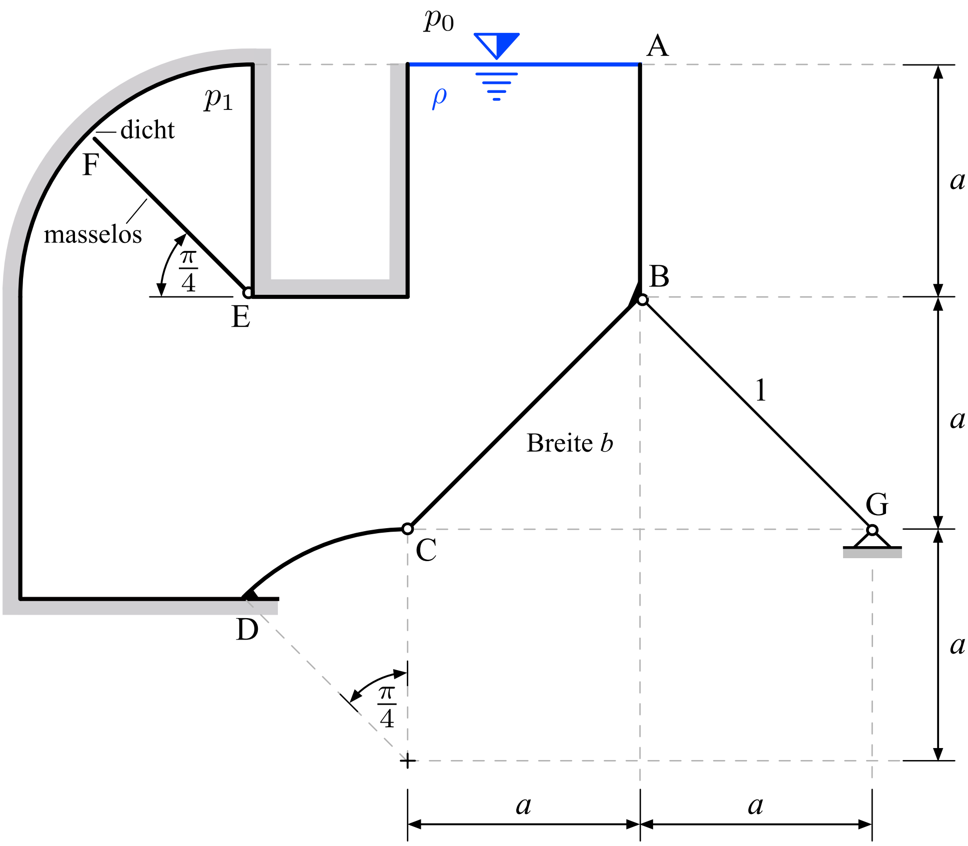
1. Beispiel (10 Punkte)

Gegeben:

- Flüssigkeitsbehälter lt. Skizze: Längenmaß a, Breite b
- Ebene Behälterwände AB und BC
- Kreiszylindrisch gekrümmte Behälterwand CD
- Ebene, masselose, rechteckförmige Klappe EF
- Pendelstütze 1
- Homogene, inkompressible, schwere Flüssigkeit der Dichte ρ
- Gasdruck $p_1 > p_0$, Gasüberdruck $p^* = p_1 - p_0$
- Referenzdruck p_0

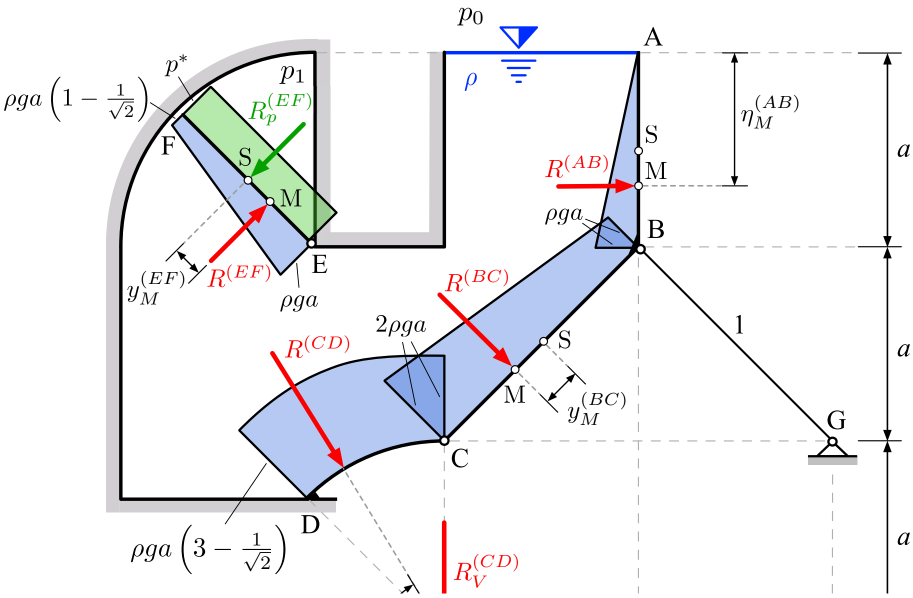
Gesucht:

1. Verlauf des Flüssigkeitsüberdrucks auf die Wände AB, BC, CD und auf die Klappe EF als auch der Verlauf des Gasüberdrucks p^* auf die Klappe EF (Skizze mit Werten)
2. Teilresultierende zufolge des Flüssigkeitsüberdrucks auf die Wände AB, BC und CD sowie die Teilresultierenden zufolge des Flüssigkeits- und Gasüberdrucks auf die Klappe EF
3. Lage der Wirkungslinien der Teilresultierenden (Skizze)
4. Stabkraft im Pendelstab 1 mit dem Prinzip der virtuellen Arbeit (Skizze des kinematischen Systems)
5. Gasüberdruck p^*, sodass die Klappe in der dargestellten Lage verbleibt



Lösung zum 1. Beispiel

1. Verlauf des Flüssigkeits- und Gasüberdrucks



2. Teilresultierende

Flüssigkeitsüberdruck:

$$R^{(AB)} = \frac{1}{2}\rho g a^2 b$$

$$R^{(BC)} = \frac{3\sqrt{2}}{2}\rho g a^2 b$$

$$R_H^{(CD)} = \left(\frac{11}{4} - \frac{3}{\sqrt{2}}\right)\rho g a^2 b \qquad R_V^{(CD)} = \left(\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{1}{4} - \frac{\pi}{8}\right)\rho g a^2 b$$

$$R^{(CD)} = \sqrt{\left(\frac{11}{4} - \frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{1}{4} - \frac{\pi}{8}\right)^2}\,\rho g a^2 b$$

$$R^{(EF)} = \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\rho g a^2 b$$

Gasüberdruck:

$$R_p^{(EF)} = p^* a b$$

3. Lages der Wirkungslinien der Teilresultierenden

Wand AB:

$$\eta_M^{(AB)} = \frac{2}{3}a$$

Wand BC:

$$y_M^{(BC)} = \frac{1}{9\sqrt{2}}a$$

Wand CD:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{2-12\sqrt{2}+\pi}{12\sqrt{2}-22}\right)$$

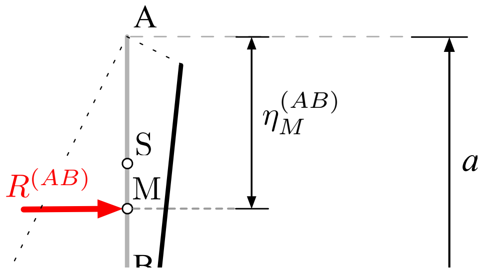
Wand EF:

$$y_M^{(EF)} = \begin{cases} \frac{1}{12\sqrt{2}-6}a & \text{(Flüssigkeitsüberdruck)} \\ \frac{a}{2} & \text{(Gasüberdruck)} \end{cases}$$

4. Stabkraft im Pendelstab 1 (PVA)

$$S_1 = -\sqrt{2}\rho g a^2 b$$

Polplan:



5. Gasüberdruck, sodass Klappe in dargestellter Lage verbleibt

$$p^* = \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{3}\right)\rho g a$$

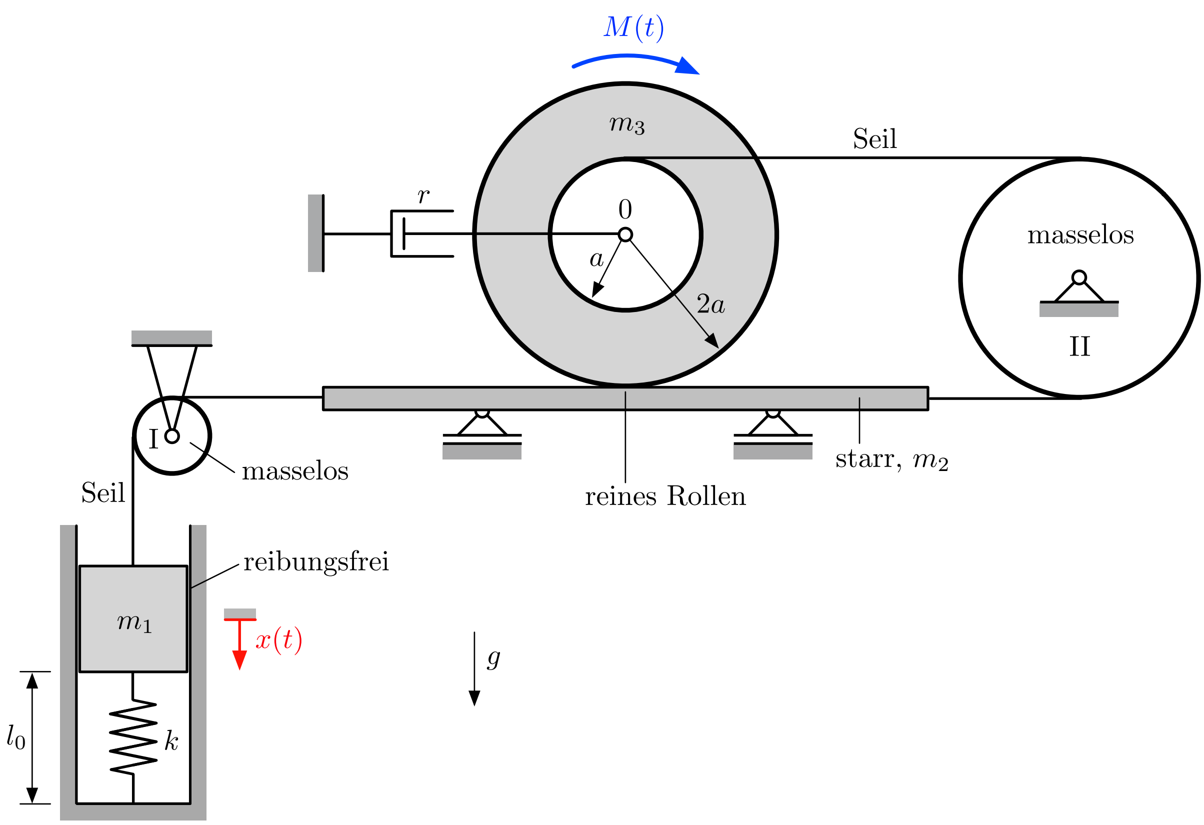
2. Beispiel (10 Punkte)

Gegeben:
Ebenes schwingungsfähiges System in entspannter Federlage lt. Skizze:

- Punktmasse: Masse m_1
- Starrer homogener Stab: Masse m_2
- Starrer homogener Kreisring: Masse m_3, Innenradius a, Außenradius $2a$
- Starre Umlenkrollen (I, II): masselos
- Linear elastische Feder: Federsteifigkeit k, entspannte Federlänge l_0
- Geschwindigkeitsproportionaler Dämpfer: Dämpferkonstante r
- Ideales, masseloses, undehnbares, straff gespanntes Seil zwischen Punktmasse und Stab bzw. Stab und Kreisring, das auf den Scheiben haftet
- Kraftanregung: Moment $M(t)$

Gesucht:

1. Anzahl der Freiheitsgrade
2. Bewegungsgleichung des Systems in der Lagekoordinate $x(t)$ mittels Schwerpunkt- und Drallsatz (unter der Annahme, dass die Seile nicht schlaff werden)
3. Statische Ruhelage x_{stat} und Bewegungsgleichung für Schwingungen um die statische Ruhelage
4. Für das ungedämpfte System:
   - 4.1 Eigenkreisfrequenz ω
   - 4.2 Partikulärlösung der erzwungenen Schwingung zufolge $M(t) = M_0 \cos(\nu t)$
   - 4.3 Verhältnis M_0/x_{stat}, bei dem die Seile gerade schlaff werden



Lösung zum 2. Beispiel

1. Anzahl der Freiheitsgrade

1 FG; LK: $x(t)$

2. Bewegungsgleichung

$$\underbrace{\left(m_1 + m_2 + \frac{11}{9} m_3\right)}_{m^*} \ddot{x}(t) + \frac{r}{9}\,\dot{x}(t) + k\,x(t) = m_1\,g + \frac{2}{3}\frac{M(t)}{a}$$

3. Stat. Ruhelage und Bewegungsgleichung für Schwingungen um die stat. Ruhelage

$$x_{\text{stat}} = \frac{m_1 g}{k}$$

$$m^*\ddot{\xi}(t) + \frac{r}{9}\,\dot{\xi}(t) + k\,\xi(t) = \frac{2}{3}\frac{M(t)}{a}$$

4.a. Eigenkreisfrequenz

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2 + \frac{11}{9} m_3}}$$

4.b. Partikulärlösung

$$\xi_p(t) = \frac{2\,M_0}{3\,a\,m^*\,(\omega^2 - \nu^2)}\cos(\nu t)$$

4.c. Verhältnis M_0/x_{stat}, bei dem das Seil gerade schlaff wird

$$\frac{M_0}{x_{\text{stat}}} = \frac{3}{2}\,a\,m^*\left|\omega^2 - \nu^2\right|$$