Proseminar
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 2
für Lehramtsstudierende
Sommersemester 2015

18. Mai 2015

24) Wir betrachten $\mathbb{R}^3$ mit dem Standardskalarprodukt als euklidischen Raum. Was ist eine *Drehung* in $\mathbb{R}^3$? Was ist die *Drehachse*, was ist die *Drehebene*, was ist der *Drehwinkel* einer Drehung? Berechnen Sie die Matrix der Drehung um die Drehachse $\mathbb{R}(1,2,-2)$ mit Drehwinkel $\frac{\pi}{3}$ bezüglich einer ON-Basis. Dabei sei die Drehebene E durch die Basis $((0,1,1),(2,0,1))$ orientiert. Berechnen Sie dann die Matrix dieser Drehung bezüglich der Standardbasis.

25) Wir betrachten $\mathbb{R}^2$ mit dem Standardskalarprodukt und mit der Standardbasis als orientierten euklidischen Raum. Berechnen Sie den Punkt, den man durch Drehung von $(4,-3) = 4-3i$ um 0 mit Drehwinkel $\frac{4\pi}{3}$ erhält, auf zwei Arten: Einmal durch Multiplikation mit einer geeigneten komplexen Zahl und einmal mit einer Drehmatrix. Erläutern Sie den Zusammenhang.

26) Was ist eine *Schraubung*, was ist eine *Drehspiegelung*? Die folgenden Funktionen f, g von $\mathbb{R}^{3\times 1}$ (mit dem Standardskalarprodukt) nach $\mathbb{R}^{3\times 1}$ sind Isometrien. Bestimmen Sie, ob es sich um Drehungen, Schraubungen, Drehspiegelungen, Spiegelungen, Translationen oder Gleitspiegelungen handelt. Berechnen Sie die Fixmengen dieser Isometrien.

$$f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right) := \begin{bmatrix} -\frac{3\,x}{13} + \frac{4\,y}{13} - \frac{12\,z}{13} \\ \frac{12\,x}{13} - \frac{3\,y}{13} - \frac{4\,z}{13} \\ \frac{4\,x}{13} + \frac{12\,y}{13} + \frac{3\,z}{13} \end{bmatrix}$$

$$g\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right) := \begin{bmatrix} \frac{7\,x}{9} - \frac{4\,y}{9} - \frac{4\,z}{9} + 2 \\ \frac{4\,x}{45} + \frac{7\,y}{9} - \frac{28\,z}{45} - 1 \\ \frac{28\,x}{45} + \frac{4\,y}{9} + \frac{29\,z}{45} + 2 \end{bmatrix}$$