Proseminar
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 2
für Lehramtsstudierende
Sommersemester 2015

23. März 2015

7) Was ist eine *affine Funktion*? Beschreiben Sie alle affinen Funktionen von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$, von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}^2$ und von $\mathbb{R}^2$ nach $\mathbb{R}$. Beweisen Sie, dass die Graphen dieser affinen Funktione Geraden in $\mathbb{R}^2$ bzw. Geraden in $\mathbb{R}^3$ bzw. Ebenen in $\mathbb{R}^3$ sind. Geben Sie Geraden in $\mathbb{R}^2$ und in $\mathbb{R}^3$, sowie Ebenen in $\mathbb{R}^3$ an, die nicht die Graphen von affinen Funktionen sein können.

8) Berechnen Sie den linearen Anteil und den Translationsanteil der Hintereinanderausführungen $a \circ b$ und $b \circ a$ der affinen Funktionen

$$a : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2\,,\ (x, y) \longmapsto (x - 3y + 2, 4x + 3y + 2)$$

und

$$b : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2\,,\ (x, y) \longmapsto (2x - 4y + 1, 3x - y + 2)\,.$$

Überprüfen Sie, ob diese affinen Funktionen bijektiv sind und - wenn ja - berechnen Sie deren Umkehrfunktionen.

9) Was ist eine *Isometrie* eines euklidischen Raums? Beschreiben Sie alle Isometrien von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$. ($\mathbb{R}$ betrachten wir als euklidischen Raum mit dem Standardskalarprodukt).
Zeigen Sie: Die Funktion

$$a : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2\,,\ (x, y) \longmapsto (-x + 1, y + 2)$$

ist eine Isometrie.