Proseminar
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 2
für Lehramtsstudierende
Sommersemester 2015

27. April 2015

16) Es seien V ein zweidimensionaler euklidischer Raum, U und W zwei verschiedene eindimensionale Untervektorräume von V und s_U und s_W die Spiegelungen um diese Untervektorräume. Zeigen Sie: Genau dann ist

$$s_U \circ s_W = s_W \circ s_U \,,$$

wenn U und W zueinander orthogonal sind.

17) Was ist eine *Gleitspiegelung*? Wir betrachten $\mathbb{R}^2$ mit dem Standardskalarprodukt als euklidischen Raum.
Es sei s die Spiegelung in $\mathbb{R}^2$ um die Gerade $(4, -3) + \mathbb{R}(2, -3)$ und t die Translation mit $t(0, 0) = (2, 1)$.
Berechnen Sie $s(1, 0)$ und $t(1, 0)$.
Zeigen Sie, dass $t \circ s$ eine Gleitspiegelung um eine Gerade G ist. Welches Zahlenpaar wird von dieser Gleitspiegelung auf $(1, 0)$ abgebildet? Berechnen Sie eine lineare Gleichung, deren Lösungsmenge G ist.

18) Was ist ein *orientierter Winkel*? Es sei V der von $v := (1, 2, 2)$ und $w := (2, -2, 1)$ aufgespannte Untervektorraum von $\mathbb{R}^3$ mit dem Standardskalarprodukt und mit der durch die Basis (v, w) definierten Orientierung.
Zeigen Sie, dass die Tripel $x := (4, 2, 5)$, $y := (-2, -4, -4)$ und $z := (3, 0, 3)$ Elemente von V sind und berechnen Sie den orientierten Winkel von $x + \mathbb{R}_{\geq 0} y$ nach $x + \mathbb{R}_{\geq 0} z$ und von $x + \mathbb{R}_{\geq 0} y$ nach $x + \mathbb{R}_{\geq 0}(-z)$.
Auf einem (ebenen) Glasfenster sind zwei Halbgeraden mit gemeinsamem Anfangspunkt (den wir als Nullpunkt wählen) und auf jeder Halbgeraden ein vom Nullpunkt verschiedener Punkt P bzw. Q eingezeichnet. Zwei Personen, die auf verschiedenen Seiten des Fensters stehen, werden nach dem Winkel (im Uhrzeigersinn) von P nach Q gefragt. Geben sie dieselbe Antwort? Beschreiben Sie diese Situation.