Praktikum
Lineare Algebra 1
WS 2011/2012

Blatt 2

11. Oktober 2010

(1) Bestimmen Sie für $a \in \mathbb{N}$ und $b \in \mathbb{N}$ mit $b \geq 2$ die *Zifferndarstellung von a zur Basis b*, also die eindeutig bestimmten Zahlen $n \in \mathbb{N}$ und $z_0, z_1, \ldots z_n \in \mathbb{N}$ mit

- $a = z_0 b^0 + z_1 b^1 + \ldots + z_n b^n$
- $0 \leq z_0, z_1, \ldots, z_n < b$
- $z_n \neq 0$:

$a = 6317$ und $b = 2$
$a = 6317$ und $b = 10$
$a = 6317$ und $b = 16$.

(2) Ordnen Sie die folgenden rationalen Zahlen der Größe nach:
5/11, 6/11, 6/13, 7/13, 8/17, 11/23 .

(3) Zeigen Sie, daß für alle $k \geq 1$ folgende Beziehungen gelten :

$$\frac{1}{k(k+1)} = \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right) \quad \text{und} \quad \frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{k(k+1)} - \frac{1}{(k+1)(k+2)}\right).$$

(4) Zeigen Sie durch *vollständige Induktion*, daß für jede Zahl $q \in \mathbb{Q}$ mit $q \neq 1$ und jede Zahl $n \in \mathbb{N}$ die *Summenformel für endliche geometrische Reihen* gilt:

$$\sum_{k=0}^{n} q^k = 1 + q + q^2 + \ldots + q^n = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}.$$

Was bedeutet das für $q = 2$?

(5) Schreiben Sie die Summen

$$\sum_{k=1}^{5} \frac{1}{k(k+1)} \quad \text{und} \quad \sum_{k=1}^{5} \frac{1}{k(k+1)(k+2)}$$

ohne Verwendung des Summenzeichens an !