# Proseminar
# Lineare Algebra und Analytische Geometrie 2 für Lehramtsstudierende
# Sommersemester 2013

## 22. und 23. Mai 2013

22) Was ist eine *Spiegelung*? Wir betrachten $\mathbb{R}^2$ mit dem Standardskalarprodukt als euklidischen Raum . Zeigen Sie, dass die Funktion

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^2 &\longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ (c_1, c_2) &\longmapsto (\frac{1}{3}c_1 + \frac{2}{3}\sqrt{2}c_2 + 2, \frac{2}{3}\sqrt{2}c_1 - \frac{1}{3}c_2 - 2\sqrt{2}) \end{aligned}$$

eine Spiegelung ist. Berechnen Sie ihre Fixmenge. Zeigen Sie, dass das Bild bezüglich $f$ von der Lösungsmenge der Gleichung $3x - 4y = 7$ eine Gerade ist und berechnen Sie eine Gleichung dieser Geraden.

23) Wir betrachten das Standardskalarprodukt auf $\mathbb{R}^3$. Berechnen Sie die Matrix der Spiegelung $s_U$ um den von $(1, 0, 1)$ und $(1, -1, 1)$ erzeugten Untervektorraum $U$ von $\mathbb{R}^3$ bezüglich der Standardbasis. Berechnen Sie eine ON-Basis von $\mathbb{R}^3$, bezüglich der die Matrix von $s_U$ Diagonalgestalt hat. Berechnen Sie das Bild von $(1, 2, 3)$ unter der Spiegelung um den zu $U$ parallelen affinen Unterraum, der den Punkt $(1, 1, 1)$ enthält.

24) Es seien $V$ ein zweidimensionaler euklidischer Raum, $U$ und $W$ zwei verschiedene eindimensionale Untervektorräume von $V$ und $s_U$ und $s_W$ die Spiegelungen um diese Untervektorräume. Zeigen Sie: Genau dann ist

$$s_U \circ s_W = s_W \circ s_U \, ,$$

wenn $U$ und $W$ zueinander orthogonal sind.