Universität Innsbruck	MECHANIK 3 Übungen	Familienname:
AB Angewandte Mechanik	1. Kolloquium	Vorname:
	08.11.2019	Kenn- u. Matr.Nr.:

1. Beispiel (10 Punkte)

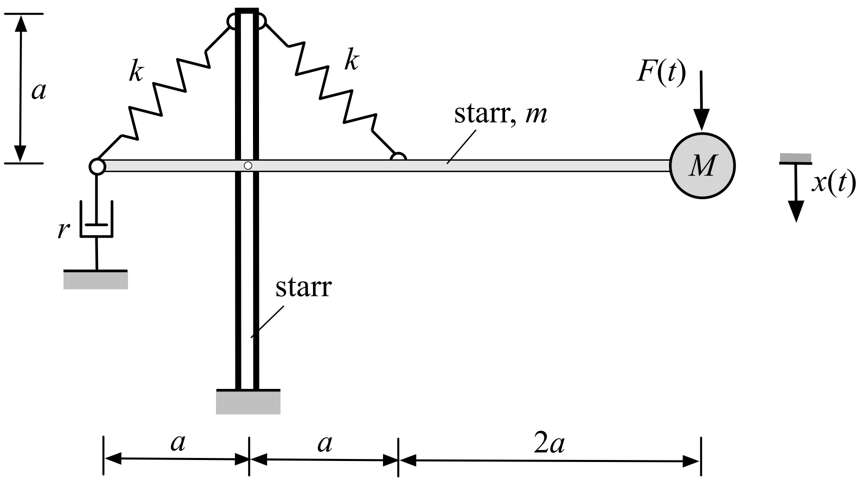
Gegeben:

Ebenes schwingungsfähiges System lt. Skizze in entspannter Federlage:

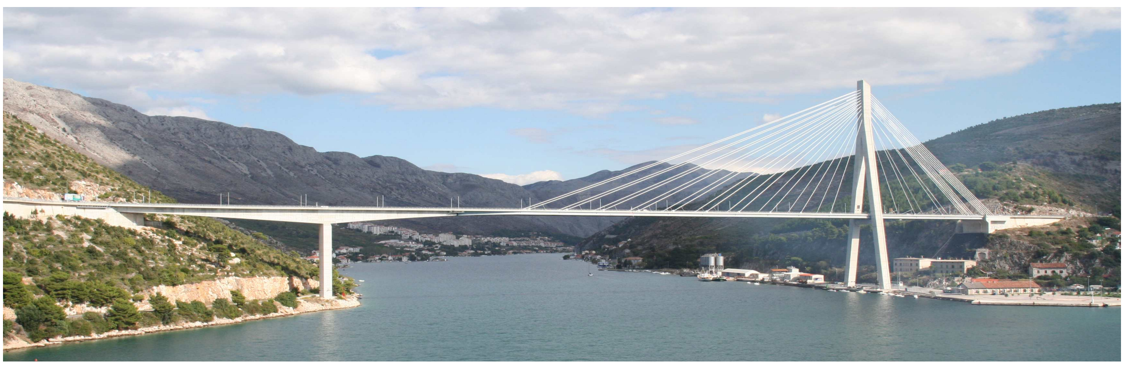
- Punktmasse M
- Starrer, homogener, reibungsfrei gelenkig gelagerter Balken: Länge $4a$, Masse m
- Linear elastische Feder: Federsteifigkeit k
- Geschwindigkeitsproportionaler Dämpfer: Dämpferkonstante r
- Kraftanregung: Einzelkraft $F(t)$

Gesucht:

1. Anzahl der Freiheitsgrade
2. Darstellung der Kinematik des Systems (Momentanlage) in der unten dargestellten Skizze und Berechnung des Federwegs für beide Federn (*Hinweis*: Schreiben Sie den Federweg als Produkt der Lagekoordinate x und einer Konstanten an)
3. Bewegungsgleichung des Systems für kleine Schwingungen, formuliert in $x(t)$, mit den *Lagrange*schen Gleichungen
4. Kontrolle der Bewegungsgleichung für das ungedämpfte System ($r = 0$) mit dem Energiesatz
5. Statische Gleichgewichtslage x_{stat}
6. Eigenkreisfrequenz des Systems



Für dieses Beispiel haben wir uns von der Dubrovnik-Brücke (in Kroatien) inspirieren lassen:



Lösungen zum 1. Beispiel

1. Anzahl der Freiheitsgrade

1 FHG; LK: $x(t)$

2. Federweg

$$s = \frac{x}{3\sqrt{2}}$$

3. Bewegungsgleichung des Systems für kleine Schwingungen

$$\left[\frac{7}{27}m + M\right]\ddot{x} + \frac{1}{9}r\dot{x} + \frac{1}{9}kx = \left[M + \frac{1}{3}m\right]g + F(t)$$

4. Bewegungsgleichung für das ungedämpfte System mittels Energiesatz

$$\left[\frac{7}{27}m + M\right]\ddot{x} + \frac{1}{9}kx = \left[M + \frac{1}{3}m\right]g + F(t)$$

5. Statische Gleichgewichtslage

$$x_s = \frac{9\left[M + \frac{1}{3}m\right]g}{k}$$

6. Eigenkreisfrequenz

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{9\left[\frac{7}{27}m + M\right]}}$$

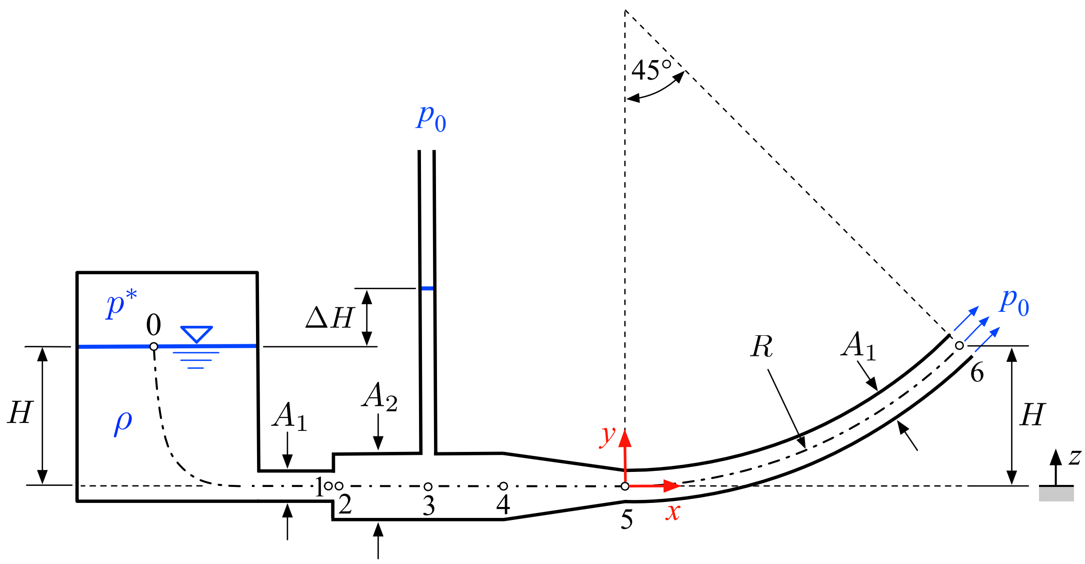
2. Beispiel (10 Punkte)

Gegeben:

- Stationärer Abfluss aus einem Druckbehälter über ein Rohrsystem mit abrupter Rohrerweiterung (Abschnitt 1-2) gemäß Skizze
- Inkompressible, reibungsfrei strömende Flüssigkeit mit der Dichte ρ
- Querschnittsflächen der Rohrleitung: A_1, A_2
- Stationäre Wasserspiegelhöhe H
- Rohrkrümmer (Abschnitt 5-6): Radius R
- Umgebungsdruck p_0
- Konstanter Überdruck $p^* = p_{abs} - p_0$ im Hochbehälter

Gesucht:

1. Geschwindigkeit v_6 als Funktion von p^*, ρ, A_1 und A_2
2. Geschwindigkeiten v_1 und v_2 jeweils als Funktion von v_6, A_1 und A_2
3. Überdruck p_3 als Funktion p^*, ρ, g, H, v_6, A_1 und A_2
4. Höhenunterschied ΔH als Funktion von v_6, g, A_1 und A_2
5. Qualitativ richtige Darstellung der Strom-, Druck- und Energielinie zwischen den Punkten 0 und 6 in der unten dargestellten Skizze des Systems und Bemaßung der entsprechenden Höhenanteile mit den unter 1. – 4. berechneten Größen
6. Dynamische Momentenwirkung $\vec{M}_W$ (bezüglich des Punktes 5) auf den Rohrkrümmer (Rohrabschnitt 5-6) zufolge der strömenden Flüssigkeit



Lösungen zum 2. Beispiel

1. Geschwindigkeit an der Stelle 6

$$v_6 = \sqrt{\frac{\frac{2p^*}{\rho}}{1+\left(1-\frac{A_1}{A_2}\right)^2}}$$

2. Geschwindigkeiten an den Stellen 1 und 2

$$v_1 = v_6 \quad , \quad v_2 = v_6 \frac{A_1}{A_2}$$

3. Überdruck an der Stelle 3

$$p_3 = p^* + \rho g H - \frac{v_6^2}{2} g \left[\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 + \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2\right]$$

4. Höhenunterschied

$$\Delta H = \frac{v_6^2}{2g}\left[1 - \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2\right]$$

6. Dynamische Momentenwirkung auf den Rohrabschnitt 5-6

$$\vec{M}_w^{(5)} = \left(\frac{H}{\sqrt{2}} - \frac{R}{2}\right)\rho v_6^2 A_1 \, \vec{e}_z$$