

Proseminar
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 2
für Lehramtsstudierende
Sommersemester 2015

22. Juni 2015

- 33) Was ist eine *quadratische Form* auf einem endlich-dimensionalen reellen Vektorraum? Wie berechnet man ihre Normalform? Es seien $V := \{a \in \mathbb{R}^3 \mid a_1 + a_2 + a_3 = 0\}$, $\underline{v} := ((0, -1, 1), (1, 0, -1))$, \underline{X} die zu \underline{v} duale Basis und $q := X_1^2 - X_2^2 + 4X_1X_2$. Berechnen Sie eine lineare Funktion g von V nach V so, dass $q \circ g$ eine quadratische Form in Normalform ist. Beschreiben Sie die Menge der Nullstellen von q .

- 34) Was ist eine *quadratische Funktion* auf einem reellen endlich-dimensionalen Vektorraum? Was ist eine *Quadrik*? Es sei V ein zweidimensionaler reeller Vektorraum, (v_1, v_2) eine Basis von V und (X_1, X_2) die dazu duale Basis. Es seien

$$\begin{aligned} f_1 &: = X_1^2 + 2X_2^2 + 2X_1X_2 + 2X_1 + 6X_2 + 4 \\ f_2 &: = 2X_1X_2 + 3X_1 - X_2 - 2 \end{aligned}$$

quadratische Funktionen auf V . Berechnen Sie bijektive affine Funktionen g_i von V nach V so, dass die Funktionen

$$f_i \circ g_i, \quad i = 1, 2,$$

quadratische Funktionen in affiner Normalform (bezüglich (v_1, v_2)) sind. Berechnen Sie je fünf Nullstellen von f_1 und f_2 .

- 35) Was ist die Scheitelform einer quadratischen Funktion von \mathbb{R} nach \mathbb{R} ? Wie bestimmt man daraus die Nullstellen und den Graphen dieser Funktion? Berechnen Sie die Scheitelform der quadratischen Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(z) = -z^2 + 2z + 3$ und skizzieren Sie deren Graphen. Zeigen Sie, dass dieser Graph eine Parabel ist und berechnen Sie deren Brennpunkt und Leitlinie.

E N D E