Wieviel Fachkompetenz brauchen MathematiklehrerInnen ?

Zur gesellschaftspolitischen Relevanz des Mathematikunterrichts.

Franz Pauer

Institut für Fachdidaktik und Institut für Mathematik

Universität Innsbruck

31. Oktober 2018

Bildungsziele einst und jetzt

- Einführung der Schulpflicht (18. Jhd.) für den Bedarf eines autoritären Systems

Bildungsziele einst und jetzt

- Einführung der Schulpflicht (18. Jhd.) für den Bedarf eines autoritären Systems
- Ziel damals: einige Fertigkeiten und Kenntnisse vermitteln, die auf Zuruf ausgeführt werden.

Bildungsziele einst und jetzt

- Einführung der Schulpflicht (18. Jhd.) für den Bedarf eines autoritären Systems
- Ziel damals: einige Fertigkeiten und Kenntnisse vermitteln, die auf Zuruf ausgeführt werden.
- Heute (21. Jhd.): Schule für eine demokratische Gesellschaft

Bildungsziele einst und jetzt

- Einführung der Schulpflicht (18. Jhd.) für den Bedarf eines autoritären Systems
- Ziel damals: einige Fertigkeiten und Kenntnisse vermitteln, die auf Zuruf ausgeführt werden.
- Heute (21. Jhd.): Schule für eine demokratische Gesellschaft
- Lehrplan AHS und NMS, allgemeines Bildungsziel: Der Unterricht hat aktiv zu einer den Menschenrechten verpflichteten Demokratie beizutragen. Urteils- und Kritikfähigkeit sowie Entscheidungs- und Handlungskompetenzen sind zu fördern.

Einige Bildungsziele des Mathematikunterrichts

- Lehrplan Mathematik AHS-Oberstufe: Im Mathematikunterricht soll verständnisvolles Lernen als individueller, aktiver und konstruktiver Prozess im Vordergrund stehen. . . . Einzelne Inhalte und Probleme sind aus verschiedenen Blickwinkeln zu sehen und aus verschiedenen Richtungen zu beleuchten.

Einige Bildungsziele des Mathematikunterrichts

- Lehrplan Mathematik AHS-Oberstufe: Im Mathematikunterricht soll verständnisvolles Lernen als individueller, aktiver und konstruktiver Prozess im Vordergrund stehen. ... Einzelne Inhalte und Probleme sind aus verschiedenen Blickwinkeln zu sehen und aus verschiedenen Richtungen zu beleuchten.
- Lehrplan Mathematik AHS-Unterstufe und NMS: Die Schülerinnen und Schüler sollen in Verfolgung entsprechender Lernziele produktives geistiges Arbeiten, Argumentieren und exaktes Arbeiten, kritisches Denken, Darstellen und Interpretieren als mathematische Grundtätigkeiten durchführen.

Einige Bildungsziele des Mathematikunterrichts

- Lehrplan Mathematik AHS-Oberstufe: Im Mathematikunterricht soll verständnisvolles Lernen als individueller, aktiver und konstruktiver Prozess im Vordergrund stehen. ... Einzelne Inhalte und Probleme sind aus verschiedenen Blickwinkeln zu sehen und aus verschiedenen Richtungen zu beleuchten.
- Lehrplan Mathematik AHS-Unterstufe und NMS: Die Schülerinnen und Schüler sollen in Verfolgung entsprechender Lernziele produktives geistiges Arbeiten, Argumentieren und exaktes Arbeiten, kritisches Denken, Darstellen und Interpretieren als mathematische Grundtätigkeiten durchführen.
- Lehrplan HAK: ... verfügen die Schülerinnen und Schüler über die Kompetenz, ...
eine aktive und verantwortungsbewusste Rolle als Unternehmerin und Unternehmer, als Arbeitnehmerin und Arbeitnehmer oder als Konsumentin und Konsument einzunehmen,...
aufgabenorientiert selbstständig und im Team zu arbeiten, ...

AbsolventInnen des Lehramtsstudiums mit Unterrichtsfach Mathematik

- sind in der Lage, jenen Teil der Mathematik, den sie in der Schule unterrichten, einfach und verständlich zu erklären und gut zu motivieren. Man kann aber nur das einfach und verständlich erklären, was man selber sehr gut verstanden und durchdacht hat (wenn man sich in diesem Bereich also „wie der Fisch im Wasser“ fühlt).

AbsolventInnen des Lehramtsstudiums mit Unterrichtsfach Mathematik

- sind in der Lage, jenen Teil der Mathematik, den sie in der Schule unterrichten, einfach und verständlich zu erklären und gut zu motivieren. Man kann aber nur das einfach und verständlich erklären, was man selber sehr gut verstanden und durchdacht hat (wenn man sich in diesem Bereich also „wie der Fisch im Wasser“ fühlt).
- Die Lehrpersonen mssen in der Lage sein, alle Unterrichtsinhalte zu begründen und kritische Fragen zu deren Sinn qualifiziert zu beantworten.

AbsolventInnen des Lehramtsstudiums mit Unterrichtsfach Mathematik

- sind in der Lage, jenen Teil der Mathematik, den sie in der Schule unterrichten, einfach und verständlich zu erklären und gut zu motivieren. Man kann aber nur das einfach und verständlich erklären, was man selber sehr gut verstanden und durchdacht hat (wenn man sich in diesem Bereich also „wie der Fisch im Wasser“ fühlt).
- Die Lehrpersonen mssen in der Lage sein, alle Unterrichtsinhalte zu begründen und kritische Fragen zu deren Sinn qualifiziert zu beantworten.
- Sie müssen ihren Unterricht selbständig planen knnen und in der Lage sein, sich bei Lehrplanänderungen auch neue Inhalte selbständig erarbeiten zu können.

AbsolventInnen des Lehramtsstudiums mit Unterrichtsfach Mathematik

- sind in der Lage, jenen Teil der Mathematik, den sie in der Schule unterrichten, einfach und verständlich zu erklären und gut zu motivieren. Man kann aber nur das einfach und verständlich erklären, was man selber sehr gut verstanden und durchdacht hat (wenn man sich in diesem Bereich also „wie der Fisch im Wasser" fühlt).
- Die Lehrpersonen mssen in der Lage sein, alle Unterrichtsinhalte zu begründen und kritische Fragen zu deren Sinn qualifiziert zu beantworten.
- Sie müssen ihren Unterricht selbständig planen knnen und in der Lage sein, sich bei Lehrplanänderungen auch neue Inhalte selbständig erarbeiten zu können.
- Die Lehrpersonen mssen in der Lage sein, fr Mathematik und ihre Anwendungen Interesse zu wecken, n¨tzliche Fertigkeiten fr die Berufs-und Arbeitswelt zu vermitteln und sachliches und vorurteilsfreies Denken zu schulen.

AbsolventInnen des Lehramtsstudiums mit Unterrichtsfach Mathematik

- sind in der Lage, jenen Teil der Mathematik, den sie in der Schule unterrichten, einfach und verständlich zu erklären und gut zu motivieren. Man kann aber nur das einfach und verständlich erklären, was man selber sehr gut verstanden und durchdacht hat (wenn man sich in diesem Bereich also „wie der Fisch im Wasser“ fühlt).
- Die Lehrpersonen mssen in der Lage sein, alle Unterrichtsinhalte zu begründen und kritische Fragen zu deren Sinn qualifiziert zu beantworten.
- Sie müssen ihren Unterricht selbständig planen knnen und in der Lage sein, sich bei Lehrplanänderungen auch neue Inhalte selbständig erarbeiten zu können.
- Die Lehrpersonen mssen in der Lage sein, fr Mathematik und ihre Anwendungen Interesse zu wecken, n¨tzliche Fertigkeiten fr die Berufs-und Arbeitswelt zu vermitteln und sachliches und vorurteilsfreies Denken zu schulen.
- ...

Zuerst genau hinhören und hinsehen, dann urteilen und handeln

- Aufgabe 1: Zwei Kilogramm Äpfel kosten 4 Euro. Wieviel kosten 3 Kilogramm Äpfel?

Zuerst genau hinhören und hinsehen, dann urteilen und handeln

- Aufgabe 1: Zwei Kilogramm Äpfel kosten 4 Euro. Wieviel kosten 3 Kilogramm Äpfel?
- Aufgabe 2: Im Obstgeschäft kauft Herr Meier ein Kilogramm Äpfel um 2 Euro. Zwei Tage später fährt er mit einem Lastwagen zu einem Obstbauern und kauft eine Tonne derselben Sorte Äpfel. Wieviel muss er dafür bezahlen?

Zuerst genau hinhören und hinsehen, dann urteilen und handeln

- Aufgabe 1: Zwei Kilogramm Äpfel kosten 4 Euro. Wieviel kosten 3 Kilogramm Äpfel?
- Aufgabe 2: Im Obstgeschäft kauft Herr Meier ein Kilogramm Äpfel um 2 Euro. Zwei Tage später fährt er mit einem Lastwagen zu einem Obstbauern und kauft eine Tonne derselben Sorte Äpfel. Wieviel muss er dafür bezahlen?
- Keine Antwort möglich, wenn der Zusammenhang zwischen Preis und Masse der Äpfel nicht bekannt ist.

Zuerst genau hinhören und hinsehen, dann urteilen und handeln

- Aufgabe 1: Zwei Kilogramm Äpfel kosten 4 Euro. Wieviel kosten 3 Kilogramm Äpfel?
- Aufgabe 2: Im Obstgeschäft kauft Herr Meier ein Kilogramm Äpfel um 2 Euro. Zwei Tage später fährt er mit einem Lastwagen zu einem Obstbauern und kauft eine Tonne derselben Sorte Äpfel. Wieviel muss er dafür bezahlen?
- Keine Antwort möglich, wenn der Zusammenhang zwischen Preis und Masse der Äpfel nicht bekannt ist.
- Wenn im Obstgeschäft die Aktion „Nimm drei, zahl zwei“ läuft, kosten 3 Kilogramm Äpfel 4 Euro.

Zuerst genau hinhören und hinsehen, dann urteilen und handeln

- Aufgabe 1: Zwei Kilogramm Äpfel kosten 4 Euro. Wieviel kosten 3 Kilogramm Äpfel?
- Aufgabe 2: Im Obstgeschäft kauft Herr Meier ein Kilogramm Äpfel um 2 Euro. Zwei Tage später fährt er mit einem Lastwagen zu einem Obstbauern und kauft eine Tonne derselben Sorte Äpfel. Wieviel muss er dafür bezahlen?
- Keine Antwort möglich, wenn der Zusammenhang zwischen Preis und Masse der Äpfel nicht bekannt ist.
- Wenn im Obstgeschäft die Aktion „Nimm drei, zahl zwei“ läuft, kosten 3 Kilogramm Äpfel 4 Euro.
- Jeder Händler weiß, dass Herr Meier sicher viel weniger als 2000 Euro zahlen wird.

Zuerst genau hinhören und hinsehen, dann urteilen und handeln!

- Für ein steuerpflichtiges Einkommen von 25 000 Euro im Jahr 2017 zahlt man 4 100 Euro Steuer. Wie hoch ist die Steuer für ein steuerpflichtiges Einkommen von 50 000 Euro im Jahr 2017?

Zuerst genau hinhören und hinsehen, dann urteilen und handeln!

- Für ein steuerpflichtiges Einkommen von 25 000 Euro im Jahr 2017 zahlt man 4 100 Euro Steuer. Wie hoch ist die Steuer für ein steuerpflichtiges Einkommen von 50 000 Euro im Jahr 2017?
- 14 280 Euro (mehr als dreimal so viel wie für die Hälfte)

Zuerst genau hinhören und hinsehen, dann urteilen und handeln!

- Für ein steuerpflichtiges Einkommen von 25 000 Euro im Jahr 2017 zahlt man 4 100 Euro Steuer. Wie hoch ist die Steuer für ein steuerpflichtiges Einkommen von 50 000 Euro im Jahr 2017?
- 14 280 Euro (mehr als dreimal so viel wie für die Hälfte)
- Zur Beantwortung der Frage ist „ExpertInnenwissen“ nötig: Welcher Zusammenhang besteht zwischen Einkommen und Steuer?
  Die Funktion „Steuer“ ordnet jedem Einkommen die entsprechende Steuer zu.

Zuerst genau hinhören und hinsehen, dann urteilen und handeln!

- Für ein steuerpflichtiges Einkommen von 25 000 Euro im Jahr 2017 zahlt man 4 100 Euro Steuer. Wie hoch ist die Steuer für ein steuerpflichtiges Einkommen von 50 000 Euro im Jahr 2017?
- 14 280 Euro (mehr als dreimal so viel wie für die Hälfte)
- Zur Beantwortung der Frage ist „ExpertInnenwissen“ nötig: Welcher Zusammenhang besteht zwischen Einkommen und Steuer?
  Die Funktion „Steuer“ ordnet jedem Einkommen die entsprechende Steuer zu.
- Beschreibung dieser Funktion: keine Steuer für 0 bis 11 000, 11 000 bis 18 000: 25 Prozent, 18 000 bis 31 000: 35 Prozent,

Zuerst genau hinhören und hinsehen, dann urteilen und handeln!

- Für ein steuerpflichtiges Einkommen von 25 000 Euro im Jahr 2017 zahlt man 4 100 Euro Steuer. Wie hoch ist die Steuer für ein steuerpflichtiges Einkommen von 50 000 Euro im Jahr 2017?
- 14 280 Euro (mehr als dreimal so viel wie für die Hälfte)
- Zur Beantwortung der Frage ist „ExpertInnenwissen“ nötig: Welcher Zusammenhang besteht zwischen Einkommen und Steuer?
  Die Funktion „Steuer“ ordnet jedem Einkommen die entsprechende Steuer zu.
- Beschreibung dieser Funktion: keine Steuer für 0 bis 11 000, 11 000 bis 18 000: 25 Prozent, 18 000 bis 31 000: 35 Prozent,
- 31 000 bis 60 000: 42 Prozent, 60 000 bis 90 000: 48 Prozent, 90 000 bis 1 000 000: 50 Prozent, darüber 55 Prozent.

Vorurteilsfrei denken

- Setze die Buchstabenreihe fort: c,d,e,f,g,...

Vorurteilsfrei denken

- Setze die Buchstabenreihe fort: c,d,e,f,g,...
- Antwort der Klavierschülerin: c,d,e,f,g,a,...

Vorurteilsfrei denken

- Setze die Buchstabenreihe fort: c,d,e,f,g,...
- Antwort der Klavierschülerin: c,d,e,f,g,a,...
- Antwort im Deutschunterricht: c,d,e,f,g,h, ...

Vorurteilsfrei denken

- Setze die Buchstabenreihe fort: c,d,e,f,g,...
- Antwort der Klavierschülerin: c,d,e,f,g,a,...
- Antwort im Deutschunterricht: c,d,e,f,g,h, ...
- Setze die Zahlenreihe fort: 1,2,3,...

Vorurteilsfrei denken

- Setze die Buchstabenreihe fort: c,d,e,f,g,...
- Antwort der Klavierschülerin: c,d,e,f,g,a,...
- Antwort im Deutschunterricht: c,d,e,f,g,h, ...
- Setze die Zahlenreihe fort: 1,2,3,...
- Antwort des Walzertänzers: 1,2,3,1,2,3,...

Vorurteilsfrei Denken

Beispiel:
$f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$

- $f(28) = 14$, $f(16) = 8$, $f(8) = 4$, $f(20) = ?$

Vorurteilsfrei Denken

Beispiel:
$f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$

- $f(28) = 14$, $f(16) = 8$, $f(8) = 4$, $f(20) =?$
- Richtige Antwort: $f(20) = 7$

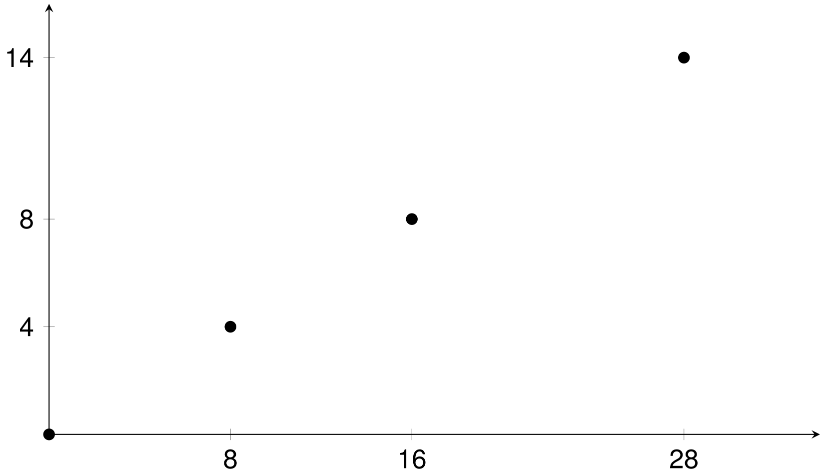
Vorurteilsfrei Denken

Beispiel:
$f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$

- $f(28) = 14$, $f(16) = 8$, $f(8) = 4$, $f(20) =?$
- Richtige Antwort: $f(20) = 7$
- $f(n)$ ist die Anzahl der Buchstaben des deutschen Wortes für die Zahl n.

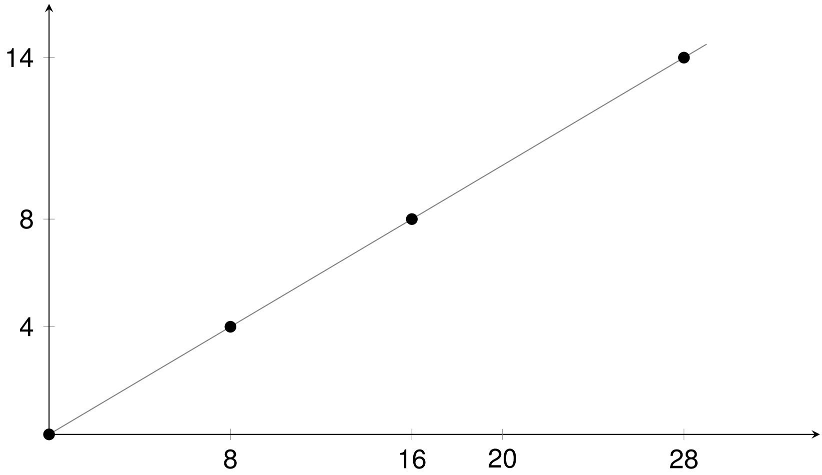
Zum vorurteilsfreien Denken anleiten

$f(28) = 14$, $f(16) = 8$, $f(8) = 4$, $f(20) = ?$



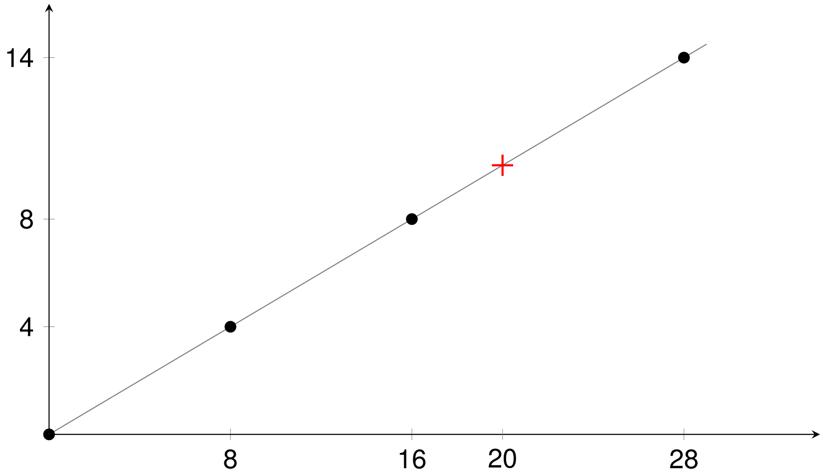
Zum vorurteilsfreien Denken anleiten

$f(28) = 14$, $f(16) = 8$, $f(8) = 4$, $f(20) =?$



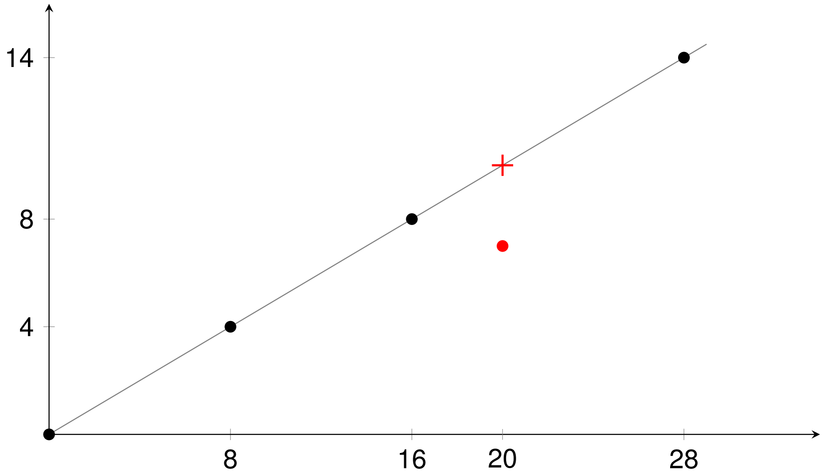
Zum vorurteilsfreien Denken anleiten

$f(28) = 14$, $f(16) = 8$, $f(8) = 4$, $f(20) = ?$



Zum vorurteilsfreien Denken anleiten

$f(28) = 14$, $f(16) = 8$, $f(8) = 4$, $f(20) = ?$



Vorurteilsfrei Denken

Ist die „Fortsetzung von Zahlenfolgen“ in diversen Tests sinnvoll?

Beispiel:
„Bilde für alle positiven natürlichen Zahlen n das Produkt der fünf Vorgänger (n-1)(n-2)... (n-5) und addiere dann n“ ergibt

- die Folge $1, 2, 3, 4, 5, ...$

Vorurteilsfrei Denken

Ist die „Fortsetzung von Zahlenfolgen“ in diversen Tests sinnvoll?

Beispiel:
„Bilde für alle positiven natürlichen Zahlen n das Produkt der fünf Vorgänger (n-1)(n-2)... (n-5) und addiere dann n“ ergibt

- die Folge $1, 2, 3, 4, 5, ...$
- oder, ausführlicher geschrieben, $1, 2, 3, 4, 5, 126, 727, 2528, ..., (n-1)(n-2)...(n-5) + n, ...$

Vorurteilsfrei Denken

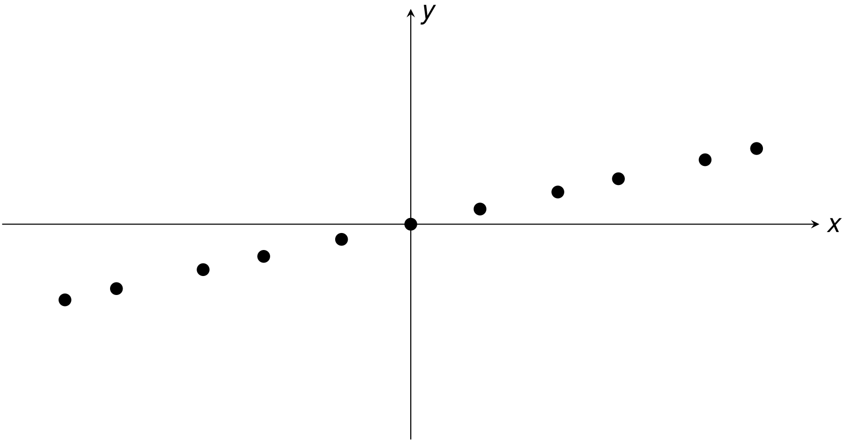
Ist die „Fortsetzung von Zahlenfolgen“ in diversen Tests sinnvoll?

Beispiel:
„Bilde für alle positiven natürlichen Zahlen n das Produkt der fünf Vorgänger (n-1)(n-2)... (n-5) und addiere dann n“ ergibt

- die Folge $1, 2, 3, 4, 5, ...$
- oder, ausführlicher geschrieben,
  $1, 2, 3, 4, 5, 126, 727, 2528, ..., (n-1)(n-2)...(n-5) + n, ...$
- Bei solchen Tests wird nicht Intelligenz überprüft, sondern ob jemand so wie die meisten denkt.

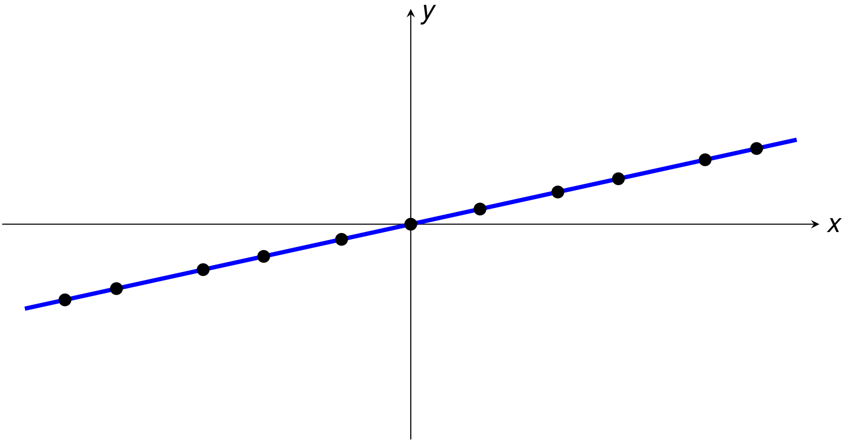
Vorurteilsfrei Denken

Lineare Regression?



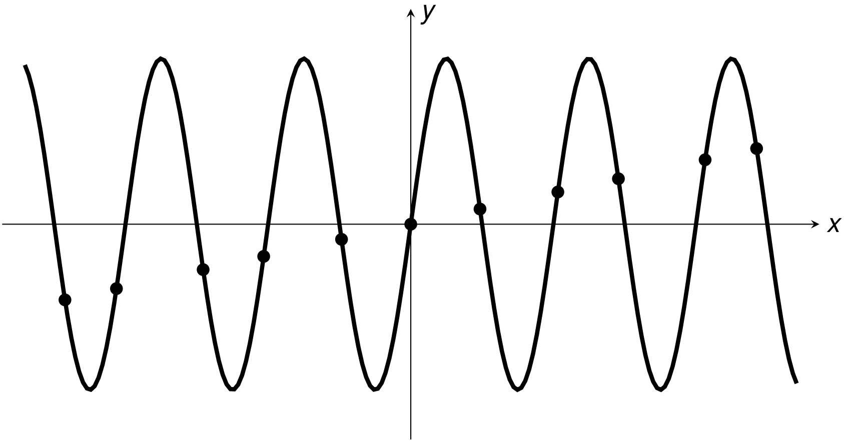
Vorurteilsfrei Denken

Lineare Regression?



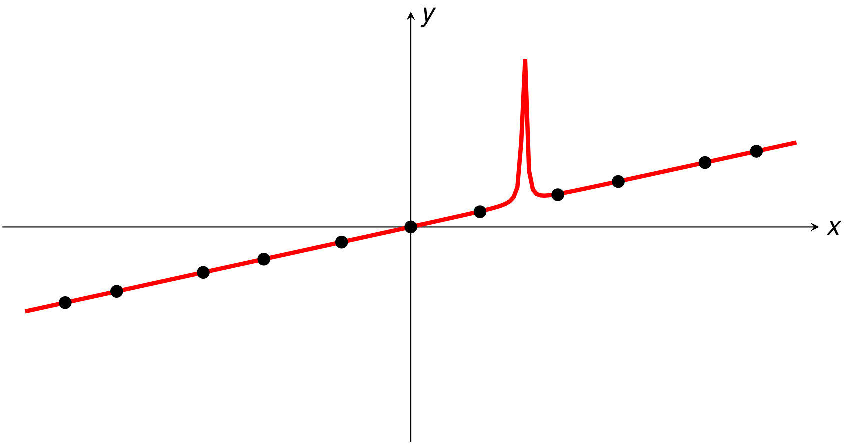
Vorurteilsfrei Denken

Lineare Regression?



Vorurteilsfrei Denken

Lineare Regression?



Klar und genau denken, verständlich und präzise sprechen

- Mache den Nenner wurzelfrei!

$$\frac{2\sqrt{5}+7}{3\sqrt{5}-2}$$

Klar und genau denken, verständlich und präzise sprechen

- Mache den Nenner wurzelfrei!

$$\frac{2\sqrt{5}+7}{3\sqrt{5}-2}$$

- Einfachste Lösung:

Klar und genau denken, verständlich und präzise sprechen

- Mache den Nenner wurzelfrei!

$$\frac{2\sqrt{5}+7}{3\sqrt{5}-2}$$

- Einfachste Lösung:
- $$\frac{\left(\frac{2\sqrt{5}+7}{3\sqrt{5}-2}\right)}{1}$$

Klar und genau denken, verständlich und präzise sprechen

- Mache den Nenner wurzelfrei!

$$\frac{2\sqrt{5}+7}{3\sqrt{5}-2}$$

- Einfachste Lösung:
-
$$\frac{\left(\frac{2\sqrt{5}+7}{3\sqrt{5}-2}\right)}{1}$$
- Oder: $2,436626815$ $(= \frac{2436626815}{10^9})$

Klar und genau denken, verständlich und präzise sprechen

- Mache den Nenner wurzelfrei!

$$\frac{2\sqrt{5}+7}{3\sqrt{5}-2}$$

- Einfachste Lösung:
- $$\frac{\left(\frac{2\sqrt{5}+7}{3\sqrt{5}-2}\right)}{1}$$
- Oder: $2,436626815$ $(= \frac{2436626815}{10^9})$
- Klare Formulierung der Aufgabe: Berechne rationale Zahlen a und b so, dass

$$\frac{2\sqrt{5}+7}{3\sqrt{5}-2} = a\sqrt{5}+b \text{ ist.}$$

Klar und genau denken, verständlich und präzise sprechen

- Studierende im ersten Semester wissen aus der Schule noch die Summen- und Produktregel des Differenzierens:

$$(f+g)' = f' + g' \quad \text{und} \quad (f.g)' = f'.g + f.g'$$

Klar und genau denken, verständlich und präzise sprechen

- Studierende im ersten Semester wissen aus der Schule noch die Summen- und Produktregel des Differenzierens:

$$(f+g)' = f' + g' \;\text{ und }\; (f.g)' = f'.g + f.g'$$

- Aber fast niemand weiß, was f+g und f.g bedeuten.

Mündige BürgerInnen oder Untertanen?

Beispiel: Quadratische Gleichungen

- Finde alle reellen Zahlen x so, dass $x^2 + 6x - 1 = 0$ ist!

Mündige BürgerInnen oder Untertanen?

Beispiel: Quadratische Gleichungen

- Finde alle reellen Zahlen x so, dass $x^2 + 6x - 1 = 0$ ist!
- Lösung durch erlaubtes Umformen:
  $x^2 + 6x - 1 = (x + 3)^2 - 9 - 1 = (x + 3)^2 - 10$, also

Mündige BürgerInnen oder Untertanen?

Beispiel: Quadratische Gleichungen

- Finde alle reellen Zahlen x so, dass $x^2 + 6x - 1 = 0$ ist!
- Lösung durch erlaubtes Umformen:
  $x^2 + 6x - 1 = (x + 3)^2 - 9 - 1 = (x + 3)^2 - 10$, also
- $(x + 3)^2 = 10$, $x + 3 = \pm\sqrt{10}$,

Mündige BürgerInnen oder Untertanen?

Beispiel: Quadratische Gleichungen

- Finde alle reellen Zahlen x so, dass $x^2 + 6x - 1 = 0$ ist!
- Lösung durch erlaubtes Umformen:
  $x^2 + 6x - 1 = (x + 3)^2 - 9 - 1 = (x + 3)^2 - 10$, also
- $(x + 3)^2 = 10$, $x + 3 = \pm\sqrt{10}$,
- $x = -3 \pm \sqrt{10}$

Mündige BürgerInnen oder Untertanen?

Beispiel: Quadratische Gleichungen

- Finde alle reellen Zahlen x so, dass $x^2 + 6x - 1 = 0$ ist!
- Lösung durch erlaubtes Umformen:
  $x^2 + 6x - 1 = (x+3)^2 - 9 - 1 = (x+3)^2 - 10$, also
- $(x+3)^2 = 10$, $x + 3 = \pm\sqrt{10}$,
- $x = -3 \pm \sqrt{10}$

- ODER (?)

Mündige BürgerInnen oder Untertanen?

Beispiel: Quadratische Gleichungen

- Finde alle reellen Zahlen x so, dass $x^2 + 6x - 1 = 0$ ist!
- Lösung durch erlaubtes Umformen:
  $x^2 + 6x - 1 = (x + 3)^2 - 9 - 1 = (x + 3)^2 - 10$, also
- $(x + 3)^2 = 10$, $x + 3 = \pm\sqrt{10}$,
- $x = -3 \pm \sqrt{10}$

- ODER (?)
- Setze 6 für p und -1 für q in die Lösungsformel $-\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ ein!

Mündige BürgerInnen oder Untertanen?

Beispiel: Quadratische Gleichungen

- Finde alle reellen Zahlen x so, dass $x^2 + 6x - 1 = 0$ ist!
- Lösung durch erlaubtes Umformen:
  $x^2 + 6x - 1 = (x+3)^2 - 9 - 1 = (x+3)^2 - 10$, also
- $(x+3)^2 = 10$, $x + 3 = \pm\sqrt{10}$,
- $x = -3 \pm \sqrt{10}$

- ODER (?)
- Setze 6 für p und -1 für q in die Lösungsformel $-\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ ein!
- $x = -\frac{6}{2} \pm \sqrt{\frac{6^2}{4} - (-1)} = -3 \pm \sqrt{10}$

Fachliche Anforderungen in der Sekundarstufe 1

werden häufig unterschätzt! Einführung von Grundkonzepten:

- Zahlbereichserweiterungen

Fachliche Anforderungen in der Sekundarstufe 1

werden häufig unterschätzt! Einführung von Grundkonzepten:

- Zahlbereichserweiterungen
- Umgang mit Rechenregeln

Fachliche Anforderungen in der Sekundarstufe 1

werden häufig unterschätzt! Einführung von Grundkonzepten:

- Zahlbereichserweiterungen
- Umgang mit Rechenregeln
- Rationale Zahlen (Rechenverfahren, Darstellung)

Fachliche Anforderungen in der Sekundarstufe 1

werden häufig unterschätzt! Einführung von Grundkonzepten:

- Zahlbereichserweiterungen
- Umgang mit Rechenregeln
- Rationale Zahlen (Rechenverfahren, Darstellung)
- Lösen von Gleichungen durch äquivalentes Umformen (Grundstrategie)

Fachliche Anforderungen in der Sekundarstufe 1

werden häufig unterschätzt! Einführung von Grundkonzepten:

- Zahlbereichserweiterungen
- Umgang mit Rechenregeln
- Rationale Zahlen (Rechenverfahren, Darstellung)
- Lösen von Gleichungen durch äquivalentes Umformen (Grundstrategie)
- Beschreibung von unendlichen Lösungsmengen durch endlich viele Daten

Fachliche Anforderungen in der Sekundarstufe 1

werden häufig unterschätzt! Einführung von Grundkonzepten:

- Zahlbereichserweiterungen
- Umgang mit Rechenregeln
- Rationale Zahlen (Rechenverfahren, Darstellung)
- Lösen von Gleichungen durch äquivalentes Umformen (Grundstrategie)
- Beschreibung von unendlichen Lösungsmengen durch endlich viele Daten
- Koordinatensystem in der Ebene (Ebene als $\mathbb{R}^2$)

Fachliche Anforderungen in der Sekundarstufe 1

werden häufig unterschätzt! Einführung von Grundkonzepten:

- Zahlbereichserweiterungen
- Umgang mit Rechenregeln
- Rationale Zahlen (Rechenverfahren, Darstellung)
- Lösen von Gleichungen durch äquivalentes Umformen (Grundstrategie)
- Beschreibung von unendlichen Lösungsmengen durch endlich viele Daten
- Koordinatensystem in der Ebene (Ebene als $\mathbb{R}^2$)
- beschreibende Statistik (Funktionen)

Fachliche Anforderungen in der Sekundarstufe 1

werden häufig unterschätzt! Einführung von Grundkonzepten:

- Zahlbereichserweiterungen
- Umgang mit Rechenregeln
- Rationale Zahlen (Rechenverfahren, Darstellung)
- Lösen von Gleichungen durch äquivalentes Umformen (Grundstrategie)
- Beschreibung von unendlichen Lösungsmengen durch endlich viele Daten
- Koordinatensystem in der Ebene (Ebene als $\mathbb{R}^2$)
- beschreibende Statistik (Funktionen)
- mathematische Modellierung („Schlussrechnung“)

Fachliche Anforderungen in der Sekundarstufe 1

werden häufig unterschätzt! Einführung von Grundkonzepten:

- Zahlbereichserweiterungen
- Umgang mit Rechenregeln
- Rationale Zahlen (Rechenverfahren, Darstellung)
- Lösen von Gleichungen durch äquivalentes Umformen (Grundstrategie)
- Beschreibung von unendlichen Lösungsmengen durch endlich viele Daten
- Koordinatensystem in der Ebene (Ebene als $\mathbb{R}^2$)
- beschreibende Statistik (Funktionen)
- mathematische Modellierung („Schlussrechnung“)
- Algorithmisches Denken

Die richtige Fährte legen: Binomische Formeln

- Oft wird ein „Term“ als „sinnvoller mathematischer Ausdruck“ oder „Rechenausdruck“ bezeichnet.

Die richtige Fährte legen: Binomische Formeln

- Oft wird ein „Term“ als „sinnvoller mathematischer Ausdruck“ oder „Rechenausdruck“ bezeichnet.
- Aus einem österreichischen Schulbuch der 7. Schulstufe:
  Terme der Art $(a + b)$, $(a - b)$ *heißen Binome.*
  Es gilt: $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$.

Die richtige Fährte legen: Binomische Formeln

- Oft wird ein „Term“ als „sinnvoller mathematischer Ausdruck“ oder „Rechenausdruck“ bezeichnet.
- Aus einem österreichischen Schulbuch der 7. Schulstufe:
  Terme der Art $(a+b)$*,* $(a-b)$ *heißen Binome.*
  Es gilt: $(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2$*.*
- Matrizenrechnung in der 10. Schulstufe (BHS): Es gibt 2×2-Matrizen a, b mit $(a+b)\cdot(a-b)\neq a^2-b^2$

Die richtige Fährte legen: Binomische Formeln

- Oft wird ein „Term“ als „sinnvoller mathematischer Ausdruck“ oder „Rechenausdruck“ bezeichnet.
- Aus einem österreichischen Schulbuch der 7. Schulstufe:
  Terme der Art $(a+b)$*,* $(a-b)$ *heißen Binome.*
  Es gilt: $(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2$*.*
- Matrizenrechnung in der 10. Schulstufe (BHS): Es gibt 2×2-Matrizen a, b mit $(a+b)\cdot(a-b)\neq a^2-b^2$
- Was ist falsch?
  Kann man mit Matrizen keinen „Rechenausdruck“ oder keinen „sinnvollen mathematischen Ausdruck“bilden?

Die richtige Fährte legen: Binomische Formeln

- „Termrechnung“ bedeutet „Rechnen in kommutativen Ringen“. Wegen $(a+b)(a-b) = a \cdot a - a \cdot b + b \cdot a - b \cdot b = a^2 - b^2$ gilt diese binomische Formel in allen kommutativen Ringen. Die Matrizenmultiplikation ist aber nicht kommutativ.

Die richtige Fährte legen: Binomische Formeln

- „Termrechnung“ bedeutet „Rechnen in kommutativen Ringen“. Wegen $(a+b)(a-b) = a \cdot a - a \cdot b + b \cdot a - b \cdot b = a^2 - b^2$ gilt diese binomische Formel in allen kommutativen Ringen. Die Matrizenmultiplikation ist aber nicht kommutativ.
- Im Schulunterricht treten im wesentlichen zwei Beispiele von kommutativen Ringen auf: Zahlbereiche und der Ring aller reellwertigen Funktionen

Die richtige Fährte legen: Binomische Formeln

- „Termrechnung“ bedeutet „Rechnen in kommutativen Ringen“. Wegen $(a+b)(a-b) = a \cdot a - a \cdot b + b \cdot a - b \cdot b = a^2 - b^2$ gilt diese binomische Formel in allen kommutativen Ringen. Die Matrizenmultiplikation ist aber nicht kommutativ.
- Im Schulunterricht treten im wesentlichen zwei Beispiele von kommutativen Ringen auf: Zahlbereiche und der Ring aller reellwertigen Funktionen
- Bessere Formulierung der binomischen Formeln in der Sekundarstufe 1: Für alle Zahlen a und b ist $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$.

Die richtige Fährte legen: Primzahlen

- In den meisten österreichischen Schulbüchern der 6. Schulstufe wird der ggT zweier natürlicher Zahlen „einfach“ durch Primfaktorzerlegung ermittelt.

Die richtige Fährte legen: Primzahlen

- In den meisten österreichischen Schulbüchern der 6. Schulstufe wird der ggT zweier natürlicher Zahlen „einfach“ durch Primfaktorzerlegung ermittelt.
- In den BHS wird in der 12. Schulstufe der RSA-Algorithmus zur Verschlüsselung mit öffentlichem Schlüssel erklärt:

Die richtige Fährte legen: Primzahlen

- In den meisten österreichischen Schulbüchern der 6. Schulstufe wird der ggT zweier natürlicher Zahlen „einfach“ durch Primfaktorzerlegung ermittelt.
- In den BHS wird in der 12. Schulstufe der RSA-Algorithmus zur Verschlüsselung mit öffentlichem Schlüssel erklärt:
- Der Empfänger gibt zwei große Zahlen n und e bekannt.

Die richtige Fährte legen: Primzahlen

- In den meisten österreichischen Schulbüchern der 6. Schulstufe wird der ggT zweier natürlicher Zahlen „einfach“ durch Primfaktorzerlegung ermittelt.
- In den BHS wird in der 12. Schulstufe der RSA-Algorithmus zur Verschlüsselung mit öffentlichem Schlüssel erklärt:
- Der Empfänger gibt zwei große Zahlen n und e bekannt.
- Der Sender will a verschlüsseln und berechnet $b := a^e \mathit{mod}\ n$

Die richtige Fährte legen: Primzahlen

- In den meisten österreichischen Schulbüchern der 6. Schulstufe wird der ggT zweier natürlicher Zahlen „einfach“ durch Primfaktorzerlegung ermittelt.
- In den BHS wird in der 12. Schulstufe der RSA-Algorithmus zur Verschlüsselung mit öffentlichem Schlüssel erklärt:
- Der Empfänger gibt zwei große Zahlen n und e bekannt.
- Der Sender will a verschlüsseln und berechnet $b := a^e \, mod \, n$
- Der Empfänger berechnet $b^d \, mod \, n = a$.

Die richtige Fährte legen: Primzahlen

- In den meisten österreichischen Schulbüchern der 6. Schulstufe wird der ggT zweier natürlicher Zahlen „einfach“ durch Primfaktorzerlegung ermittelt.
- In den BHS wird in der 12. Schulstufe der RSA-Algorithmus zur Verschlüsselung mit öffentlichem Schlüssel erklärt:
- Der Empfänger gibt zwei große Zahlen n und e bekannt.
- Der Sender will a verschlüsseln und berechnet $b := a^e mod\, n$
- Der Empfänger berechnet $b^d mod\, n = a$.
- d wurde so berechnet: $n = p.q$ (p und q prim), $(p-1)(q-1).c + e.d = 1$.

Die richtige Fährte legen: Primzahlen

- In den meisten österreichischen Schulbüchern der 6. Schulstufe wird der ggT zweier natürlicher Zahlen „einfach“ durch Primfaktorzerlegung ermittelt.
- In den BHS wird in der 12. Schulstufe der RSA-Algorithmus zur Verschlüsselung mit öffentlichem Schlüssel erklärt:
- Der Empfänger gibt zwei große Zahlen n und e bekannt.
- Der Sender will a verschlüsseln und berechnet $b := a^e \, mod \, n$
- Der Empfänger berechnet $b^d \, mod \, n = a$.
- d wurde so berechnet: $n = p.q$ (p und q prim), $(p-1)(q-1).c + e.d = 1$.
- Warum kann nicht jeder „einfach“ n in Primfaktoren zerlegen und d berechnen?

Die richtige Fährte legen: Primzahlen

- Berechnet man in der Sekundarstufe 1 den ggT mit der schwierigen Primfaktorzerlegung anstatt (wie jedes CAS) mit dem einfachen euklidischen Algorithmus, wird eine falsche Vorstellung erweckt (und die Chance vertan, die grundlegende Strategie des erlaubten Umformens früh einzuführen).

Die richtige Fährte legen: Primzahlen

- Berechnet man in der Sekundarstufe 1 den ggT mit der schwierigen Primfaktorzerlegung anstatt (wie jedes CAS) mit dem einfachen euklidischen Algorithmus, wird eine falsche Vorstellung erweckt (und die Chance vertan, die grundlegende Strategie des erlaubten Umformens früh einzuführen).

- In der Computeralgebra sind die drei Sätze „Division mit Rest“, „euklidischer Algorithmus“ und „erweiterter euklidischer Algorithmus (Lösung von ganzzahligen Gleichungen in 2 Unbekannten)“ fundamental, mindestens einer davon kommt in (fast) jedem effizienten Rechenverfahren vor.

Die richtige Fährte legen: Primzahlen

- Berechnet man in der Sekundarstufe 1 den ggT mit der schwierigen Primfaktorzerlegung anstatt (wie jedes CAS) mit dem einfachen euklidischen Algorithmus, wird eine falsche Vorstellung erweckt (und die Chance vertan, die grundlegende Strategie des erlaubten Umformens früh einzuführen).
- In der Computeralgebra sind die drei Sätze „Division mit Rest“, „euklidischer Algorithmus“ und „erweiterter euklidischer Algorithmus (Lösung von ganzzahligen Gleichungen in 2 Unbekannten)“ fundamental, mindestens einer davon kommt in (fast) jedem effizienten Rechenverfahren vor.
- Die Primfaktorzerlegung ist sehr schwierig und wird in keinem effizienten Verfahren verwendet.

Die richtige Fährte legen: Lineare Gleichungen

Was haben die folgenden drei Aufgaben gemeinsam?

- 8. Schulstufe: Finde alle Paare reeller Zahlen (x, y) mit $3x + 4y = 5$!
  (lineare Gleichung mit 2 Unbekannten)

Die richtige Fährte legen: Lineare Gleichungen

Was haben die folgenden drei Aufgaben gemeinsam?

- 8. Schulstufe: Finde alle Paare reeller Zahlen (x, y) mit
  $3x + 4y = 5$!
  (lineare Gleichung mit 2 Unbekannten)

- 11. Schulstufe: Finde alle Folgen $(a(n))_{n \in \mathbb{N}}$ mit:
  für alle natürlichen Zahlen n ist $a(n+1) - 2.a(n) = 6$!
  (lineare Differenzengleichung der Ordnung 1)

Die richtige Fährte legen: Lineare Gleichungen

Was haben die folgenden drei Aufgaben gemeinsam?

- 8. Schulstufe: Finde alle Paare reeller Zahlen (x, y) mit
  $3x + 4y = 5$!
  (lineare Gleichung mit 2 Unbekannten)

- 11. Schulstufe: Finde alle Folgen $(a(n))_{n \in \mathbb{N}}$ mit:
  für alle natürlichen Zahlen n ist $a(n+1) - 2.a(n) = 6$!
  (lineare Differenzengleichung der Ordnung 1)

- 12. Schulstufe: Finde alle differenzierbaren Funktionen f mit
  $f' - 2f = 7$!
  (lineare Differenzialgleichung der Ordnung 1)

Die richtige Fährte legen: Lineare Gleichungen

Bei allen drei löst man zuerst die entsprechende homogene Gleichung und stellt fest, dass mit einer Lösung auch alle Vielfachen Lösungen sind und dass alle Lösungen Vielfache einer einzigen sind.

- Finde alle Paare reeller Zahlen (x, y) mit 3x+4y=0 !
  Lösungsmenge: alle Vielfachen von $(-4, 3)$

Die richtige Fährte legen: Lineare Gleichungen

Bei allen drei löst man zuerst die entsprechende homogene Gleichung und stellt fest, dass mit einer Lösung auch alle Vielfachen Lösungen sind und dass alle Lösungen Vielfache einer einzigen sind.

- Finde alle Paare reeller Zahlen (x, y) mit 3x+4y=0 !
  Lösungsmenge: alle Vielfachen von $(-4, 3)$
- Finde alle Folgen $(a(n))_{n\in\mathbb{N}}$ mit:
  für alle natürlichen Zahlen n ist $a(n+1) - 2.a(n) = 0$!
  Lösungsmenge: alle Vielfachen von $(2^n)_{n\in\mathbb{N}}$

Die richtige Fährte legen: Lineare Gleichungen

Bei allen drei löst man zuerst die entsprechende homogene Gleichung und stellt fest, dass mit einer Lösung auch alle Vielfachen Lösungen sind und dass alle Lösungen Vielfache einer einzigen sind.

- Finde alle Paare reeller Zahlen (x, y) mit 3x+4y=0 !
  Lösungsmenge: alle Vielfachen von $(-4, 3)$
- Finde alle Folgen $(a(n))_{n\in\mathbb{N}}$ mit:
  für alle natürlichen Zahlen n ist $a(n+1) - 2.a(n) = 0$!
  Lösungsmenge: alle Vielfachen von $(2^n)_{n\in\mathbb{N}}$
- Finde alle differenzierbaren Funktionen f mit $f' - 2f = 0$!
  Lösungsmenge: alle Vielfachen von g mit $g(t) = e^{2t}$

Beispiel: Lineare Gleichungen

Finde dann irgendeine Lösung der ursprünglichen Gleichung und addiere diese zu jedem Element der Lösungsmenge der homogenen Gleichung! Alle drei Aufgaben waren lineare Gleichungen mit eindimensionaler Lösungsmenge.

- $\{(1, \frac{1}{2}) + c.(-4, 3) \mid c \in \mathbb{R}\}$
  (8. Schulstufe)

Beispiel: Lineare Gleichungen

Finde dann irgendeine Lösung der ursprünglichen Gleichung und addiere diese zu jedem Element der Lösungsmenge der homogenen Gleichung! Alle drei Aufgaben waren lineare Gleichungen mit eindimensionaler Lösungsmenge.

- $\{(1, \frac{1}{2}) + c.(-4, 3) \mid c \in \mathbb{R}\}$
  (8. Schulstufe)
- $\{(-6)_{n\in\mathbb{N}} + c.(2^n)_{n\in\mathbb{N}} \mid c \in \mathbb{R}\}$
  (11. Schulstufe)

Beispiel: Lineare Gleichungen

Finde dann irgendeine Lösung der ursprünglichen Gleichung und addiere diese zu jedem Element der Lösungsmenge der homogenen Gleichung! Alle drei Aufgaben waren lineare Gleichungen mit eindimensionaler Lösungsmenge.

- $\{(1, \frac{1}{2}) + c.(-4, 3) \mid c \in \mathbb{R}\}$
  (8. Schulstufe)
- $\{(-6)_{n\in\mathbb{N}} + c.(2^n)_{n\in\mathbb{N}} \mid c \in \mathbb{R}\}$
  (11. Schulstufe)
- $\{\frac{-7}{2} + c.g \mid c \in \mathbb{R}\}$, dabei ist g die Funktion mit $g(t) = e^{2t}$.
  (12. Schulstufe)

Persönlichkeitsbildung im Mathematikunterricht

- Im Mathematikunterricht lernt man nicht nur nützliche Verfahren zum Lösen verschiedener Aufgaben, sondern auch vorurteilsfrei und kritisch zu denken.

Persönlichkeitsbildung im Mathematikunterricht

- Im Mathematikunterricht lernt man nicht nur nützliche Verfahren zum Lösen verschiedener Aufgaben, sondern auch vorurteilsfrei und kritisch zu denken.
- Für eine demokratische Gesellschaft ist es wichtig, dass möglichst viele Bürger/innen Behauptungen, Nachrichten oder Versprechungen nicht einfach für wahr halten, ohne Begründungen zu fordern oder zumindest „Ist das wirklich so?“ gefragt zu haben.

Persönlichkeitsbildung im Mathematikunterricht

- Im Mathematikunterricht lernt man nicht nur nützliche Verfahren zum Lösen verschiedener Aufgaben, sondern auch vorurteilsfrei und kritisch zu denken.
- Für eine demokratische Gesellschaft ist es wichtig, dass möglichst viele Bürger/innen Behauptungen, Nachrichten oder Versprechungen nicht einfach für wahr halten, ohne Begründungen zu fordern oder zumindest „Ist das wirklich so?“ gefragt zu haben.
- Wenn im Mathematikunterricht erlernt wird, klar und genau zu denken, verständlich und präzise zu sprechen, Aufgaben systematisch abzuarbeiten, dann wird damit auch das Selbstbewusstsein der Kinder und Jugendlichen gestärkt.

Persönlichkeitsbildung im Mathematikunterricht

- Im Mathematikunterricht lernt man nicht nur nützliche Verfahren zum Lösen verschiedener Aufgaben, sondern auch vorurteilsfrei und kritisch zu denken.
- Für eine demokratische Gesellschaft ist es wichtig, dass möglichst viele Bürger/innen Behauptungen, Nachrichten oder Versprechungen nicht einfach für wahr halten, ohne Begründungen zu fordern oder zumindest „Ist das wirklich so?“ gefragt zu haben.
- Wenn im Mathematikunterricht erlernt wird, klar und genau zu denken, verständlich und präzise zu sprechen, Aufgaben systematisch abzuarbeiten, dann wird damit auch das Selbstbewusstsein der Kinder und Jugendlichen gestärkt.
- Wer erfahren hat, dass man mathematische Aufgaben durch Nachdenken und Diskussion lösen kann, überträgt das vielleicht auch auf den persönlichen Bereich und kann dann Konflikte mit anderen Schüler/inne/n intelligenter lösen als durch Zuschlagen.

Schlussbemerkungen

- Die Sprache im Mathematikunterricht muss einfach und verständlich sein und möglichst wenige Fachbegriffe verwenden.

Schlussbemerkungen

- Die Sprache im Mathematikunterricht muss einfach und verständlich sein und möglichst wenige Fachbegriffe verwenden.
- Die notwendigen Fachbegriffe müssen sorgfältig und präzise eingeführt werden (aber nicht immer durch Definitionen im Sinn der Mathematik).

Schlussbemerkungen

- Die Sprache im Mathematikunterricht muss einfach und verständlich sein und möglichst wenige Fachbegriffe verwenden.
- Die notwendigen Fachbegriffe müssen sorgfältig und präzise eingeführt werden (aber nicht immer durch Definitionen im Sinn der Mathematik).
- Die Inhalte sollen so dargestellt werden, dass sie für die Schüler/innen (in der jeweiligen Altersstufe und mit ihrem jeweiligen Wissensstand) gut verständlich sind.

Schlussbemerkungen

- Die Sprache im Mathematikunterricht muss einfach und verständlich sein und möglichst wenige Fachbegriffe verwenden.
- Die notwendigen Fachbegriffe müssen sorgfältig und präzise eingeführt werden (aber nicht immer durch Definitionen im Sinn der Mathematik).
- Die Inhalte sollen so dargestellt werden, dass sie für die Schüler/innen (in der jeweiligen Altersstufe und mit ihrem jeweiligen Wissensstand) gut verständlich sind.
- Möglichst viele Inhalte sollen nachvollziehbar hergeleitet werden.

Schlussbemerkungen

- Die Sprache im Mathematikunterricht muss einfach und verständlich sein und möglichst wenige Fachbegriffe verwenden.
- Die notwendigen Fachbegriffe müssen sorgfältig und präzise eingeführt werden (aber nicht immer durch Definitionen im Sinn der Mathematik).
- Die Inhalte sollen so dargestellt werden, dass sie für die Schüler/innen (in der jeweiligen Altersstufe und mit ihrem jeweiligen Wissensstand) gut verständlich sind.
- Möglichst viele Inhalte sollen nachvollziehbar hergeleitet werden.
- Die Übungsaufgaben müssen zugleich einfach und präzise formuliert werden. Sie sollen das kritische und vorurteilsfreie Denken, Modellieren und Problemlösen trainieren.

Schlussbemerkungen

- Die Sprache im Mathematikunterricht muss einfach und verständlich sein und möglichst wenige Fachbegriffe verwenden.
- Die notwendigen Fachbegriffe müssen sorgfältig und präzise eingeführt werden (aber nicht immer durch Definitionen im Sinn der Mathematik).
- Die Inhalte sollen so dargestellt werden, dass sie für die Schüler/innen (in der jeweiligen Altersstufe und mit ihrem jeweiligen Wissensstand) gut verständlich sind.
- Möglichst viele Inhalte sollen nachvollziehbar hergeleitet werden.
- Die Übungsaufgaben müssen zugleich einfach und präzise formuliert werden. Sie sollen das kritische und vorurteilsfreie Denken, Modellieren und Problemlösen trainieren.
- Stehen für ein Thema mehrere Algorithmen zur Auswahl, soll jener verwendet werden, der einfach zu erklären und „rechnerisch gut“ ist.

Schlussbemerkungen

- Umsetzung erfordert Lehrpersonen mit hoher fachlicher und didaktischer Qualität.

Schlussbemerkungen

- Umsetzung erfordert Lehrpersonen mit hoher fachlicher und didaktischer Qualität.
- Bachelor- und Masterstudium Lehramt Sekundarstufe mit insgesamt 6 Jahren für *alle* Lehrpersonen in der Sekundarstufe 1 war ein bildungspolitisch wichtiger Schritt.

Schlussbemerkungen

- Umsetzung erfordert Lehrpersonen mit hoher fachlicher und didaktischer Qualität.
- Bachelor- und Masterstudium Lehramt Sekundarstufe mit insgesamt 6 Jahren für *alle* Lehrpersonen in der Sekundarstufe 1 war ein bildungspolitisch wichtiger Schritt.
- Wer wird nach diesem Studium noch in der Sekundarstufe 1 unterrichten wollen?

Schlussbemerkungen

- Umsetzung erfordert Lehrpersonen mit hoher fachlicher und didaktischer Qualität.
- Bachelor- und Masterstudium Lehramt Sekundarstufe mit insgesamt 6 Jahren für *alle* Lehrpersonen in der Sekundarstufe 1 war ein bildungspolitisch wichtiger Schritt.
- Wer wird nach diesem Studium noch in der Sekundarstufe 1 unterrichten wollen?
- Hoffentlich die Besten!

Danke für die Aufmerksamkeit!
http://www.uibk.ac.at/mathematik/personal/pauer/

franz.pauer@uibk.ac.at