

1. Beispiel (12 Punkte)

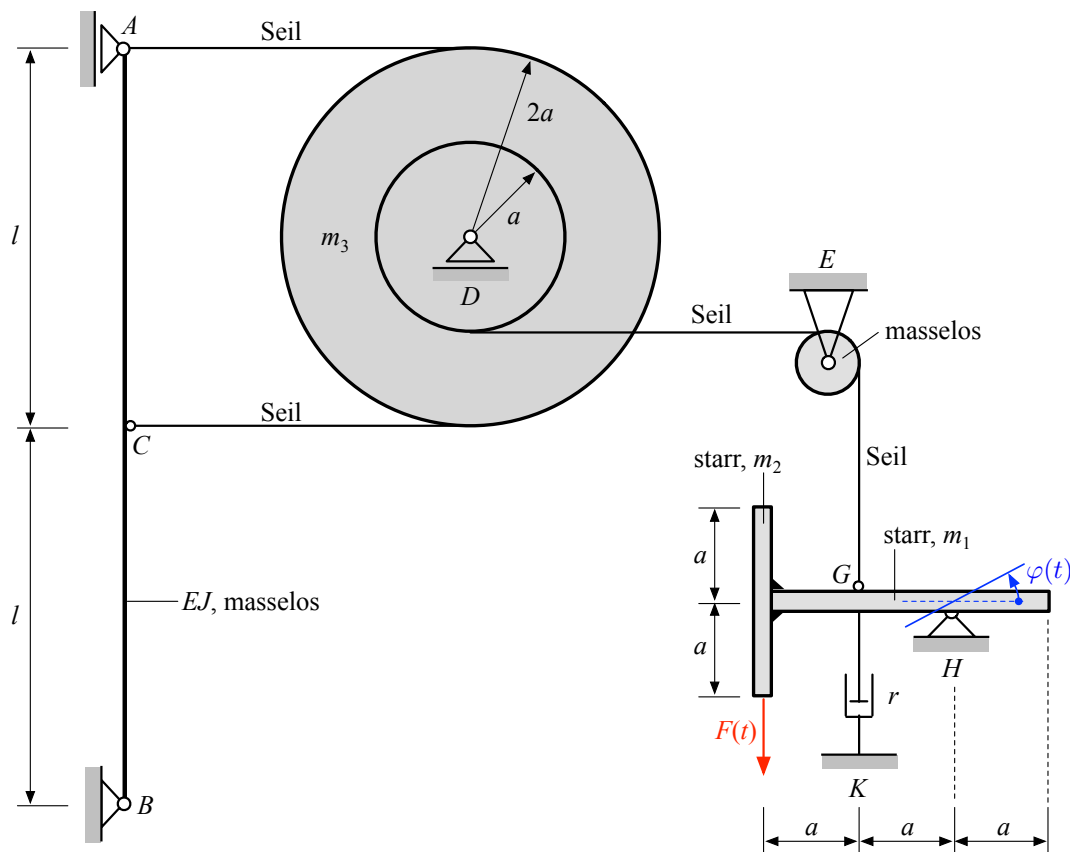
Gegeben:

Ebenes System in entspannter Federlage lt. Skizze:

- Starres T-Profil: Steg Masse m_1 , Länge $3a$; Flansch Masse m_2 , Länge $2a$
- Starre, masselose Umlenkrolle
- Starre, homogene Kreisscheibe: Innenradius a , Außenradius $2a$, Masse m_3
- Linear elastischer, masseloser Biegestab: Länge $2l$, Biegesteifigkeit EJ
- Geschwindigkeitsproportionaler Dämpfer: Dämpfungskonstante r
- Gewichtlose, ideale Seile, die auf den Scheiben reibungsfrei haften
- Krafterregung: Einzelkraft $F(t)$

Gesucht:

- 1) Anzahl der Freiheitsgrade
- 2) Ersetzen Sie den Biegestab AB im Punkt C durch eine lineare Feder mit der Steifigkeit k_{eff} und ermitteln Sie k_{eff} als Funktion von EJ und l mit Hilfe des *Mohrschen* Verfahrens
- 3) Bewegungsgleichung für kleine Schwingungen des Ersatzsystems in $\varphi(t)$ ($|\varphi(t)| \ll 1$) mit Hilfe des Schwerpunkt- und Drallsatzes
- 4) Statische Gleichgewichtslage φ_{stat}
- 5) Bewegungsgleichung für Schwingungen um die statische Gleichgewichtslage
- 6) Eigenkreisfrequenz ω für das ungedämpfte System ($r = 0$)



Lösung zum 1. Beispiel

1. Anzahl der Freiheitsgrade

1 FHG, $\varphi(t)$... Verdrehung des starren T-Profiles

2. Ersatzfedersteifigkeit

$$k_{eff} = \frac{6EJ}{l^3}$$

3. Bewegungsgleichung

$$\left(m_1 + \frac{13}{3}m_2 + \frac{2}{3}m_3\right) a\ddot{\varphi}(t) + ra\dot{\varphi}(t) + \frac{16}{9}k_{eff}a\varphi(t) = g\left(\frac{m_1}{2} + 2m_2\right) + 2F(t)$$

4. Statische Gleichgewichtslage

$$\varphi_{stat} = \frac{9}{16k_{eff}a}g\left(\frac{m_1}{2} + 2m_2\right)$$

5. Bewegungsgleichung für Schwingungen um die statische Gleichgewichtslage

$$\begin{aligned}\varphi(t) &= \varphi_{stat} + \varepsilon(t), \quad \dot{\varphi}(t) = \dot{\varepsilon}(t), \quad \ddot{\varphi}(t) = \ddot{\varepsilon}(t) \\ \left(m_1 + \frac{13}{3}m_2 + \frac{2}{3}m_3\right) a\ddot{\varepsilon}(t) + ra\dot{\varepsilon}(t) + \frac{16}{9}k_{eff}a\varepsilon(t) &= 2F(t)\end{aligned}$$

6. Eigenkreisfrequenz

$$\omega = \sqrt{\frac{16k_{eff}}{9\left(m_1 + \frac{13}{3}m_2 + \frac{2}{3}m_3\right)}}$$

2. Beispiel (8 Punkte)

Gegeben:

Ebenes System lt. Skizze (Längenmaß a)

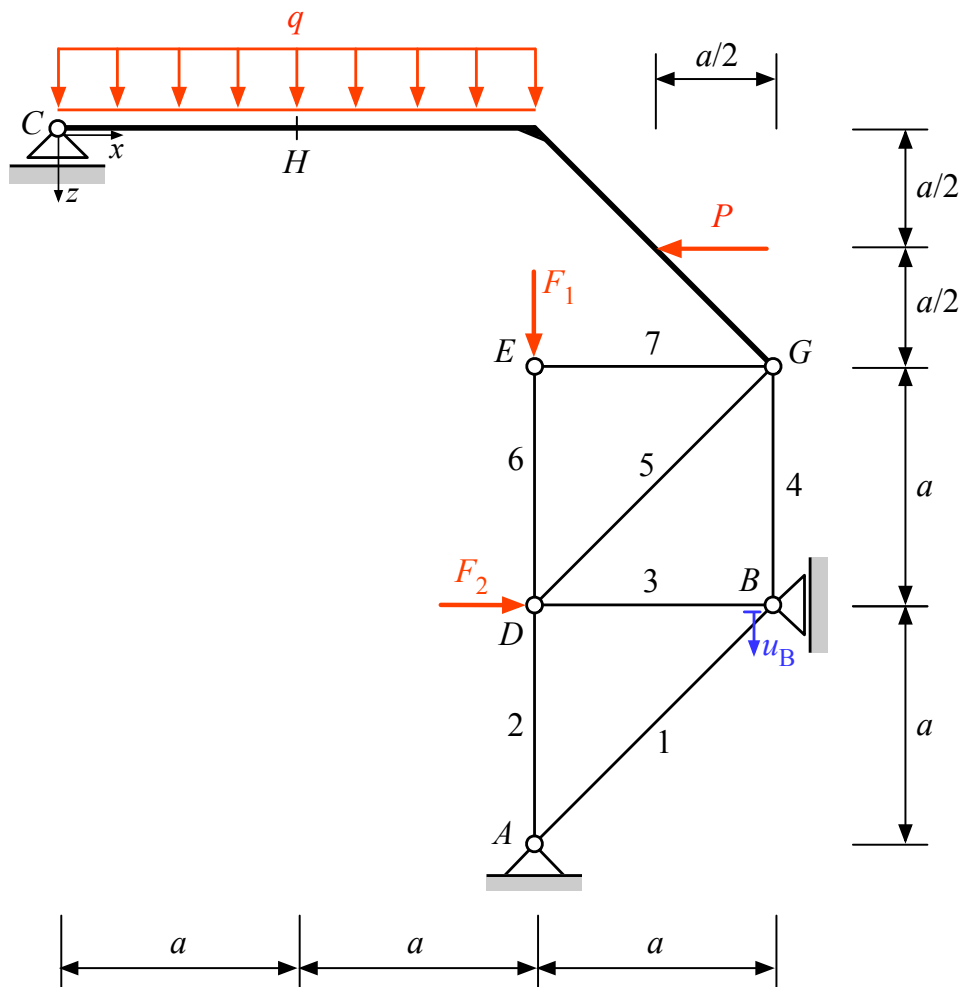
- Fachwerkstäbe 1 bis 7 der Dehnsteifigkeit EA
- Abgewinkelter starrer masseloser Stab CG

Belastung:

- Linienlast q
- Einzelkräfte F_1 , F_2 und P

Gesucht:

- 1) Auflagerreaktionen in A , B und C
- 2) Stabkräfte S_1 bis S_7 (mit Rundschnitt- oder Ritterschnittverfahren)
- 3) Vertikale Verschiebung u_B mit dem Satz von *Castigliano*
- 4) Stabkraft S_3 mit dem Prinzip der virtuellen Arbeit



Lösung zum 2. Beispiel

1. Auflagerreaktionen

$$\begin{aligned} A_V &= F_1 + \frac{2}{3}qa - \frac{1}{6}P + H \quad (+ \uparrow) & A_H &= \frac{2}{3}qa - \frac{7}{6}P + H \quad (\overset{\pm}{\rightarrow}) \\ B_H &= F_2 + \frac{2}{3}qa - \frac{13}{6}P + H \quad (\overset{\pm}{\leftarrow}) & C_V &= \frac{4}{3}qa + \frac{1}{6}P \quad (+ \uparrow) \end{aligned}$$

2. Stabkräfte

$$\begin{aligned} S_1 &= \sqrt{2} \left[-\frac{2}{3}qa + \frac{7}{6}P - H \right] & S_5 &= -\sqrt{2}P \\ S_2 &= -F_1 - P & S_6 &= -F_1 \\ S_3 &= -F_2 + P & S_7 &= 0 \\ S_4 &= -\frac{2}{3}qa + \frac{7}{6}P \end{aligned}$$

3. Vertikale Verschiebung des Knotens B

Für die Berechnung der vertikalen Verschiebung des Knotens B wird eine Hilfskraft H in Richtung von u_B angesetzt.

$$u_B = -\frac{2\sqrt{2}a}{EA} \left[-\frac{2}{3}qa + \frac{7}{6}P \right]$$

4. Stabkraft S_3 mittels PVA

$$S_3 = -F_2 + P$$

Polplan:

