Proseminar
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 2 für Lehramtsstudierende
Sommersemester 2013

26. und 27. Juni 2013

37) Wann sind zwei Matrizen *kongruent*? Erläutern Sie, wie man eine zu einer gegebenen reellen symmetrischen Matrix kongruente Diagonalmatrix berechnet. Es sei

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & -3 \\ 2 & 0 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & -1 \\ -3 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} .$$

Berechnen Sie eine invertierbare 4×4-Matrix P so, daß $P^T \cdot A \cdot P$ eine Diagonalmatrix ist.

38) Was ist die *Signatur* einer reellen symmetrischen Matrix bzw. einer reellen symmetrischen Bilinearform? Berechnen Sie die Signaturen der folgenden zwei reellen symmetrischen Matrizen:

$$\begin{pmatrix} 20 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -5 \\ 3 & -5 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

39) Wann ist eine reelle symmetrische Matrix *positiv definit*? Wie überprüft man, ob eine reelle symmetrische Matrix positiv definit ist? Wie überprüft man, ob eine reelle Bilinearform ein Skalarprodukt ist? Es seien V ein 3-dimensionaler reeller Vektorraum, $\underline{v}$ eine Basis von V und b_1, b_2, b_3 die Bilinearformen auf V, deren Matrizen bezüglich $\underline{v}$ gleich

$$\begin{pmatrix} 973{,}204 & 234{,}456 & 955{,}778 \\ 234{,}456 & 775{,}991 & -128{,}765 \\ 955{,}778 & -128{,}765 & -735{,}227 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 10 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -3 \\ -1 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

sind. Überprüfen Sie, welche der drei Bilinearformen ein Skalarprodukt ist und berechnen Sie durch Kongruenzumformungen ihrer Matrix eine Orthonormalbasis bezüglich dieses Skalarproduktes von V.