

1. Beispiel (10 Punkte)

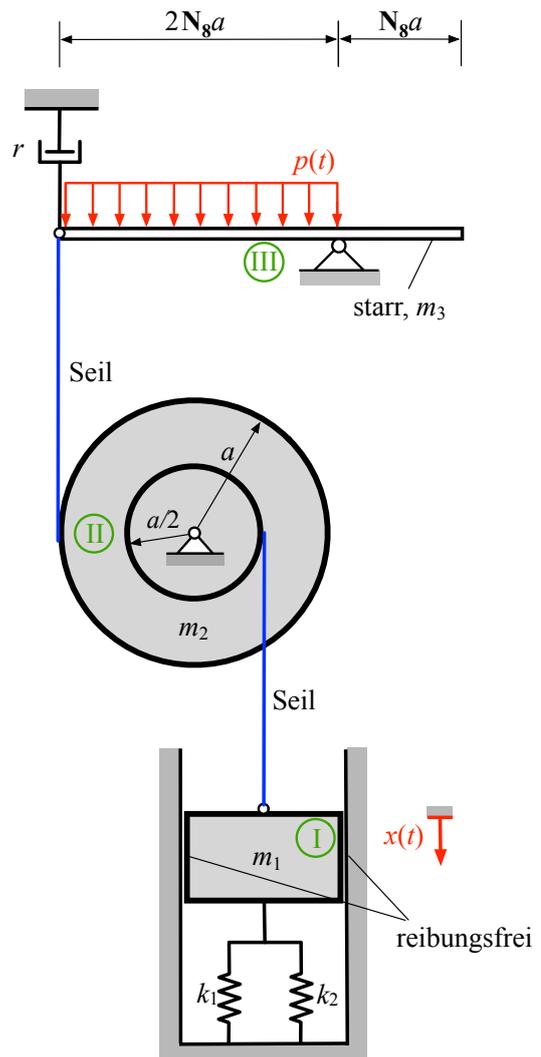
Gegeben:

Ebenes schwingungsfähiges System lt. Skizze im statischen Gleichgewicht:

- Punktmasse I (Masse m_1)
 - Starre, homogene Kreisscheibe II (Innenradius $a/2$ und Außenradius a sowie Masse m_2)
 - Starrer Stab III (Länge $3N_8a$ und Masse m_3)
 - Linear elastische Federn: Federsteifigkeit k_1 und k_2
 - Geschwindigkeitsproportionaler Dämpfer: Dämpfungskonstante r
 - Ideale masselose, undeformbare, straff gespannte Seile, die auf der Scheibe haften
 - Kraftanregung: Linienlast $p(t)$
- *) N_8 entspricht der 8. Ziffer der Matrikelnummer (z.B. 01801234: $N_8 = 4$). Ist die 8. Ziffer gleich Null, dann ist die nächstvordere Ziffer ungleich Null einzusetzen (z.B. 01502000: $N_8 = 2$). „ N_8a “ entspricht „ $2a$ “, wenn N_8 gleich 2 ist.

Gesucht:

1. Anzahl der Freiheitsgrade
2. Bestimmung der Ersatzfedersteifigkeit k^*
3. Bewegungsgleichung des Systems mit den Lagrangeschen Gleichungen für kleine Schwingungen, formuliert in $x(t)$
4. Kontrolle der Bewegungsgleichung für das ungedämpfte System mit dem Leistungssatz
5. Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Systems



Lösung zum 1. Beispiel

1. Anzahl der Freiheitsgrade

1 FG; LK: $x(t)$... vertikale Verschiebung der Punktmasse

2. Ersatzfedersteifigkeit

$$k^* = k_1 + k_2$$

3. Bewegungsgleichung

$$(m_1 + 2m_2 + m_3)\ddot{x} + 4r\dot{x} + k^*x = -2p(t)N_8a$$

4. Kontrolle für das ungedämpfte System mit dem Leistungssatz

$$(m_1 + 2m_2 + m_3)\ddot{x} + k^*x = -2p(t)N_8a$$

5. Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Systems

$$\omega = \sqrt{\frac{k^*}{m_1 + 2m_2 + m_3}}$$

2. Beispiel (10 Punkte)

Gegeben:

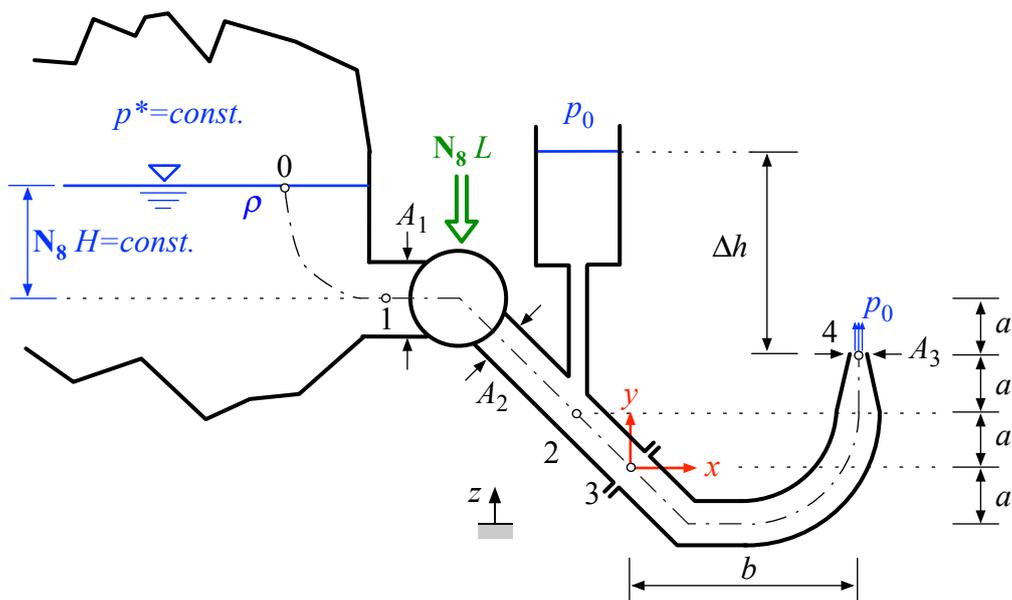
Stationärer Abfluss aus einem Druckbehälter über ein Rohrsystem (Längenmaße a , b):

- Inkompressible, reibungsfrei strömende Flüssigkeit mit der Dichte ρ
- Querschnittsflächen der Rohrleitung: A_1, A_2, A_3
- Stationäre Wasserspiegelhöhe $N_8 H$ im Druckbehälter
- Leistungszufuhr über eine Pumpe: $N_8 L$
- Umgebungsdruck p_0
- Konstanter Überdruck $p^* = p_{abs} - p_0$ im Hochbehälter

*) N_8 entspricht der 8. Ziffer der Matrikelnummer (z.B. 01801234: $N_8 = 4$). Ist die 8. Ziffer gleich Null, dann ist die nächstvordere Ziffer ungleich Null einzusetzen (z.B. 01502000: $N_8 = 2$). „ $N_8 a$ “ entspricht „ $2a$ “, wenn N_8 gleich 2 ist.

Gesucht:

1. Bestimmungsgleichung für v_4
2. Geschwindigkeiten v_1, v_2 und v_3
3. Überdrücke p_2, p_3
4. Höhenunterschied Δh
5. Qualitativ richtige Darstellung der Strom-, Druck- und Energielinie zwischen den Punkten 0 und 4 und Bemaßung der entsprechenden Höhenanteile mit den unter 1. – 4. berechneten Größen
6. Momentenwirkung \vec{M}_W (bezüglich des Punktes 3) auf den Rohrabschnitt 3-4 zufolge der strömenden Flüssigkeit



Lösung zum 2. Beispiel

1. Bestimmungsgleichung

$$\frac{v_4^2}{2g} = \frac{p^*}{\rho g} + (a + N_8 H) + \frac{N_8 L}{v_4 A_3 g \rho}$$

2. Geschwindigkeiten

$$v_1 = v_4 \frac{A_3}{A_1}; \quad v_2 = v_3 = v_4 \frac{A_3}{A_2}$$

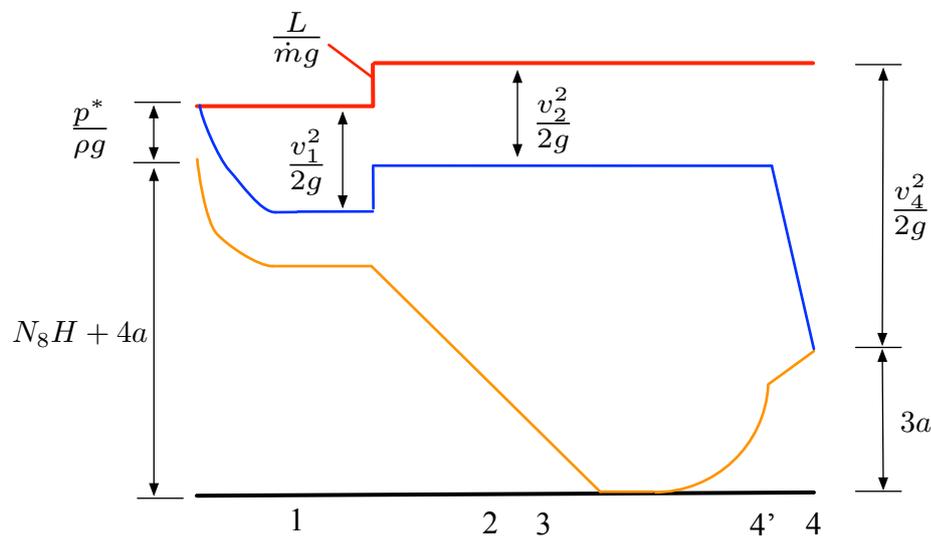
3. Überdrücke

$$p_2 = \frac{v_4^2}{2} \rho \left[1 - \left(\frac{A_3^2}{A_2^2} \right) \right] + a \rho g; \quad p_3 = \frac{v_4^2}{2} \rho \left[1 - \left(\frac{A_3^2}{A_2^2} \right) \right] + 2a \rho g$$

4. Höhenunterschied

$$\Delta h = \frac{v_4^2}{2g} \left[1 - \left(\frac{A_3^2}{A_2^2} \right) \right]$$

5. Strom-, Druck- und Energielinie



6. Momentenwirkung

$$\vec{M}_w = -\rho v_4^2 A_3 b \vec{e}_z$$