

1. Beispiel (10 Punkte)

Gegeben:

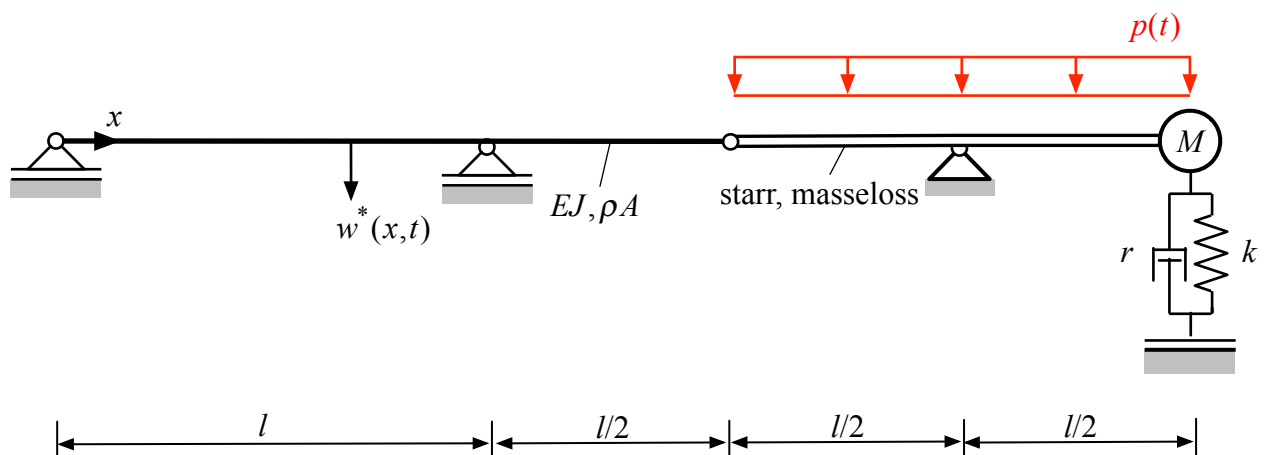
Ebenes schwingungsfähiges System lt. Skizze, welches sich in gezeichneter Lage im statischen Gleichgewicht befindet:

- Linear elastischer Balken: Länge $3l/2$, Biegesteifigkeit EJ , Masse pro Längeneinheit ρA
- Masseloser starrer Balken: Länge l
- Punktmasse M
- Kelvin-Voigt Element:
 - Linear elastische Feder mit der Federsteifigkeit k
 - Geschwindigkeitsproportionaler Dämpfer mit Dämpferkonstante r
- Gleichlast: $p(t)$

Gesucht:

1. Anzahl der Freiheitsgrade des Ersatzsystems bei Verwendung des *Ritzschen* Ansatzes für die Durchbiegung $w(x, t)$ des Balkens:

$$w^*(x, t) = q(t) \frac{4x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right), 0 \leq x \leq \frac{3l}{2}$$
2. Mechanische Deutung der Lagekoordinate(n)
3. Kinetische Energie, potentielle Energie und generalisierte Kräfte des Ersatzsystems
4. Bewegungsgleichung(en) des Ersatzsystems unter Verwendung des gegebenen *Ritzschen* Ansatzes mit Hilfe der *Lagrangeschen* Gleichungen
5. Eigenfrequenz(en) des Ersatzsystems



2. Beispiel (10 Punkte)

Gegeben:

Ein Pendel (starrer Stab, Masse m und Länge l) fällt aus der horizontalen Ruhelage auf eine Punktmasse M lt. Skizze. Danach gleitet die Punktmasse auf einer reibungsfreien Fläche und stößt ein ebenes schwingungsfähiges System lt. Skizze, welches sich in gezeichneter Lage unter Eigengewicht im statischen Gleichgewicht befindet:

- Linear elastischer Balken: Länge $2l$, Biegesteifigkeit EJ , Masse pro Längeneinheit ρA
- Starrer Stab: Länge l , Masse m

Gesucht:

6. Geschwindigkeit $\dot{\alpha}$ des Pendels unmittelbar vor dem Stoß auf die Punktmasse M
7. Geschwindigkeit $\dot{\alpha}'$ des Pendels und Geschwindigkeit v' der Punktmasse unmittelbar nach dem vollkommen **elastischen** Stoß
8. Bestimmung der Geschwindigkeiten v'' und \dot{q}' mit Hilfe der **Lagrangeschen Stoßgleichungen** für einen vollkommen **unelastischen** Stoß zwischen der Punktmasse und dem Balken unter der Annahme der folgenden Geschwindigkeitsverteilung im linear elastischen Balken unmittelbar nach dem Stoß:

$$0 \leq x \leq 2l : \dot{w}'(x, t) = \dot{q}' \varphi(x), \varphi(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{2l}\right)$$

9. Bestimmungsgleichung für die Umkehrlagen q_u mit Hilfe des Verformungsansatzes für die Durchbiegung des elastischen Balkens: $w^*(x, t) = q(t)\varphi(x)$

