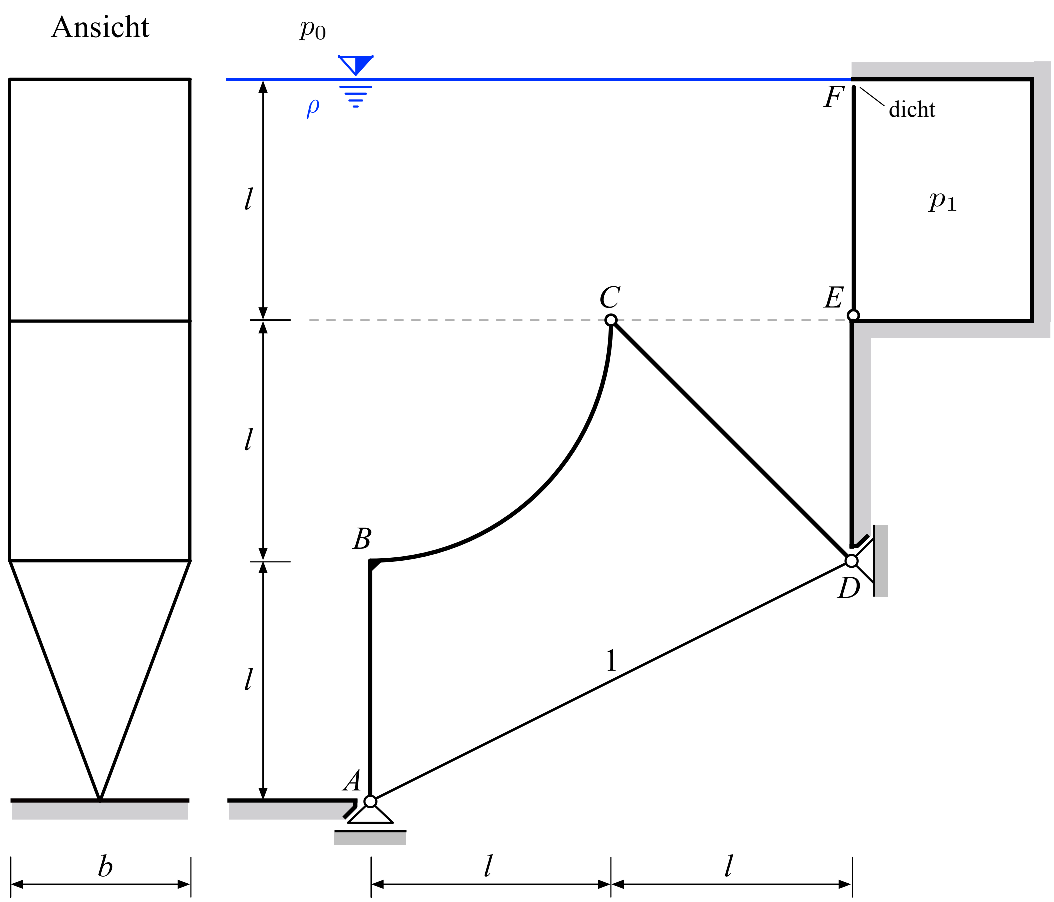
1. Beispiel (10 Punkte)

Gegeben:

- Mechanisches System lt. Skizze: Längenmaß l, Breite b
- Ebene Wände AB und CD
- Kreiszylindrisch gekrümmte Wand BC
- Ebene, rechteckförmige Klappe EF
- Pendelstütze 1
- Homogene, inkompressible, schwere Flüssigkeit der Dichte ρ
- Gasdruck $p_1 > p_0$, Gasüberdruck $p^* = p_1 - p_0$
- Referenzdruck p_0

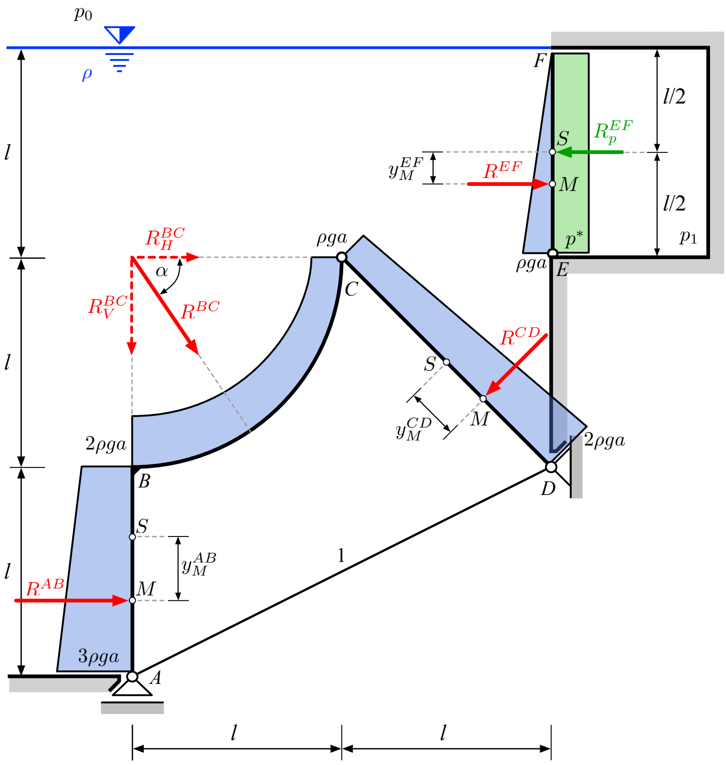
Gesucht:

1. Verlauf des Flüssigkeitsüberdrucks auf die Wände AB, BC, CD und auf die Klappe EF als auch der Verlauf des Gasüberdrucks p^* auf die Klappe EF (Skizze mit Werten)
2. Teilresultierende zufolge des Flüssigkeitsüberdrucks auf die Wände AB, BC und CD sowie die Teilresultierenden zufolge des Flüssigkeits- und Gasüberdrucks auf die Klappe EF
3. Lage der Wirkungslinien der Teilresultierenden (Skizze)
4. Der Gasüberdruck p^*, sodass die Klappe in der dargestellten Lage verbleibt
5. Moment im Punkt B mit dem Prinzip der virtuellen Arbeit (Skizze der Kinematik)



Lösung zum 1. Beispiel

1. Verlauf des Flüssigkeits- und Gasüberdrucks



2. Teilresultierende

Flüssigkeitsüberdruck:

$$R^{AB} = \frac{7}{6}\rho g l^2 b$$

$$R_H^{BC} = \frac{3}{2}\rho g l^2 b \qquad R_V^{BC} = \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)\rho g l^2 b \qquad R^{BC} = \sqrt{\frac{9}{4} + \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)^2}\rho g l^2 b$$

$$R^{CD} = \frac{3}{\sqrt{2}}\rho g l^2 b$$

$$R^{EF} = \frac{1}{2}\rho g l^2 b$$

Gasüberdruck:

$$R_p^{EF} = p^* l b$$

3. Lages der Wirkungslinien der Teilresultierenden

Wand AB:

$$y_M^{AB} = \frac{l}{42}$$

Wand BC:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{4+\pi}{6}\right)$$

Wand CD:

$$y_M^{CD} = \frac{l}{9\sqrt{2}}$$

Wand EF:

$$y_M^{EF} = \begin{array}{ll} \frac{l}{6} & \text{(Flüssigkeitsüberdruck)} \\ \frac{l}{2} & \text{(Gasüberdruck)} \end{array}$$

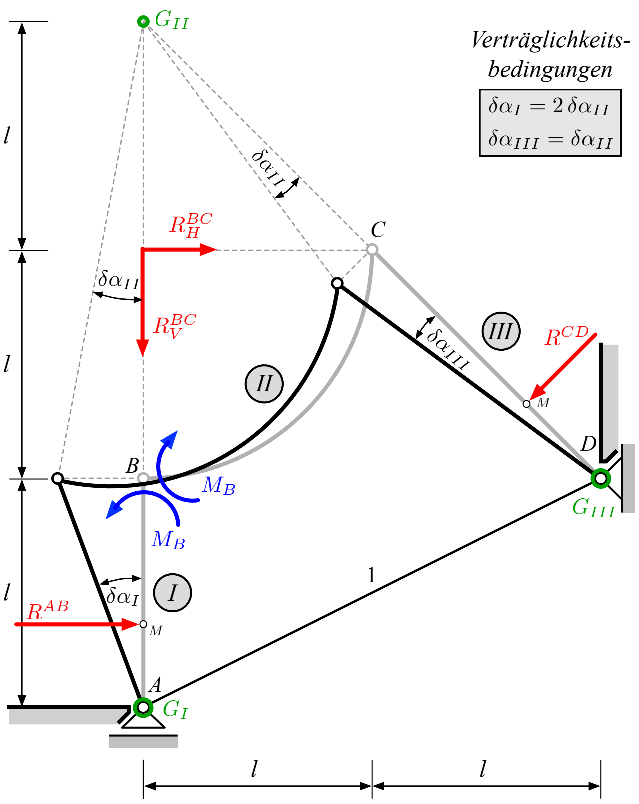
4. Gasüberdruck, sodass Klappe in dargestellter Lage verbleibt

$$p^* = \frac{1}{3}\rho g l$$

5. Moment im Punkt B (PVV)

$$M_B = \frac{5}{9}\rho g b l^3 \left(\overset{+}{\curvearrowleft}\ \overline{\text{AB}}\right)$$

Polplan:



2. Beispiel (10 Punkte)

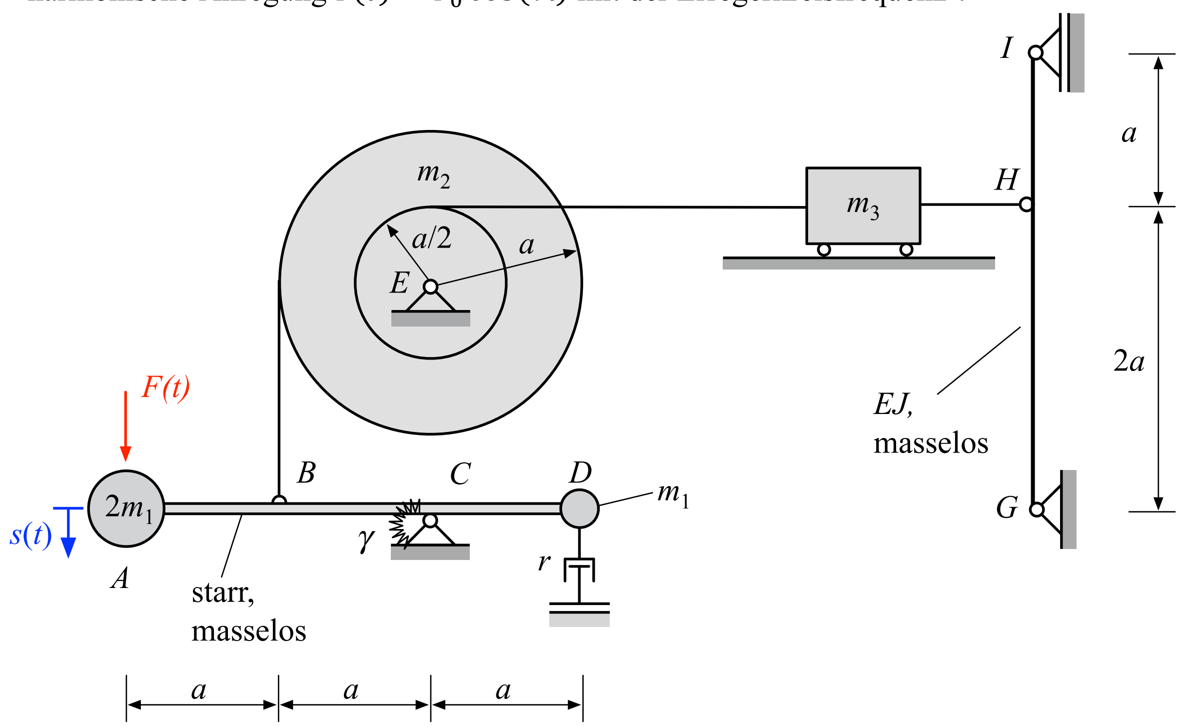
Gegeben:

Ebenes schwingungsfähiges System lt. Skizze in entspannter Federlage (Längenmaß a):

- Starrer masseloser Stab AD: Länge $3a$
- Punktmassen: $2m_1, m_1$ und m_3
- Starre homogene Kreisscheibe: Masse m_2, Innenradius $a/2$, Außenradius a
- Linear elastischer, masseloser Biegestab: Länge $3a$, Biegesteifigkeit EJ
- Linear elastische Feder: Drehfedersteifigkeit γ
- Geschwindigkeitsproportionaler Dämpfer: Dämpfungskonstante r
- Gewichtslose, ideale Seile, die auf den Scheiben reibungsfrei haften
- Kraftanregung: Kraft $F(t)$

Gesucht:

1. Effektive Federsteifigkeit k_{eff} des Biegestabs im Punkt H mit Hilfe des *Mohr*schen Verfahrens als Funktion von EJ und a
2. Anzahl der Freiheitsgrade des Ersatzsystems und mechanische Deutung der Lagekoordinate $s(t)$
3. Bewegungsgleichung des Systems für kleine Schwingungen, formuliert in $s(t)$, mit Hilfe des Schwerpunkt- und des Drallsatzes
4. Statische Gleichgewichtslage s_{stat} und Bewegungsgleichung für Schwingungen um die statische Gleichgewichtslage
5. Für das ungedämpfte System ($r = 0$):
   a) Eigenkreisfrequenz ω
   b) Maximales Moment in der Drehfeder in Punkt C im eingeschwungenen Zustand für die harmonische Anregung $F(t) = F_0 \cos(\nu t)$ mit der Erregerkreisfrequenz ν



Lösung zum 2. Beispiel

1. Effektive Federsteifigkeit

$$k_{\text{eff}} = \frac{9EJ}{4a^3}$$

2. Anzahl der Freiheitsgrade

1 FHG; LK: $s(t)$ ... Verschiebung im Punkt A

3. Bewegungsgleichung

$$\underbrace{\left(\frac{9}{2}m_1 + \frac{1}{4}m_2 + \frac{1}{8}m_3\right)}_{m^*}\ddot{s}(t) + \frac{1}{2}r\dot{s}(t) + \underbrace{\left(\frac{1}{2a^2}\gamma + \frac{1}{8}k_{\text{eff}}\right)}_{k^*}s(t) = 3m_1 g + 2F(t)$$

4. Bewegungsgleichung für Schwingungen um die statische Gleichgewichtslage

$$s_{\text{stat}} = \frac{3m_1 g}{k^*}$$

$$\left(\frac{9}{2}m_1 + \frac{1}{4}m_2 + \frac{1}{8}m_3\right)\ddot{\xi}(t) + \frac{1}{2}r\dot{\xi}(t) + \left(\frac{1}{2a^2}\gamma + \frac{1}{8}k_{\text{eff}}\right)\xi(t) = 2F(t)$$

5.a. Eigenkreisfrequenz

$$\omega = \sqrt{\frac{\frac{1}{2a^2}\gamma + \frac{1}{8}k_{\text{eff}}}{\frac{9}{2}m_1 + \frac{1}{4}m_2 + \frac{1}{8}m_3}}$$

5.b. Maximale Moment in der Drehfeder

$$M_{\max} = \frac{1}{2a}\gamma\left(s_{\text{stat}} + \frac{2F_0}{-v^2 m^* + k^*}\right)$$