Proseminar
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 2
für Lehramtsstudierende
Sommersemester 2015
4. Mai 2015

18) Was ist ein *orientierter Winkel*? Es sei V der von $v := (1,2,2)$ und $w := (2,-2,1)$ aufgespannte Untervektorraum von $\mathbb{R}^3$ mit dem Standardskalarprodukt und mit der durch die Basis (v,w) definierten Orientierung.
Zeigen Sie, dass die Tripel $x := (4,2,5)$, $y := (-2,-4,-4)$ und $z := (3,0,3)$ Elemente von V sind und berechnen Sie den orientierten Winkel von $x + \mathbb{R}_{\geq 0}y$ nach $x + \mathbb{R}_{\geq 0}z$ und von $x + \mathbb{R}_{\geq 0}y$ nach $x + \mathbb{R}_{\geq 0}(-z)$.
Auf einem (ebenen) Glasfenster sind zwei Halbgeraden mit gemeinsamem Anfangspunkt (den wir als Nullpunkt wählen) und auf jeder Halbgeraden ein vom Nullpunkt verschiedener Punkt P bzw. Q eingezeichnet. Zwei Personen, die auf verschiedenen Seiten des Fensters stehen, werden nach dem Winkel (im Uhrzeigersinn) von P nach Q gefragt. Geben sie dieselbe Antwort?

19) Was ist eine *Drehung* um einen Punkt in einem zweidimensionalen orientierten euklidischen Raum? Wir betrachten $\mathbb{R}^2$ mit dem Standardskalarprodukt als euklidischen Raum und mit der durch die Standardbasis gegebenen Orientierung.
Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$$
$$(c_1, c_2) \longmapsto (\frac{1}{3}c_1 - \frac{2}{3}\sqrt{2}c_2 + 2, \frac{2}{3}\sqrt{2}c_1 + \frac{1}{3}c_2 - 2)$$

eine Drehung ist.
Es sei d die Drehung um den Drehpunkt $(-1,2)$ mit Drehwinkel $\frac{5\pi}{6}$. Berechnen Sie $d((1,3))$.

20) Sind die folgenden affinen Funktionen Drehungen, Spiegelungen, Translationen oder Gleitspiegelungen? Berechnen Sie ihre Fixmengen.

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2,\ (a,b) \mapsto (a+1, b+2)$$
$$g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2,\ (a,b) \mapsto (\frac{3}{5}a + \frac{4}{5}b + 1, \frac{4}{5}a - \frac{3}{5}b + 2)$$
$$h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2,\ (a,b) \mapsto (\frac{3}{5}a - \frac{4}{5}b - 1, \frac{4}{5}a + \frac{3}{5}b + 1)$$
$$k : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2,\ (a,b) \mapsto (\frac{3}{5}a + \frac{4}{5}b + 2, \frac{4}{5}a - \frac{3}{5}b - 4)$$