Proseminar
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 2
für Lehramtsstudierende
Sommersemester 2015

8. Juni 2015

30) Wann sind zwei Matrizen *kongruent*? Erläutern Sie, wie man eine zu einer gegebenen reellen symmetrischen Matrix kongruente Diagonalmatrix berechnet. Es sei

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & -2 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} .$$

Berechnen Sie eine invertierbare 4×4-Matrix P so, dass $P^T \cdot A \cdot P$ eine Diagonalmatrix ist.

31) Was ist die *Signatur* einer reellen symmetrischen Matrix bzw. einer reellen symmetrischen Bilinearform? Berechnen Sie die Signatur der Bilinearform

$$b : \mathbb{R}^{2\times2} \times \mathbb{R}^{2\times2} \longrightarrow \mathbb{R} \ , \ (A, B) \longmapsto \mathrm{Spur}(A^\top \circ B)$$

und der reellen symmetrischen Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} .$$

29) Wann ist eine reelle symmetrische Matrix *positiv definit*? Wie überprüft man, ob eine reelle symmetrische Matrix positiv definit ist? Wie überprüft man, ob eine reelle Bilinearform ein Skalarprodukt ist?
Es seien V ein 3-dimensionaler reeller Vektorraum, $\underline{v}$ eine Basis von V und b_1, b_2, b_3 die Bilinearformen auf V, deren Matrizen bezüglich $\underline{v}$ gleich

$$\begin{pmatrix} 8 & -1,23 & -0,1 \\ -1,23 & 3,15 & -1 \\ -0,1 & -1 & -0,2 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 14 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -3 \\ -1 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

sind. Überprüfen Sie, welche der drei Bilinearformen ein Skalarprodukt ist und berechnen Sie durch Kongruenzumformungen ihrer Matrix eine Orthonormalbasis bezüglich diesem Skalarprodukt von V.