Markus Paul: Wirtschaftsmathematik an Handelsakademien

HAK II: Matrizenrechnung (aus: Tinhof u.a.: Mathematik für HAK II. Trauner Verlag)

Ein Produktionsbetrieb erzeugt in den Hallen H_1 und H_2 in zwei Schichten S_1 und S_2 die Produkte A, B und C. Die Produktionshöhe in beiden Hallen je Schicht und die Produktionskosten in den zwei Schichten sind den folgenden Tabellen zu entnehmen:

Kosten in beiden Schichten je ME in GE:

	A	B	C
S_1	3	4	5
S_2	2	3	6

Produktion in beiden Hallen je Schicht in ME:

	H_1	H_2
A	4	5
B	2	3
C	3	6

Es sollen die Produktionskosten je Schicht für die beiden Hallen ermittelt werden.

HAK III: Finanzmathematik (aus: Tinhof u.a.: Mathematik für HAK III. Trauner Verlag)

Leasingangebot für ein Mittelklasseauto mit Kaufpreis € 21.790,00:

Kassapreis	€ 21.790,00	
Anzahlung	€ 2.148,00	bei Vertragsabschluss zu zahlen
Restwert	€ 5.980,00	gleichzeitig mit der letzten Rate zu zahlen
60 nachschüssige Monatsraten à	€ 369,00	erstmals einen Monat nach Vertragsabschluss

Welche Effektivverzinsung hat dieses Leasinggeschäft?

HAK IV: Kostentheorie (aus: Tinhof u.a.: Mathematik für HAK IV. Trauner Verlag)

Die Kosten eines Monopolbetriebs zeigen einen s-förmigen Verlauf und lassen sich annähernd durch die kubische Polynomfunktion mit $K(x) = 0{,}01x^3 - 0{,}75x^2 + 50x + 1500$ beschreiben.

a) Ermitteln Sie die Kostenkehre und die Grenzkosten in der Kostenkehre.

b) Ermitteln Sie das Betriebsoptimum und zeigen Sie, dass im Betriebsoptimum die Stückkosten gleich den Grenzkosten sind.

HAK V: Konfidenzintervalle (aus: Tinhof u.a.: Mathematik für HAK V. Trauner Verlag)

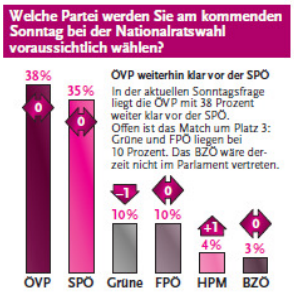
Telefonumfrage von Gallup eine Woche vor den Nationalratswahlen 2006 mit n = 500. Nach der gegebenen Umfrage hätten bei den Nationalratswahlen am Wochenende vor den Nationalratswahlen 2006 die VP 38 %, die SP 35 %, die Grünen 10 % und die FP 10 % der Stimmen erhalten.

Berechnen Sie die Konfidenzintervalle für den Stimmenanteil der jeweiligen Partei.

Geben Sie die Schwankungsbreite für alle berechneten Intervalle an.

Welches Intervall liefert die größte Unsicherheit?
Vergleichen Sie mit den tatsächlichen Ergebnissen der Wahl: SPÖ 35,3 %; ÖVP: 34,3 %; FPÖ: 11 %; Grüne: 11%

Haben die Wahlprognosen das Wahlergebnis richtig vorhergesagt?
Konfidenzniveau c = 95 %



Lösung Matrizenrechnung:

Zur Lösung der Aufgabe ist also die Kostenmatrix $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$ mit der Produktionsmatrix $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ zu multiplizieren.

Mit dem Schema von Falk ergibt sich:

				H_1	H_2
			A	4	5
			B	2	3
	A	B	C	3	6
S_1	3	4	5	35	57
S_2	2	3	6	32	55

Die Produktionskosten betragen in der Halle 1 in der Schicht S_1 35 GE und in der Schicht S_2 32 GE.

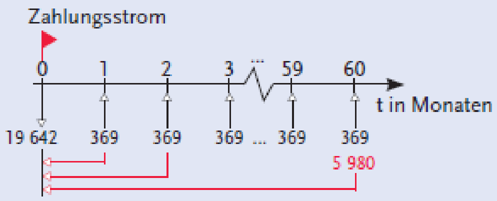
Die Produktionskosten betragen in der Halle 2 in der Schicht S_1 57 GE und in der Schicht S_2 55 GE.

E6 {=MMULT(B6:D7;E3:F5)}

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Matrizenrechnung**						
2					H1	H2	
3				A	4	5	
4				B	2	3	
5		A	B	C	3	6	
6	S1	3	4	5	35	57	
7	S2	2	3	6	32	55	
8							

Lösung Finanzmathematik: Effektivverzinsung bei Leasinggeschäften

Wir berechnen die Effektivverzinsung.



Äquivalenzgleichung:

$$21\,790 = 2\,148 + 369 \cdot (1+i)^{-\frac{1}{12}} + \ldots + 369 \cdot (1+i)^{-\frac{60}{12}} + 5\,980 \cdot (1+i)^{-\frac{60}{12}}$$

$$19\,642 = \sum_{t=1}^{60} \frac{369}{(1+i)^{\frac{t}{12}}} + 5\,980 \cdot (1+i)^{-\frac{60}{12}}$$

Wir erhalten die Lösung mit Technologie: $i \approx 0{,}1318$

Der Effektivzinssatz ist ca. 13,18 %.

mit TI-Interactive:

$$\text{nsolve}\left(19642 = \sum_{t=1}^{60}\left(369\cdot(1+i)^{-t/12}\right) + 5980\cdot(1+i)^{-60/12}, i = 0.1\right) \Rightarrow .131798$$

mit EXCEL:

	A	B	C	D	E
1	**Leasing Effektivverzinsung**				
2	**mit Funktion ZINS:**				
3	ZZR =	60			
4	RMZ =	369			
5	BW =	-19642			
6	ZW =	5980			
7	Zins =	1,0371%	=ZINS(B3;B4;B5;B6)		
8	i =	13,1798%	=(1+B7)^12-1		
9					
10	**mit Barwerttabelle und Zielwertsuche:**				
11	i =	13,1798%			
12		Summe =	9,1853E-05		
13		Rückflüsse	abgezinste Rt		
14	t in Monaten	Rt in Euro	Rt/(1+i)^(t/12)		
15	0	-19642	-19642,00	=B15/(1+B11)^(A15/12)	
16	1	369	365,21		
17	2	369	361,46		
18	3	369	357,75		
19	4	369	354,08		
20	5	369	350,45		

mit GTR:

Solver:

```
EQUATION SOLVER
eqn:0=-19642+369
*(1-R^-60)/(R-1)
+5980/R^60
```

```
-19642+369*(1…=0
 R=1.0103706681…
 bound={-1E99,1…
```

```
R^12-1
        .1317975724
```

TVM-Solver:

```
 N=60
▪I%=13.17975724
 PV=-19642
 PMT=369
 FV=5980
 P/Y=12
 C/Y=1
 PMT:END BEGIN
```

Lösung Kostentheorie:

b) $K(x) = 0{,}01x^3 - 0{,}75x^2 + 50x + 1500$ Kosten

$K'(x) = 0{,}03x^2 - 1{,}5x + 50$ Grenzkosten

$k(x) = \frac{K(x)}{x} = 0{,}01x^2 - 0{,}75x + 50 + \frac{1500}{x}$ Durchschnittskosten, Stückkosten

$k'(x) = 0{,}02x - 0{,}75 - \frac{1500}{x^2}$ Grenzstückkosten

Betriebsoptimum (Minimum der Stückkosten): Setze $k' = 0$

$$0 = 0{,}02x - 0{,}75 - \frac{1500}{x^2}$$

$$0 = 0{,}02x^3 - 0{,}75x^2 - 1500$$

mit Technologie:

$x = 59{,}03$

Bei einer Produktion von 59,03 ME sind die Stückkosten minimal.

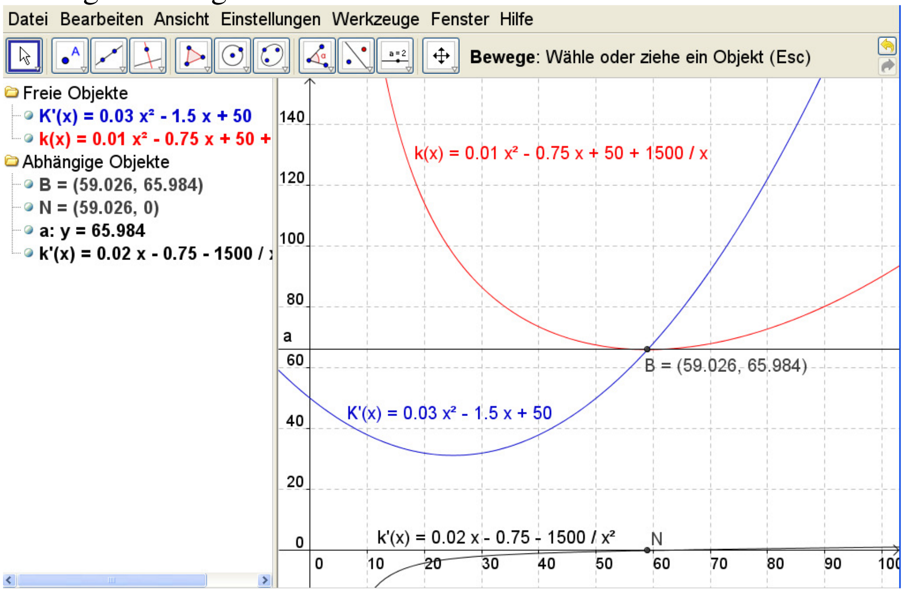
$k(59{,}03) = 65{,}98$

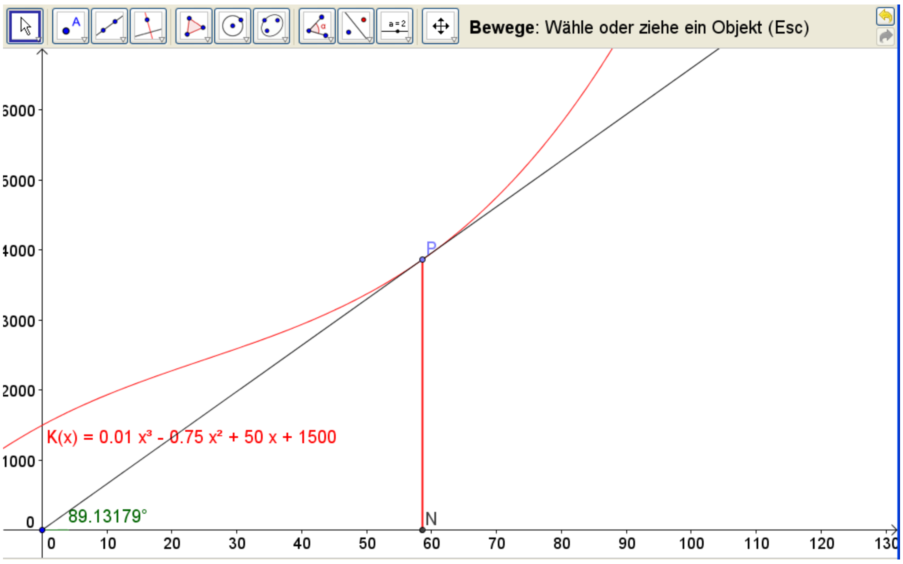
Die minimalen Stückkosten betragen 65,98 GE/ME.

$K'(59{,}03) = 65{,}98$

Die Grenzkosten betragen im Betriebsoptimum 65,98 GE/ME

Lösung mit Geogebra:





Lösung Konfidenzintervall:
95%-KI: $z = 1{,}96$

Schwankungsbreite ÖVP: $e = 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}38 \cdot 0{,}62}{500}} = 0{,}0425 \approx 4{,}3\ \%$

Konfidenzintervall für Anteilswert der ÖVP: [38% − 4,3%; 38% + 4,3%] = [33,7%; 42,3%]
Das Wahlergebnis 34,3% liegt im KI.

Schwankungsbreite SPÖ: $e = 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}35 \cdot 0{,}65}{500}} = 0{,}0418 \approx 4{,}2\ \%$

Konfidenzintervall für Anteilswert der ÖVP: [35% − 4,2%; 35% + 4,2%] = [30,8%; 39,2%]
Das Wahlergebnis 35,3% liegt im KI.