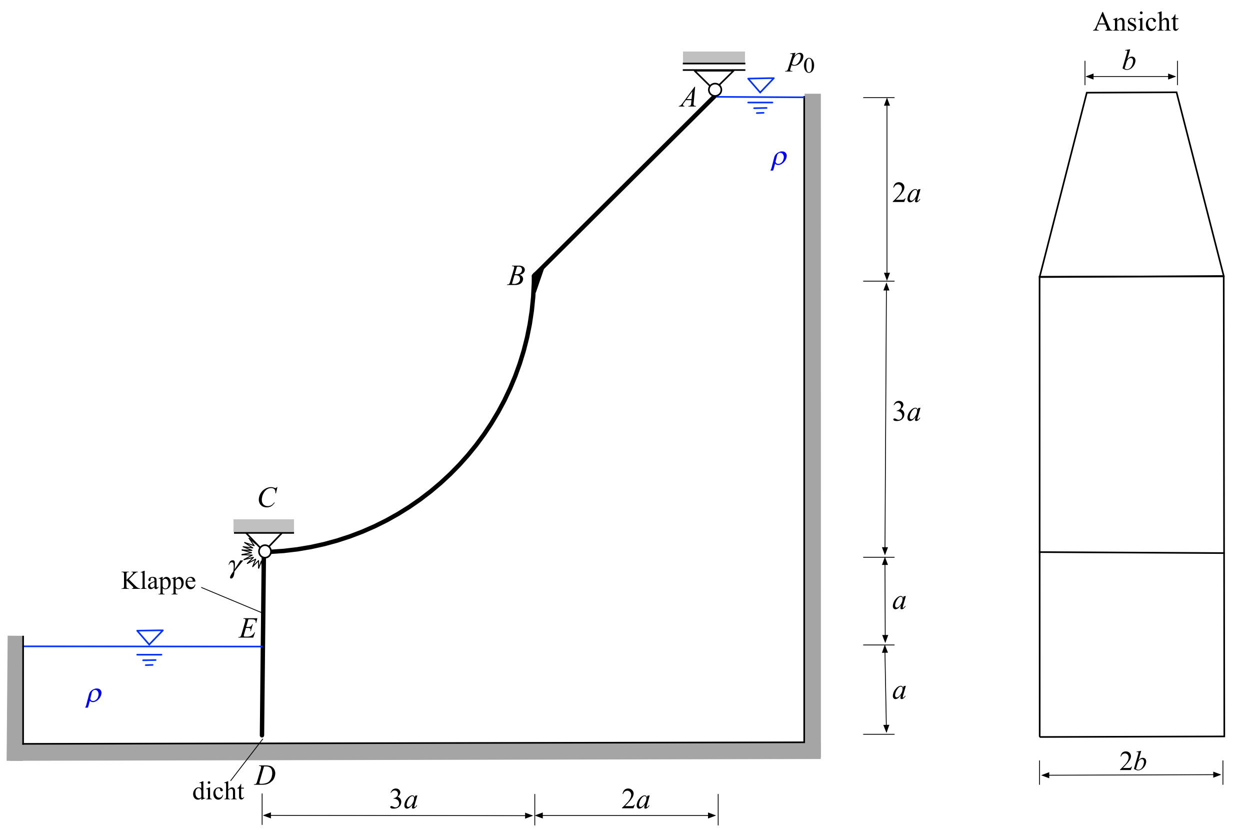
1. Beispiel (10 Punkte)

Gegeben:

- Flüssigkeitsbehälter lt. Skizze: Längenmaß a, Breite b
- Homogene, inkompressible, schwere Flüssigkeit der Dichte ρ
- Referenzdruck p_0
- Starre Behälterwand ABC
- Rechteckige starre Klappe
- Drehfeder: Federsteifigkeit γ

Gesucht:

1. Verlauf des Flüssigkeitsüberdrucks auf die Wände AB, BC und die Klappe (Skizze mit Werten)
2. Teilresultierende und Lage der Wirkungslinien der Teilresultierenden zufolge des Flüssigkeitsüberdrucks auf die Wände AB, BC und die Klappe (Skizze)
3. Moment in der Feder am Knoten C, damit die Klappe in der gegebenen Lage verbleibt
4. Biegemoment im Punkt B mit dem Prinzip der virtuellen Arbeit (Skizze der Kinematik)



Lösungen zum 1. Beispiel

2. Teilresultierende und Lage der Wirkungslinien der Teilresultierenden

Fläche, Schwerpunktabstand und Flächenträgheitsmoment des trapezförmigen Wandabschnitts AB:

$$A_{AB} = 3\sqrt{2}\,ab \quad , \quad y_s = \frac{8}{9}\sqrt{2}\,a \quad , \quad J_{AB} = \frac{52}{27}\sqrt{2}\,a^3 b$$

Teilresultierende:

$$R_{AB} = \frac{10}{3}\sqrt{2}\,\rho g a^2 b$$

$$R_{BC}^H = 21\,\rho g a^2 b \quad , \quad R_{BC}^V = \left(12 + \frac{9}{2}\pi\right)\rho g a^2 b$$

$$R_{CD} = 24\,\rho g a^2 b$$

$$R_{DE} = \rho g a^2 b$$

Lage der Resultierenden auf AB und CD:

$$y_M^{AB} = \frac{13}{45}\sqrt{2}\,a \quad , \quad \alpha_{BC} = \frac{R_{BC}^V}{R_{BC}^H} = \arctan\left(\frac{4 + \frac{3}{2}\pi}{7}\right) \quad , \quad y_M^{CD} = \frac{1}{18}\,a$$

3. Moment im Knoten C

$$\curvearrowleft M_F = \frac{71}{3}\rho g a^3 b$$

4. Biegemoment im Punkt B

$$\curvearrowleft M_B = R_{AB}\frac{21}{25}\sqrt{2}\,a + R_{BC}^H\frac{6}{5}\,a \quad \text{(Drehrichtung bezogen auf Stab AB)}$$

2. Beispiel (10 Punkte)

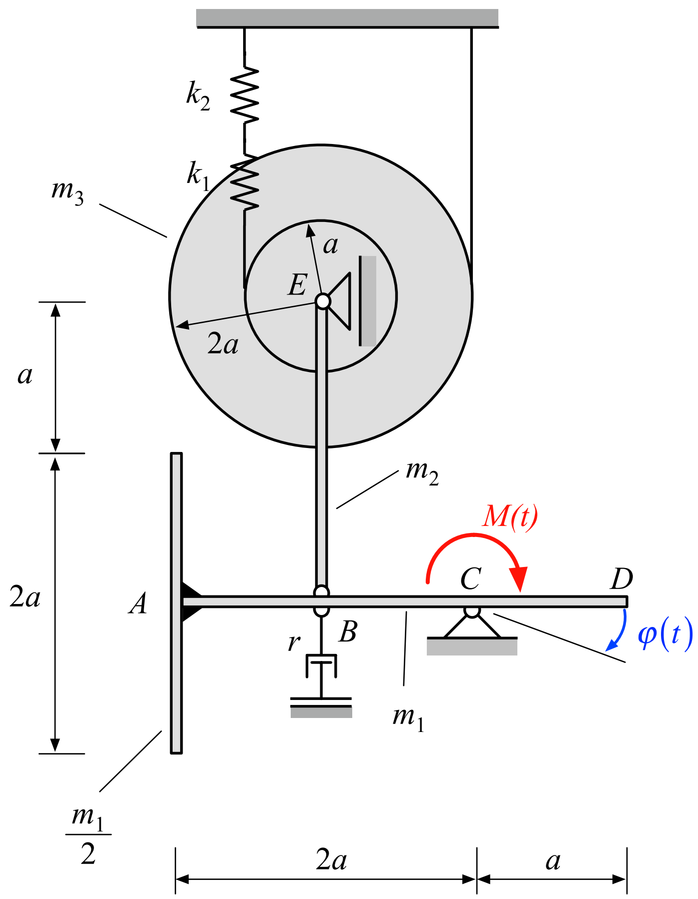
Gegeben:

Ebenes schwingungsfähiges System in entspannter Federlage lt. Skizze (Längenmaß a):

- Starres Profil: Langer Schenkel Masse m_1, Länge $3a$; kurzer Schenkel Masse $m_1/2$, Länge $2a$
- Starrer Stab: Länge $2a$, Masse m_2
- Starre homogene Kreisscheibe: Masse m_3, Innenradius a, Außenradius $2a$
- Geschwindigkeitsproportionaler Dämpfer: Dämpferkonstante r
- Linear elastische Federn: Federsteifigkeit k_1 und k_2
- Kraftanregung: Moment $M(t)$

Gesucht:

1. Anzahl der Freiheitsgrade und effektive Federsteifigkeit k_{eff} der Federn
2. Bewegungsgleichung des Systems in der Lagekoordinate $\varphi(t)$ mit Hilfe des Schwerpunkt- und des Drallsatzes für kleine Winkel $|\varphi(t)| \ll 1$
3. Statische Ruhelage φ_{stat} und Bewegungsgleichung für Schwingungen um die statische Ruhelage
4. Für das ungedämpfte System ($r = 0$):
   a) Eigenkreisfrequenz ω
   b) Maximale Kraft in der Ersatzfeder im eingeschwungenen Zustand für $M(t) = M_0 \cos(\nu t)$



Lösungen zum 2. Beispiel

1. Anzahl der Freiheitsgrade und Ersatzfedersteifigkeit

1 FHG; LK: $\varphi(t)$

Ersatzfedersteifigkeit:

$$k_{eff} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

2. Bewegungsgleichung

$$\left(\frac{19}{6}m_1 + m_2 + \frac{3}{2}m_3\right) a\,\ddot{\varphi} + r a\,\dot{\varphi} + \frac{9}{4}k_{eff}\,a\,\varphi = -\left(\frac{3}{2}m_1 + m_2 + m_3\right) g + \frac{M(t)}{a}$$

3.a. Statische Ruhelage

$$\varphi_{stat} = -\frac{\left(\frac{3}{2}m_1 + m_2 + m_3\right) g}{\frac{9}{4}k_{eff}\,a}$$

3.b. Bewegungsgleichung für Schwingungen um die statische Ruhelage

$$\left(\frac{19}{6}m_1 + m_2 + \frac{3}{2}m_3\right)\ddot{\psi} + r\dot{\psi} + \frac{9}{4}k_{eff}\,\psi = \frac{M(t)}{a^2} \quad , \quad \psi(t) = \varphi(t) - \varphi_{stat}$$

4.a. Eigenkreisfrequenz

$$\omega = \sqrt{\frac{\frac{9}{4}k_{eff}}{\frac{19}{6}m_1 + m_2 + \frac{3}{2}m_3}}$$

4.b. Maximale Kraft in der Ersatzfeder

$$F_{k,\max} = \frac{3}{2}k_{eff}\left[-\frac{M_0}{a^2(\omega^2 - \nu^2)} + \varphi_{stat}\right] a$$