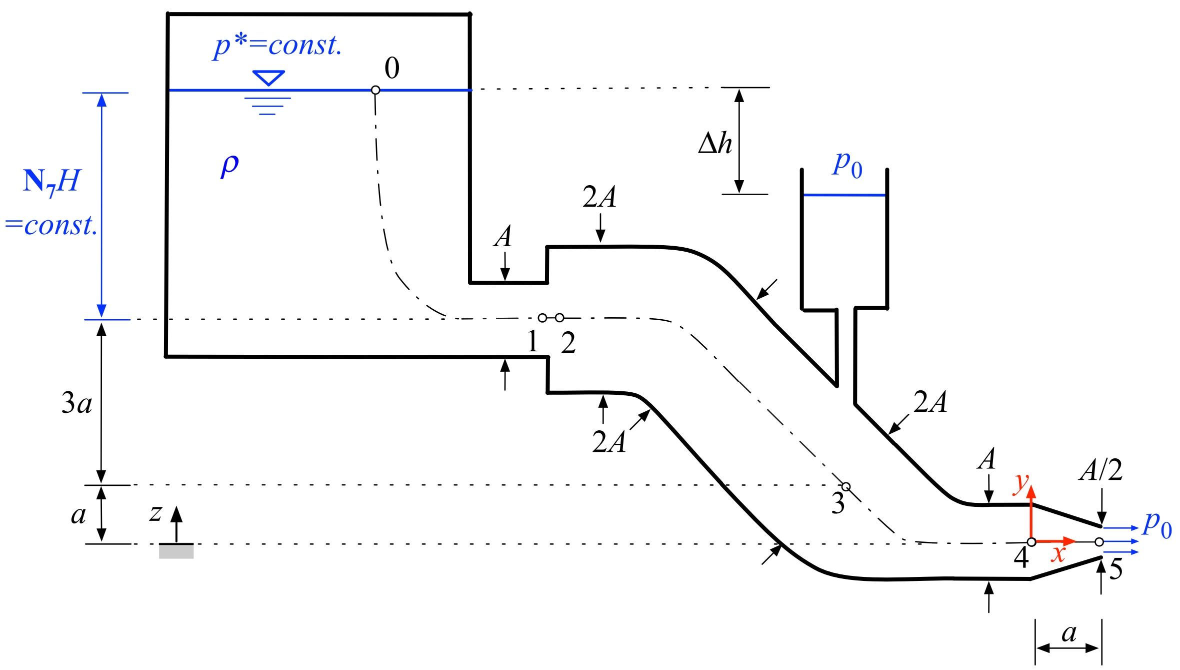
Stationärer Abfluss aus einem Druckbehälter über ein Rohrsystem (Längenmaß a):

- Inkompressible, reibungsfrei strömende Flüssigkeit mit der Dichte ρ
- Querschnittsflächenmaß der Rohleitung: A
- Stationäre Wasserspiegelhöhe $\mathbf{N_7}\,H$ im Druckbehälter
- Umgebungsdruck p_0
- Konstanter Überdruck $p^* = p_{abs} - p_0$ im Hochbehälter

*) $\mathbf{N_7}$ entspricht der 7. Ziffer der Matrikelnummer (z.B. 01801234: N_7=3). Ist die 7. Ziffer gleich Null, dann ist die nächstvordere Ziffer ungleich Null einzusetzen (z.B. 01502000: N_7=2). „$\mathbf{N_7}H$“ entspricht „$2H$“, wenn $\mathbf{N_7}$ gleich 2 ist.

Gesucht:

1. Geschwindigkeit v_5
2. Geschwindigkeiten v_1, v_3 und v_4 abhängig von v_5
3. Überdrücke p_3, p_4 abhängig von v_5
4. Höhenunterschied Δh abhängig von v_5
5. Kraftwirkung $\vec{F}_W$ auf den Rohrabschnitt 4-5 zufolge der strömenden Flüssigkeit abhängig von v_5



Lösung zum 1. Beispiel

1. Bestimmungsgleichung

$$v_5^2 = \frac{32g}{17}\left(\frac{p^*}{\rho g} + N_7 H + 4a\right)$$

2. Geschwindigkeiten

$$v_1 = v_4 = \frac{v_5}{2}; \quad v_3 = \frac{v_5}{4}$$

3. Überdrücke

$$p_3 = \frac{15}{32}\rho v_5^2 + a\rho g; \quad p_4 = \frac{3}{8}\rho v_5^2$$

4.Höhenunterschied

$$\Delta h = 4a + N_7 H - \frac{15}{32g}v_5^2$$

5. Kraftwirkung

$$\vec{F}_w = \frac{v_5^2}{8}\rho A \vec{e}_x$$

2. Beispiel (10 Punkte)

Gegeben:

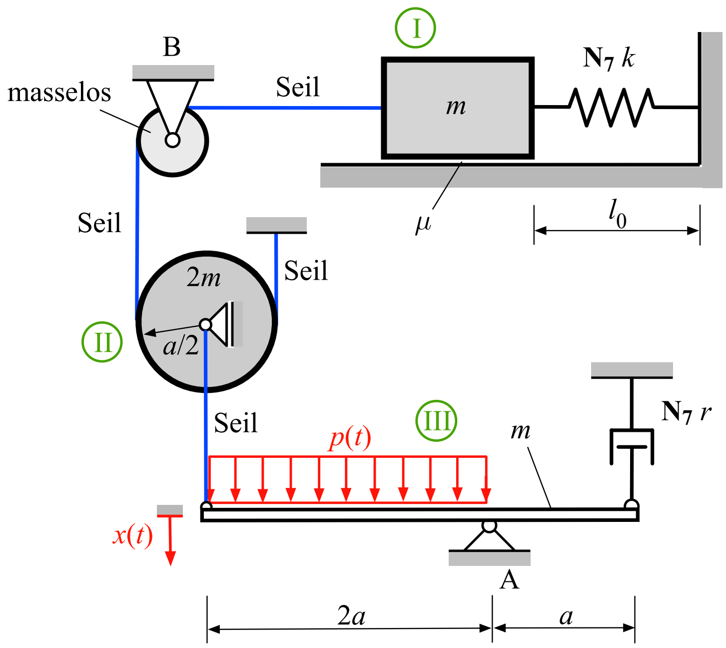
Ebenes schwingungsfähiges System lt. Skizze in entspannter Federlage:

- Punktmasse I (Masse m)
- Starre, masselose Umlenkrolle im Punkt B
- Starre, homogene Kreisscheibe II (Radius $a/2$ und Masse $2m$)
- Starrer Stab III (Länge $3a$ und Masse m)
- Linear elastische Feder: Federsteifigkeit $\mathbf{N_7}k$, entspannte Federlänge l_0
- Geschwindigkeitsproportionaler Dämpfer: Dämpfungskonstante $\mathbf{N_7}r$
- Ideale masselose, undehnbare, straff gespannte Seile, die auf den Scheiben haften
- Reibungskoeffizient μ
- Kraftanregung: Linienlast $p(t)$

*) $\mathbf{N_7}$ entspricht der 7. Ziffer der Matrikelnummer (z.B. 01801234: $N_7=3$). Ist die 7. Ziffer gleich Null, dann ist die nächstvordere Ziffer ungleich Null einzusetzen (z.B. 01502000: $N_7=2$). „$\mathbf{N_7}k$“ entspricht „$2k$“, wenn $\mathbf{N_7}$ gleich 2 ist.

Gesucht:

1. Bewegungsgleichung des Systems mit den *Lagrange*schen Gleichungen für kleine Schwingungen, formuliert in $x(t)$
2. Kontrolle der Bewegungsgleichung für das reibungsfreie und ungedämpfte System ($r = 0$, $\mu = 0$) mit dem Energiesatz
3. Statische Ruhelage des Systems und Formulierung der Bewegungsgleichung für kleine Schwingungen um die statische Ruhelage für das reibungsfreie und ungedämpfte System
4. Maximale Federkraft für $p(t) = p_0 \sin(\nu t)$ für den eingeschwungenen Zustand des reibungsfreien und ungedämpften Systems



Lösung zum 2. Beispiel

1. Bewegungsgleichung

$$\frac{29}{4}m\ddot{x}(t) + \frac{1}{4}N_7 r\dot{x}(t) + 2mg\mu\ \mathrm{sign}(\dot{x}(t)) + 4N_7 kx(t) = \frac{9}{4}mg + p(t)a$$

2. Kontrolle für das ungedämpfte, reibungsfreie System

$$\frac{29}{4}m\ddot{x}(t) + 4N_7 kx(t) = \frac{9}{4}mg + p(t)a$$

3. Statische Gleichgewichtslage und Bewegungsgleichung um die statische Ruhelage

$$x_{stat} = \frac{9mg}{16N_7 k}; \qquad \underbrace{\frac{29}{4}m}_{m^*}\ddot{\xi}(t) + \underbrace{4N_7 k}_{k^*}\xi(t) = p(t)a$$

4. Maximale Federkraft im eingeschwungenen Zustand

$$F_{max} = N_7 2k(x_{stat} + |A_p|); \qquad A_p = \frac{p_0 a}{m^*(\omega^2 - \nu^2)}; \qquad \omega^2 = \frac{k^*}{m^*}$$