

Beispiel (20 Punkte)

Gegeben:

Ebenes System lt. Skizze (Längenmaß l):

- Gewichtslöse Biegestäbe GC und CD
- Homogener, gewichtsbehafteter Biegestab AG (Querschnittsfläche A , Dichte ρ)

Belastung:

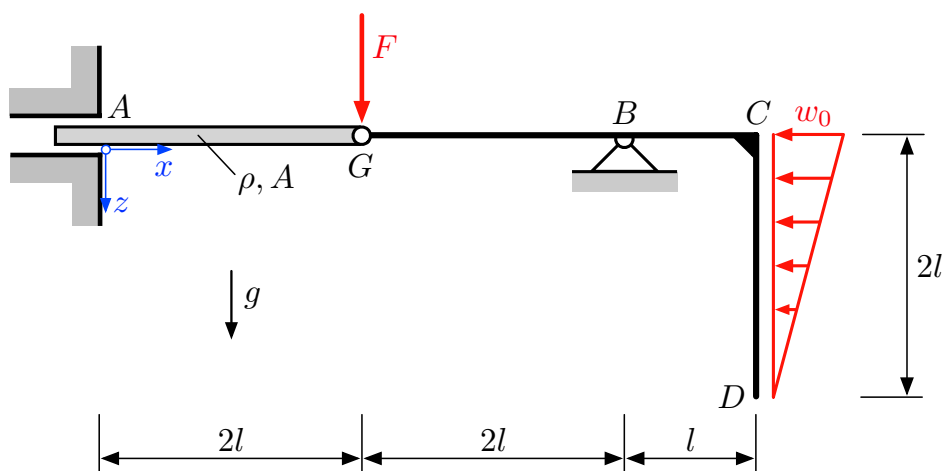
- Eigengewicht des Biegestabs AG (Fallbeschleunigung g)
- Einzelkraft F mit Angriffspunkt G
- Dreieckslast im Bereich CD mit dem Maximalwert w_0 in C

Gesucht:

1. Überprüfung der statischen Bestimmtheit der Lagerung (*nachvollziehbare Berechnung*)
2. Auflagerreaktionen in A und B als Funktion der gegebenen Belastung w_0 und F , des Eigengewichts pro Längeneinheit $\rho g A$ und der Länge l (*positive Richtung in einer Skizze festlegen*)
3. Gelenkkraftkomponenten in G als Funktion von w_0 , F , $\rho g A$ und l (*positive Richtung im freigeschnittenen Modell festlegen*)
4. Verläufe für die Normalkraft, die Querkraft und das Biegemoment in den Stäben AG und GB als Funktion von w_0 , F , $\rho g A$, l und x

Substituieren Sie nur für die 5. Teilaufgabe: $\rho g A = \frac{1}{6} w_0$ und $F = \frac{1}{4} w_0 l$

5. Qualitativ und quantitativ richtige grafische Darstellung von Normalkraft, Querkraft und Biegemoment in den Stäben AG und GB mit Angabe der jeweiligen Werte in den Punkten A , G und B sowie an den Stellen $x = l$ und $x = 3/2 l$



Lösung

1. Überprüfung der statischen Bestimmtheit der Lagerung

$$f = 3n - r - \nu = 0 \text{ mit } n = 2, r = 4 \text{ und } \nu = 2$$

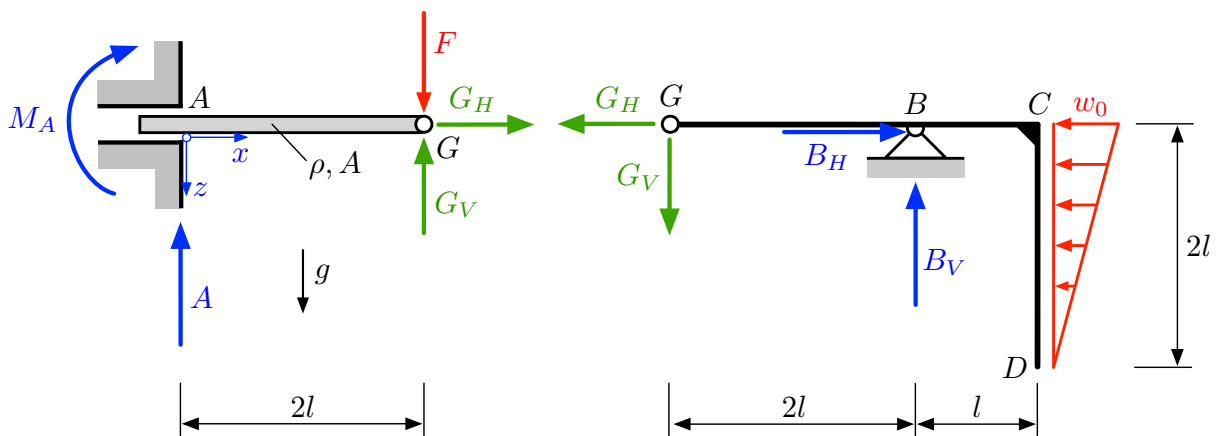
2. Auflagerreaktionen

$$A = \left(2\rho g A - \frac{w_0}{3}\right)l + F \quad M_A = \left(\frac{2}{3}w_0 - 2\rho g A\right)l^2 - 2Fl$$

$$B_V = \frac{w_0 l}{3} \quad B_H = w_0 l$$

3. Gelenkskraftkomponenten

$$G_H = 0 \quad G_V = \frac{w_0 l}{3}$$



4. Schnittgrößenverläufe

Schnittgrößenverläufe für den Biegestab AG ($0 \leq x \leq 2l$):

$$N(x) = 0 \quad (1.1)$$

$$Q(x) = \left(2\rho g A - \frac{w_0}{3}\right)l + F - \rho g A x \quad (1.2)$$

$$M(x) = \left(\frac{2}{3}w_0 - 2\rho g A\right)l^2 - 2Fl + \left[\left(2\rho g A - \frac{w_0}{3}\right)l + F\right]x - \rho g A \frac{x^2}{2} \quad (1.3)$$

Schnittgrößenverläufe für den Biegestab GB ($2l \leq x \leq 4l$):

$$N(x) = 0 \quad (2.1)$$

$$Q(x) = -\frac{w_0 l}{3} \quad (2.2)$$

$$M(x) = -\frac{w_0 l}{3}(x - 2l) \quad (2.3)$$

5. Grafische Darstellung der Schnittgrößenverläufe

Dazu wird $\rho g A$ bzw. F in (1.2) und (1.3) durch $\frac{w_0}{6}$ bzw. $\frac{w_0 l}{4}$ substituiert:

$$Q(x) = \frac{w_0 l}{4} \left(1 - \frac{2x}{3l}\right) \quad (1.2a)$$

$$M(x) = -\frac{w_0 l^2}{6} + \frac{w_0 l}{4} x \left(1 - \frac{1}{3} \frac{x}{l}\right) \quad (1.3a)$$

Die Verläufe $N(x)$, $Q(x)$ und $M(x)$ für den Biegestab AGB gem. (1.1), (1.2a) und (1.3a) sowie (2.1), (2.2) und (2.3) sind nachfolgend grafisch dargestellt.

