

# Orthonormalsysteme im $L^2$

Bekannt sind die üblichen Fourierreihen auf Basis der komplexen Exponentialfunktion beziehungsweise der Winkelfunktionen für das Standardintervall  $[-\pi, \pi]$ . (Durch Normierung kann natürlich auch jedes andere kompakte Intervall gewählt werden.)

Die Reihe konvergiert bekanntlich im Hilbertraum  $L^2$ .

Davon ausgehend können folgende Fragen untersucht werden:

- Was lässt sich sagen über punktweise oder gleichmäßige Konvergenz der Fourierreihe? (z.B. Gibbs-Phänomen)
- Welche anderen Orthonormalsysteme lassen sich finden, und wie sieht es dort mit diesen angeführten Konvergenzfragen aus? (Orthonormalpolynome, Rodriguez-Formeln, Differentialgleichungen 2. Ordnung, etc.). Insbesondere hängt die Frage auch mit der Wahl eines Maßes zusammen.
- Wie lassen sich die Ergebnisse auf geeignete Mengen im  $\mathbb{R}^m$  verallgemeinern?