1. Beispiel (12 Punkte)

Gegeben:

Mechanisches System gem. Skizze (Längenmaße a und b):

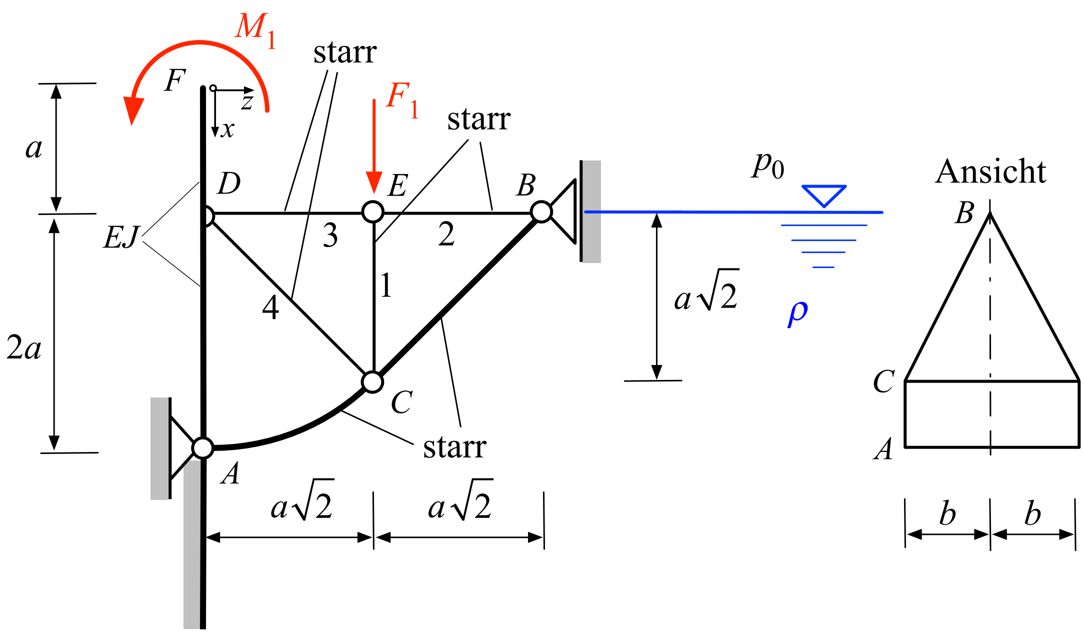
- Träger ADF mit konstanter Biegesteifigkeit EJ
- Dehnstarre Fachwerkstäbe 1 - 4
- Flüssigkeitsbehälter bestehend aus der starren, ebenen Behälterwand BC sowie der starren, zylindrischen Behälterwand AC
- Homogene, inkompressible, schwere Flüssigkeit der Dichte ρ

Belastung:

- Einzelmoment M_1 im Punkt F
- Einzelkraft F_1 im Knoten E
- Flüssigkeitsüberdruck (Referenzdruck p_0)

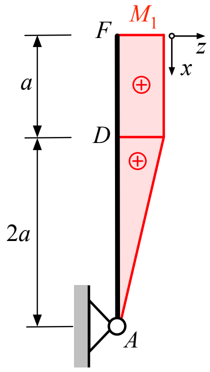
Gesucht:

1) Durchbiegung und Tangentenneigung der Biegelinie im Punkt F mit dem *Mohr*schen Verfahren:
   1.1) Grafische Darstellung des Momentenverlaufs für den Biegträger ADF mit Angabe der Werte in den Punkten A, D und F (*Hinweis*: Nehmen Sie dafür im Punkt D ein vertikal verschiebliches Auflager an.)
   1.2) Skizze vom *Mohr*schen Ersatzträger mit Ersatzbelastung (Auf nachfolgender Seite darstellen)
   1.3) Durchbiegung und Neigung der Tangente an die Biegelinie im Punkt F
2) Verlauf des Flüssigkeitsüberdrucks auf die Behälterwände AC und BC (Skizze mit Werten)
3) Teilresultierende R_{AC} und R_{BC} zufolge des Überdrucks auf die Wände AC und BC
4) Lage der Wirkungslinien der Teilresultierenden (Skizze)
5) Auflagerreaktion im Punkt B als Funktion von M_1, F_1, R_{AC} und R_{BC}
6) Stabkräfte S_1, S_2 und S_3 als Funktion von M_1, F_1, R_{AC} und R_{BC}

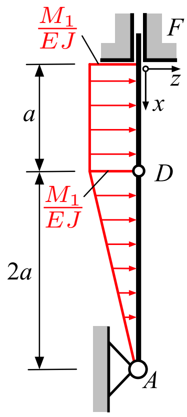


Lösung zum 1. Beispiel

1.1. Momentenverlauf des Biegeträgers



1.2. *Mohr*scher Ersatzträger mit Ersatzbelastung



1.3. Durchbiegung und Neigung der Tangente der Biegelinie im Punkt *F*

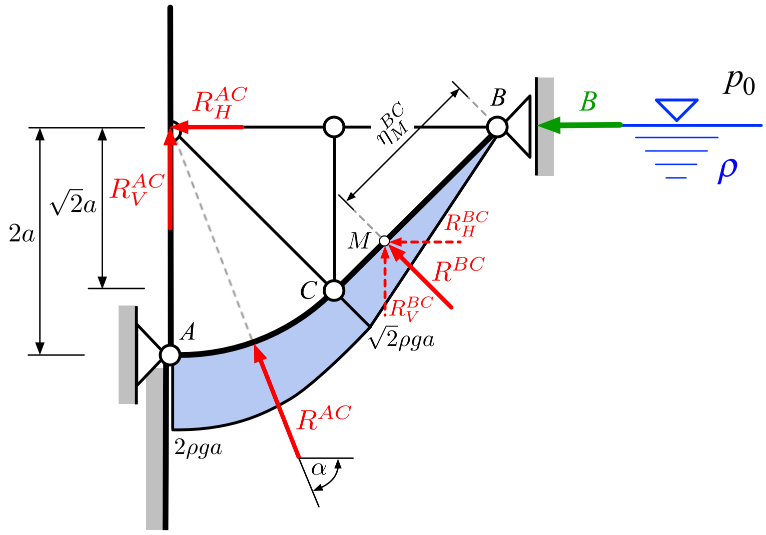
Durchbiegung:

$$w_F = -\frac{7}{6}\frac{M_1}{EJ}a^2$$

Neigung der Tangente:

$$\frac{dw_F}{dx} = \frac{5}{3}\frac{M_1}{EJ}a$$

2. Verlauf des Flüssigkeitsüberdrucks



3. Teilresultierende

$$R_H^{AC} = 2\rho g a^2 b \qquad R_V^{AC} = (\pi+2)\rho g a^2 b \qquad R^{AC} = \sqrt{4+(\pi+2)^2}\rho g a^2 b$$

$$R_H^{BC} = \frac{4}{3}\rho g a^2 b \qquad R_V^{BC} = \frac{4}{3}\rho g a^2 b \qquad R^{BC} = \frac{8}{3\sqrt{2}}\rho g a^2 b$$

4. Lage der Wirkungslinien der Teilresultierenden

Behälterwand AC:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\pi+2}{2}\right)$$

Behälterwand BC:

$$\eta_M^{BC} = \frac{3}{2}a$$

5. Auflagerreaktion im Punkt *B*

$$B = \frac{\sqrt{2}}{2}F_1 - \frac{M_1}{2a} - R_H^{AC} - \frac{5\sqrt{2}}{8}R_V^{BC} - \left(1 - \frac{3\sqrt{2}}{8}\right)R_H^{BC} \qquad (\overset{+}{\leftarrow})$$

6. Stabkräfte

$$S_1 = -F_1$$

$$S_2 = S_3 = -\frac{\sqrt{2}}{2}F_1 + \frac{M_1}{2a} + R_H^{AC} + \left(\frac{5\sqrt{2}}{8} - \frac{1}{4}\right)R_V^{BC} + \left(\frac{3}{4} - \frac{3\sqrt{2}}{8}\right)R_H^{BC}$$

2. Beispiel (8 Punkte)

Gegeben:

- Momentanlage des ebenen Systems laut Skizze (Längsabmessung a), bestehend aus einer starren Scheibe (I) und zwei starren Stäben (II, III)
- Winkelgeschwindigkeit der Scheibe I: $\vec{\omega}_\mathrm{I} = -\omega_\mathrm{I}\vec{e}_y$

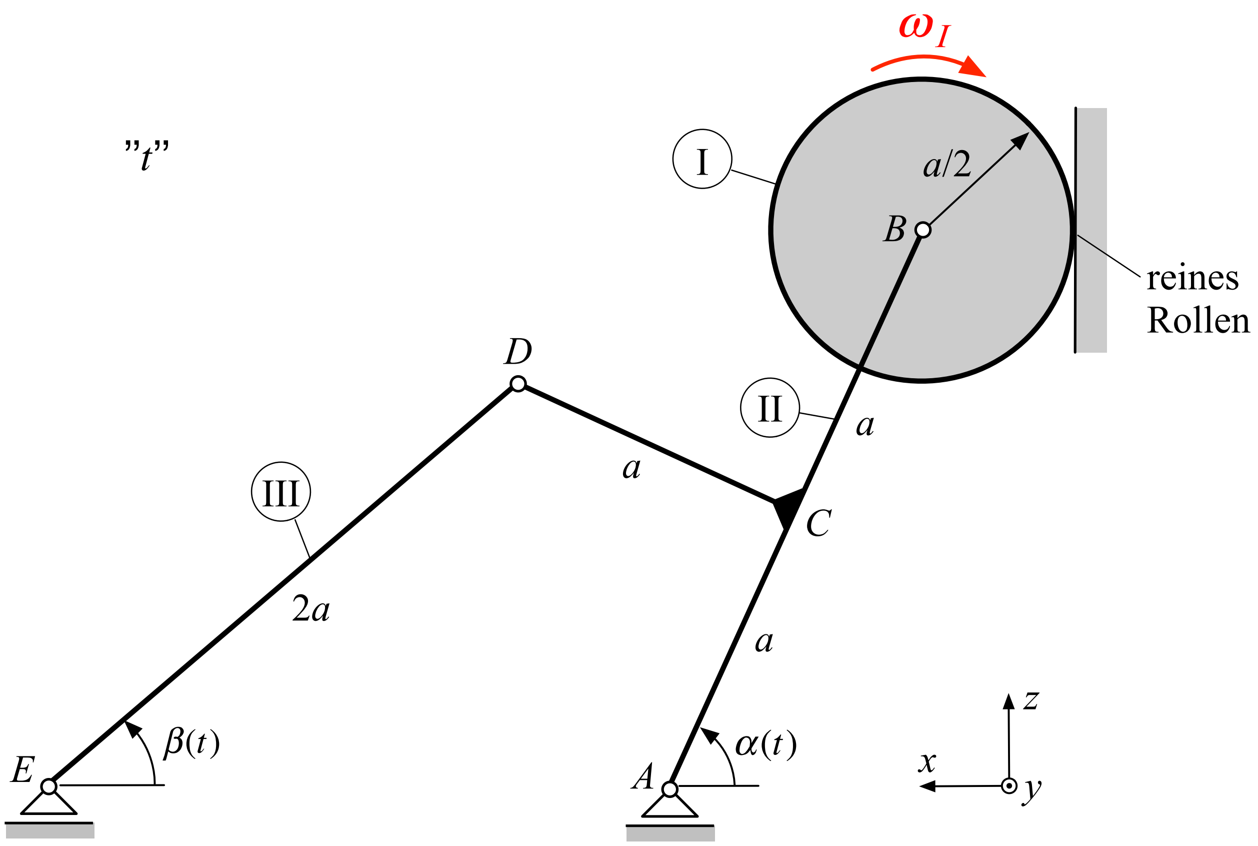
Gesucht:

1.) Anzahl der Freiheitsgrade

2.) Geschwindigkeitspole (grafisch) für die Momentanlage

3.) Kinematische Verträglichkeitsbedingungen: $\dot{\alpha}(\alpha, \omega_\mathrm{I})$ und $\dot{\beta}(\alpha, \beta, \omega_\mathrm{I})$

4.) Geschwindigkeiten $\vec{v}_A, \vec{v}_B, \vec{v}_C, \vec{v}_D$ und $\vec{v}_E$ mit der Grundformel der Kinematik als Funktion von α, β, ω_I und a

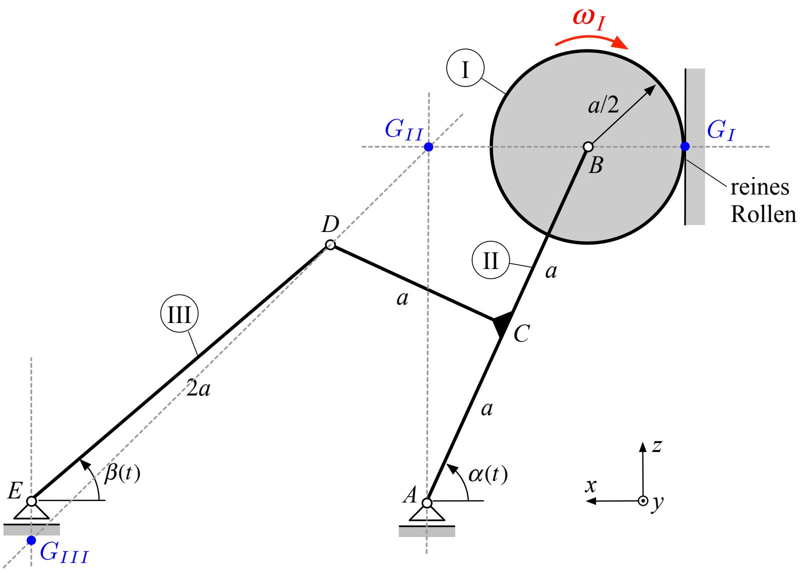


Lösung zum 2. Beispiel

1. Anzahl der Freiheitsgrade

$$f = 3n - r - \nu = 1 \text{ mit } n = 3,\ r = 4 \text{ und } \nu = 4$$

2. Geschwindigkeitspole



3. Kinematische Verträglichkeitsbedingungen

$$\dot{\alpha} = \frac{1}{4\cos(\alpha)}\omega_I$$

$$\dot{\beta} = \frac{\omega_I}{8}\frac{(\cos(\alpha) - \sin(\alpha))}{\cos(\alpha)\cos(\beta)}$$

4. Geschwindigkeit in den Punkten *A*, *B*, *C*, *D* und *E*

$$\vec{v}_A = -\omega_I \frac{1}{2} a \tan(\alpha)\vec{e}_x$$

$$\vec{v}_B = \omega_I \frac{a}{2}\vec{e}_z$$

$$\vec{v}_C = -\frac{1}{4}\omega_I a \tan(\alpha)\vec{e}_x + \frac{1}{4}\omega_I a\vec{e}_z$$

$$\vec{v}_D = \frac{1}{4}\omega_I (1 - \tan(\alpha)) a\vec{e}_x + \frac{1}{4}\omega_I (1 - \tan(\alpha)) a\vec{e}_z$$

$$\vec{v}_E = \omega_I \frac{a}{4}(\tan(\alpha) - 1)(\tan(\beta) - 1)\vec{e}_x$$