Beispiel (20 Punkte)

Gegeben:

Ebenes System lt. Skizze (Längenmaß a):

- Gewichtslose Biegestäbe *AD* und *EB*
- Homogener, gewichtsbehafteter Biegestab *CDE* (Querschnittsfläche A, Dichte ρ)

Belastung:

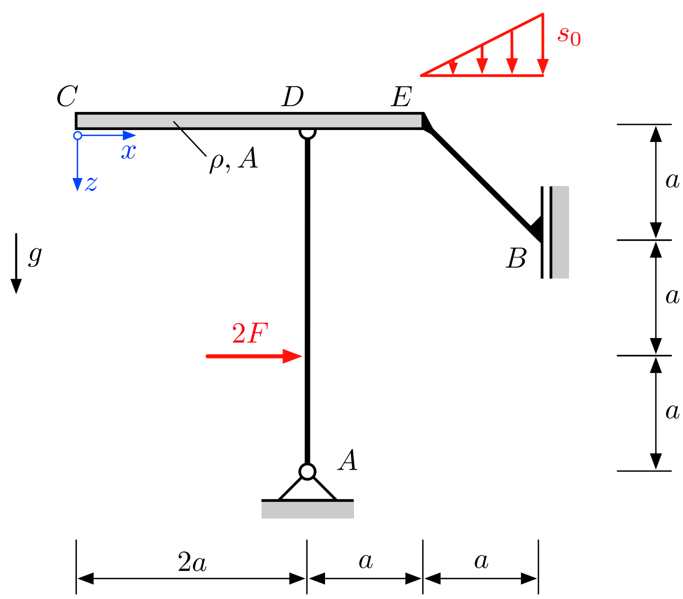
- Eigengewicht des Biegestabs *CDE* (Fallbeschleunigung g)
- Einzelkraft $2F$
- Dreieckslast im Bereich *EB* mit dem Maximalwert s_0 in B

Gesucht:

1. Überprüfung der statischen Bestimmtheit der Lagerung (*nachvollziehbare Berechnung*)
2. Auflagerreaktionen in A und B als Funktion der gegebenen Belastung s_0 und F, des Eigengewichts pro Längeneinheit $\rho g A$ und der Länge a (*positive Richtung in einer Skizze festlegen*)
3. Gelenkskraftkomponenten in D als Funktion von s_0, F, $\rho g A$ und a (*positive Richtung im freigeschnittenen Modell festlegen*)
4. Verläufe für die Normalkraft, die Querkraft und das Biegemoment im Stab *CDE* als Funktion von s_0, F, $\rho g A$, a und x

Substituieren Sie nur für die 5. Teilaufgabe: $\rho g A = s_0$ und $F = s_0 a$

5. Qualitativ und quantitativ richtige grafische Darstellung von Normalkraft, Querkraft und Biegemoment im Stab *CDE* mit Angabe der jeweiligen Werte in den Punkten C, D und E



Lösung

1. Überprüfung der statischen Bestimmtheit der Lagerung

$$f = 3n - r - \nu = 0 \text{ mit } n = 2,\ r = 4 \text{ und } \nu = 2$$

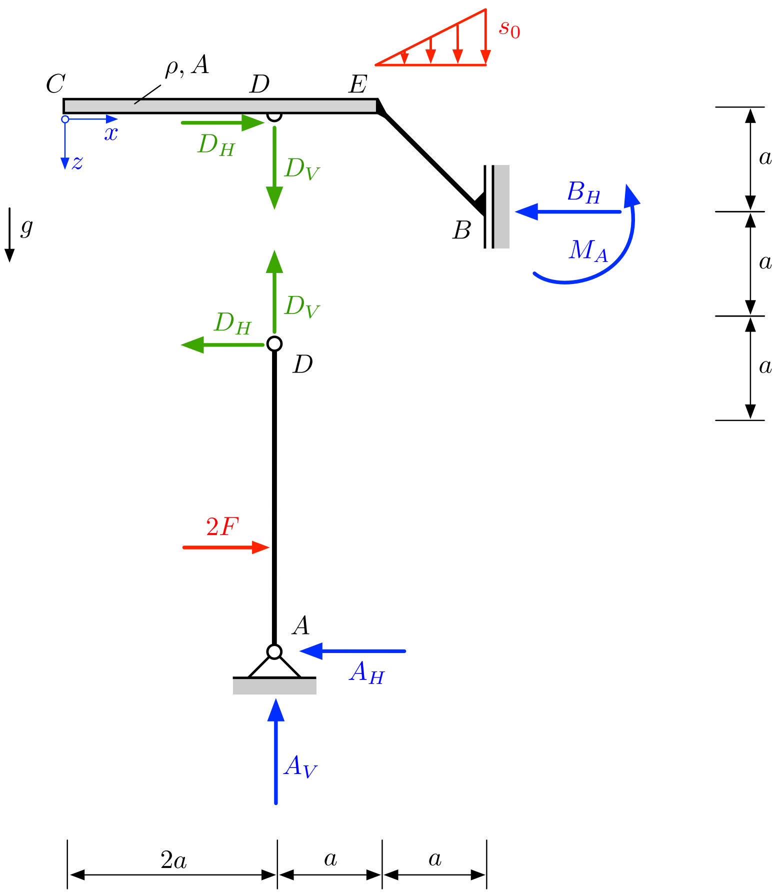
2. Auflagerreaktionen

$$A_H = \frac{4}{3}F \qquad A_V = \left(3\rho g A + \frac{s_0}{2}\right)a$$

$$B_H = \frac{2}{3}F \qquad M_B = \left(-\frac{3}{2}\rho g A a + \frac{5}{6}s_0 a + \frac{2}{3}F\right)a$$

3. Gelenkskraftkomponenten

$$D_H = \frac{2}{3}F \qquad D_V = \left(-3\rho g A - \frac{1}{2}s_0\right)a$$



4. Schnittgrößenverläufe

Schnittgrößenverläufe für den Biegestab CD $(0 \leq x \leq 2a)$:

$$N(x) = 0 \qquad (1.1)$$

$$Q(x) = -\rho g A x \qquad (1.2)$$

$$M(x) = -\rho g A \frac{x^2}{2} \qquad (1.3)$$

Schnittgrößenverläufe für den Biegestab DE $(2l \leq x \leq 3l)$:

$$N(x) = -\frac{2}{3}F \qquad (2.1)$$

$$Q(x) = \left(3\rho g A + \frac{1}{2}s_0\right)a - \rho g A x \qquad (2.2)$$

$$M(x) = (-6\rho g A - s_0)\,a^2 + \left(3\rho g A + \frac{1}{2}s_0\right)a x - \rho g A \frac{x^2}{2} \qquad (2.3)$$

5. Grafische Darstellung der Schnittgrößenverläufe

Dazu wird $\rho g A$ bzw. F in (1.2), (1.3), (2.1), (2.2) und (2.3) durch s_0 bzw. $s_0 a$ substituiert: