

Franz PAUER, Innsbruck

## **Zur Fachausbildung im Lehramtsstudium Mathematik**

In den ersten Monaten des Jahres 2005 war das Lehramtsstudium in Österreich wieder Gegenstand politischer Diskussion. Die Frage, ob die Ausbildung von Lehrerinnen und Lehrern an Höheren Schulen weiterhin an den Universitäten erfolgen soll, wurde schließlich doch mit Ja beantwortet. Ein Vorschlag der Rektorenkonferenz verlangt mittelfristig sogar die Verlegung der Ausbildung von Hauptschullehrerinnen und –lehrern an die Universität und die Verlängerung der Lehramtsstudien von 9 auf 10 Semester.

Der Fachausbildung im Lehramtsstudium wird in der öffentlichen Diskussion meist sehr schnell ein positives Zeugnis ausgestellt, oft aber mit der Bemerkung verbunden, dass sie wahrscheinlich zu umfangreich sei und zugunsten von mehr pädagogischer Ausbildung reduziert werden sollte. Man kann aber nur das einfach und verständlich erklären, was man selbst sehr gut verstanden hat. Weiters können Mathematiklehrerinnen und –lehrer ihren Schülerinnen und Schülern nur dann Freude an ihrem Fach vermitteln und dafür Interesse wecken, wenn sie selbst an der Mathematik interessiert sind und über deren Methoden, Anwendungsmöglichkeiten und auch Grenzen ausreichend Bescheid wissen. Die Fachausbildung ist daher eine wichtige und unverzichtbare Säule des Lehramtsstudiums (damit wird aber keineswegs die Bedeutung der fachdidaktischen, pädagogischen und schulpraktischen Ausbildung in Frage gestellt).

### **Ziele der Fachausbildung im Lehramtsstudium Mathematik**

Die Fachausbildung sollte die Studierenden in die Lage versetzen,

- die für Höhere Schulen relevanten Teilgebiete der Mathematik einfach und verständlich zu erklären. Dazu ist ein sehr gutes Verständnis dieser Bereiche und ihrer wissenschaftlichen Zusammenhänge nötig. Insbesondere sollten Lehramtsstudierende Sicherheit beim Verwenden der erforderlichen Begriffe erwerben (man wird ihnen also das genaue Lernen von Definitionen nicht ersparen können). Unter „für Höhere Schulen relevante Teilgebiete“ kann man in erster Näherung jene Bereiche der Mathematik verstehen, die in den Lehrplänen vorkommen, muss sich dabei aber durchaus der Unschärfe dieses Zugangs und der Zeitbedingtheit der Lehrpläne bewusst sein.
- Unterrichtsinhalte kompetent auswählen zu können. Dazu ist ein ausreichender Einblick in die Aufgaben und Methoden der Mathematik nötig.
- Interesse für Berufe zu wecken, die Mathematik brauchen. Dafür ist die Kenntnis einiger Anwendungen der Mathematik erforderlich. Die Schülerfragen „Wozu ist Mathematik gut?“ und „Was macht ein Mathematiker, der nicht unterrichtet?“ sollten Lehrerinnen und Lehrer nicht in Verlegenheit bringen.

Damit sind die Ziele natürlich nicht erschöpfend aufgezählt; zum Beispiel ist es auch wichtig, dass die Lehramtsstudierenden lernen, den Computer als Werkzeug im Mathematikunterricht einzusetzen.

### **Motivationsprobleme von Lehramtsstudierenden**

Sehr viele Lehramtsstudierende haben Motivationsprobleme in Bezug auf die Fachausbildung. Sie haben mit „sehr gut“ in Mathematik maturiert und haben den Eindruck, schon (fast) alles zu wissen, was sie für den Unterricht brauchen. Viele geben auch erfolgreich Nachhilfeunterricht. Das Lehramtsstudium wird dann nur als ein Ausleseinstrument betrachtet, als schwierige Phase, die man irgendwie durchstehen muss, um nach Studienende an Hand der eigenen Schulhefte den Unterricht

zu gestalten. Sie haben den Eindruck: „was ich an der Universität höre, hat mit meinem Berufsziel nichts zu tun“.

Im Bewusstsein dieser Probleme müssen Studienplan und Lehrveranstaltungen so gestaltet werden, dass die Studierenden die Notwendigkeit des Studiums für ihren späteren Unterricht erkennen und so für die vermittelten Inhalte aufnahmebereit werden können.

### **Zur Auswahl der Inhalte der Fachausbildung**

Ein Grundproblem der Fachausbildung im Lehramtsstudium ist, dass die zur Verfügung stehende Zeit (zu) knapp bemessen ist. Das Lehramtsstudium dauert 9 Semester, davon sind ein Semester für die Diplomarbeit und rund ein Semester für die pädagogische und schulpraktische Ausbildung abzuziehen. Für die fachliche und fachdidaktische Ausbildung in beiden Unterrichtsfächern bleiben also rund 7 Semester, für die Fachausbildung in Mathematik somit etwas mehr als 3 Semester. Das entspricht etwa der Hälfte eines Bakkalaureatsstudiums aus Mathematik.

An der Universität Innsbruck wird in diesem Rahmen eine Grundausbildung (gemeinsam mit dem Diplomstudium Technische Mathematik) in Linearer Algebra, Algebra, Analytischer Geometrie, Analysis, Stochastik und für Programmieren sowie Verwendung mathematischer Software angeboten. Speziell für das Lehramtsstudium werden Lehrveranstaltungen aus Angewandter Mathematik, Elementarer Geometrie und Geschichte der Mathematik gehalten. Am Ende des Studiums sind zwei wiederholende Vorlesungen, eine über Algebra und Geometrie in der Schule, die andere über Analysis und Stochastik in der Schule, vorgesehen. Diese sollen noch einmal explizit das in der Grundausbildung Gelernte auf die Themen des Schulunterrichts beziehen. (Die Verpflichtung, gelegentlich wichtige Themen aus anderen Blickwinkeln zu wiederholen, müsste meines Erachtens noch stärker im Studienplan verankert werden, um die „Nachhaltigkeit“ der Ausbildung zu verbessern). Die Diplomarbeit muss einen „deutlichen Bezug zur

Fachdidaktik“ haben, am Ende des ersten und zweiten Studienabschnittes gibt es je eine kommissionelle Prüfung zum Nachweis „der auf den Schulunterricht bezogenen“ fachlichen und fachdidaktischen Qualifikationen.

### **Zur Vermittlung der Inhalte (zwei Beispiele)**

#### **Beispiel: Speziell oder Allgemein?**

Zum Standardprogramm der Fachausbildung im Lehramtsstudium Mathematik gehören die folgenden Themen der Algebra:

- Ganze Zahlen: Division mit Rest, Zifferndarstellung, (erweiterter) euklidischer Algorithmus, lineare Gleichungen mit ganzzahligen Koeffizienten, Primfaktorzerlegung, Restklassen, eventuell auch Rechnen im Restklassenring  $\mathbf{Z}/p$ .
- Polynome: Division mit Rest, Taylorentwicklung, Nullstellen, (erweiterter) euklidischer Algorithmus, lineare Gleichungen mit polynomialen Koeffizienten, Zerlegung in irreduzible Faktoren, Restklassen, eventuell auch Rechnen mit algebraischen Zahlen.

Meiner Ansicht nach sollten diese Themen getrennt für ganze Zahlen und für Polynome vorgetragen werden und zwar so, dass die Studierenden dabei die (zunächst) überraschende Parallelität des Rechnens mit ganzen Zahlen und mit Polynomen selbst entdecken. Im Anschluss daran kann über Euklidische Ringe gesprochen werden.

Manche Lehrenden wollen aber Zeit sparen und gehen umgekehrt vor: Zuerst werden Euklidische Ringe eingeführt, dann der Ring der ganzen Zahlen und der Polynomring als Beispiele dafür angegeben.

- Euklidische Ringe: Division mit Rest, (erweiterter) euklidischer Algorithmus, lineare Gleichungen mit Koeffizienten in

Euklidischen Ringen, Euklidische Ringe sind faktoriell, Restklassen, der Ring der ganzen Zahlen und der Polynomring über einem Körper sind euklidische Ringe (und daher Hauptidealringe).

Allerdings könnten Lehramtsstudierende am Anfang dieses Kapitels meinen, das habe schon wieder nichts mit den Themen des Schulunterrichts zu tun und sich nicht die Mühe machen, die vorgetragene Resultate jeweils auf ganze Zahlen und Polynome zu spezialisieren.

**Beispiel: „Das wissen Sie schon aus der Schule“.**

Wenn in einer Lehrveranstaltung ein schulrelevantes Thema angesprochen, aber mit dem Hinweis „Das wissen Sie schon aus der Schule“ sehr knapp behandelt wird, fühlen sich manche Studierende in der Meinung bestätigt, dass sie das, was sie eigentlich brauchen, an der Universität nicht hören. Setzt man Kenntnisse aus der Schule voraus (die jene der Pflichtschule übersteigen), verstärkt man daher das Motivationsproblem der Lehramtsstudierenden. Darüber hinaus muss man bedenken, dass die Vorkenntnisse aus den verschiedenen Typen der Oberstufen sehr unterschiedlich sind, das Mathematikstudium aber allen Maturantinnen und Maturanten offen stehen sollte (die Berufswahlentscheidung soll ja nicht schon im Alter von 14 Jahren getroffen werden müssen).

Zu Beginn des Lehramtsstudiums ist es daher wichtig, die Mathematikkenntnisse der Studierenden auf einem breiteren Fundament neu aufzubauen und alle dazu nötigen Begriffe (wie zum Beispiel Funktion, Vektor, Gleichung, Polynom, ...) klar zu definieren und ihren Gebrauch einzüben.

Die Studierenden müssen auch das Hintergrundwissen zum präzisen Formulieren von Aufgaben erhalten. Zum Beispiel sollte klar sein, dass bei der Aufgabe „Löse die Gleichung  $x+y+z=1$ “ festgelegt werden muss, durch welche (endlich vielen) Daten die (unendliche) Lösungs-

menge dieser Gleichung beschrieben werden soll. Wie das in der Schule vermittelt werden kann, ist eine Frage der Didaktik. Die Lehrerinnen und Lehrer sollten aber wissen, dass die Lösungsmenge gut durch irgendeine Lösung (zum Beispiel  $(1,0,0)$ ) und eine Basis des Lösungsraums der Gleichung  $x+y+z=0$  (zum Beispiel  $(1,-1,0)$  und  $(1,0,-1)$ ) beschrieben werden kann (die Lösungsmenge besteht dann aus allen Zahlentripeln  $(1,0,0)+c(1,-1,0)+d(1,0,-1)$ , wobei die Zahlen  $c, d$  beliebig gewählt werden können).

### **Schlussbemerkungen**

Die Fachausbildung im Lehramtsstudium muss sowohl gute mathematische Qualität als auch Relevanz für den Schulunterricht haben. Zur langfristigen Sicherung ihrer Qualität ist ein intensiver Dialog zwischen „Fachmathematik“ und Mathematikdidaktik, zwischen Mathematiker/innen an der Universität und an der Schule, sowie zwischen den Universitäten und den Schulbehörden (vor allem die Lehrpläne für Schulen und die Studienpläne für Lehramtsstudien betreffend) erforderlich. Das Lehramtsstudium muss auf mindestens zehn Semester verlängert werden. Regelmäßige Fortbildung (auch fachliche) sollten für alle Lehrerinnen und Lehrer zur Selbstverständlichkeit werden (dabei sollten sowohl aktuelle neue Inhalte vermittelt als auch alte Kenntnisse aufgefrischt werden).

### **Literatur**

Pauer, F.: Qualitätsmerkmale der fachlichen Ausbildung von MathematiklehrerInnen. In: Brunner, H. et al. (Hrsg.): Lehrerinnen- und Lehrerbildung braucht Qualität. Und wie!?! Studienverlag, Innsbruck 2002, Seiten 310-317.

Schweiger, F.: Zur mathematischen Ausbildung der Mathematiklehrer. Zentralbl. Didakt. Math. 24/4, 161-164 (1992).