Beispiel (20 Punkte)

Gegeben:
Ebenes System lt. Skizze (Längenmaß a):

- Gewichtsloser Biegestab AB
- Homogener, gewichtsbehafteter Biegestab BC (Querschnittsfläche A, Dichte ρ)
- Pendelstütze CD

Belastung:

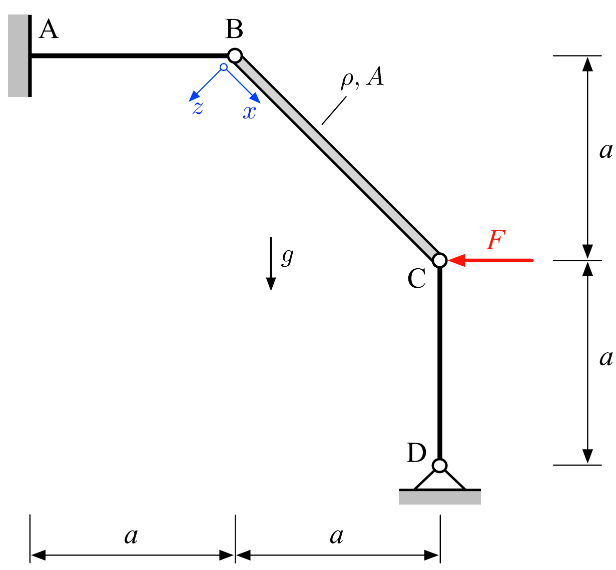
- Eigengewicht des Biegestabs BC (Fallbeschleunigung g)
- Einzelkraft F

Gesucht:

1. Überprüfung der statischen Bestimmtheit der Lagerung (*nachvollziehbare Berechnung*)
2. Auflagerreaktionen in A und D als Funktion der gegebenen Belastung F, des Eigengewichts pro Längeneinheit $\rho g A$ und der Länge a (*positive Richtung in einer Skizze festlegen*)
3. Gelenkskraftkomponenten in B als Funktion von F, $\rho g A$ und a (*positive Richtung im freigeschnittenen Modell festlegen*)
4. Verläufe für die Normalkraft, die Querkraft und das Biegemoment im Stab BC als Funktion von F, $\rho g A$, a und x

Substituieren Sie nur für die 5. und 6. Teilaufgabe: $F = \frac{1}{\sqrt{2}} \rho g A a$

5. Qualitativ und quantitativ richtige grafische Darstellung von Normalkraft, Querkraft und Biegemoment im Stab BC mit Angabe der jeweiligen Werte in den Punkten B und C
6. Stelle des maximalen Biegemoments im Bereich BC und Angabe dieses Maximalwerts für das Biegemoment (*nachvollziehbare Berechnung*)



Lösung

1. Überprüfung der statischen Bestimmtheit der Lagerung

$$f = 3n - r - \nu = 0 \text{ mit } n = 3,\ r = 5 \text{ und } \nu = 4$$

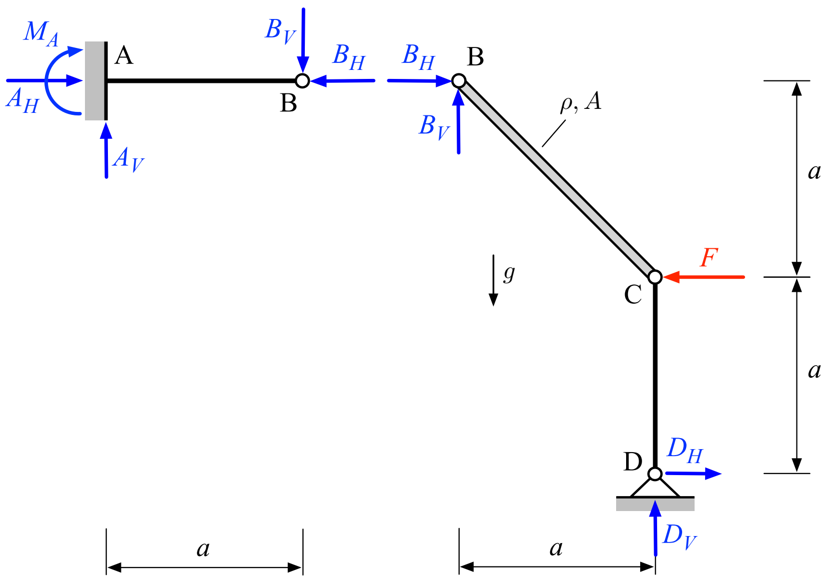
2. Auflagerreaktionen

$$A_V = -F + \frac{1}{\sqrt{2}}\rho g A a \qquad D_V = F + \frac{1}{\sqrt{2}}\rho g A a$$

$$A_H = F \qquad D_H = 0$$

$$M_A = Fa - \frac{1}{\sqrt{2}}\rho g A a^2$$

3. Gelenkskraftkomponenten



$$B_V = -F + \frac{1}{\sqrt{2}}\rho g A a$$

$$B_H = F$$

4. Schnittgrößenverläufe

Schnittgrößenverläufe für den Biegestab BC ($0 \leq x \leq \sqrt{2}a$):

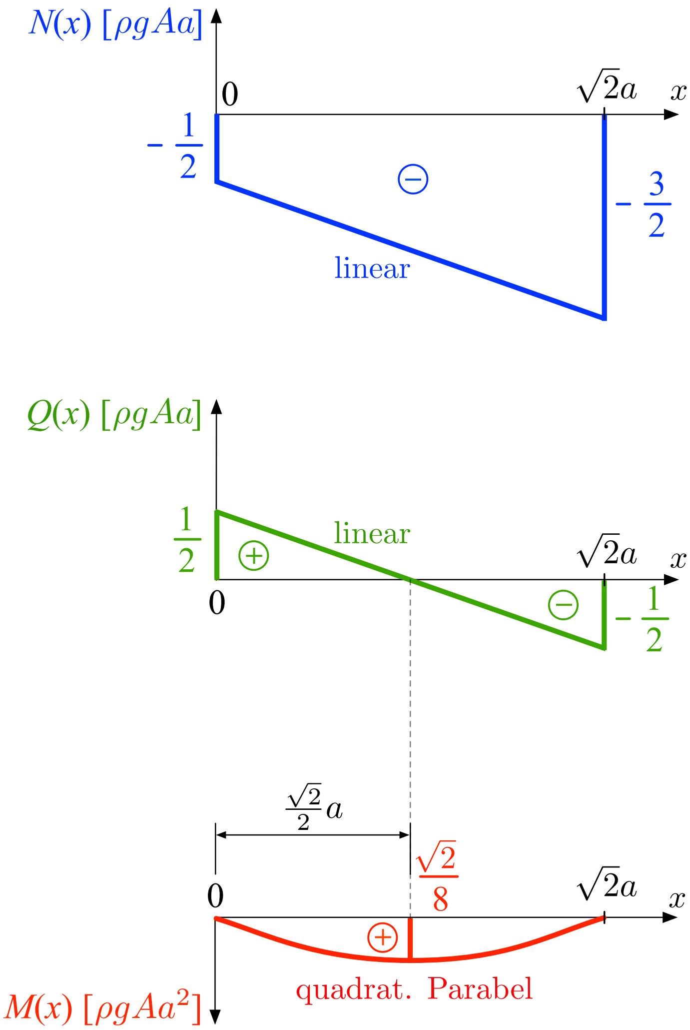
$$N(x) = \frac{1}{2}\rho g A\left(a - \sqrt{2}x\right) - \sqrt{2}F$$

$$Q(x) = \frac{1}{2}\rho g A\left(a - \sqrt{2}x\right)$$

$$M(x) = \frac{1}{2}\rho g A\left(ax - \frac{1}{\sqrt{2}}x^2\right)$$

5. Grafische Darstellung der Schnittgrößenverläufe

Dazu wird F durch $\frac{1}{\sqrt{2}}\rho g A a$ substituiert:



6. Maximales Biegemoment

$$x_{\max}^{(\mathrm{BC})} = \frac{\sqrt{2}}{2}a \qquad M_{\max}^{(\mathrm{BC})} = \frac{\sqrt{2}}{8}\rho g A a^2$$