Proseminar
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 2
für Lehramtsstudierende
Sommersemester 2013

19. und 20. Juni 2013

34) Es sei $Q := \{(3,0), (-3,0), (0,3), (0,-3)\}$. Berechnen Sie die Symmetriegruppe von Q in $\mathbb{R}^2$, also alle Isometrien f von $\mathbb{R}^2$ (mit dem Standardskalarprodukt und der Orientierung durch die Standardbasis) mit der Eigenschaft $f(Q) = Q$.
Zeigen Sie zuerst, dass alle Elemente dieser Symmetriegruppe lineare Funktionen sind. Stellen Sie diese dann sowohl durch den Drehwinkel oder die Spiegelungsgerade, als auch durch ihre Matrizen bezüglich der Standardbasis dar.

35) Es sei $Q := \{(0,3,0), (0,-3,0), (0,0,3), (0,0,-3)\}$. Berechnen Sie die Symmetriegruppe von Q in $\mathbb{R}^3$, also alle Isometrien f von $\mathbb{R}^3$ (mit dem Standardskalarprodukt und der Orientierung durch die Standardbasis) mit der Eigenschaft $f(Q) = Q$.
Zeigen Sie zuerst, dass alle Elemente dieser Symmetriegruppe lineare Funktionen sind. Stellen Sie diese dann sowohl durch Drehachse und Drehwinkel oder durch die Spiegelungsebene, als auch durch ihre Matrizen bezüglich der Standardbasis dar.

36) Was ist eine bilineare Funktion? Es sei (e_1, e_2, e_3) die Standardbasis von $\mathbb{R}^3$ und

$$f : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$$

die bilineare Funktion mit

$$f(e_i, e_j) := (j - i)e_k, \quad 1 \leq i, j \leq 3\,.$$

Dabei ist für $i \neq j$ der Index k so zu wählen, dass $\{i, j, k\} = \{1, 2, 3\}$ ist. Ist f symmetrisch?
Berechnen Sie $f((1,-1,2), (3,1,-2))$ und $f((a_1, a_2, a_3), (b_1, b_2, b_3))$, wobei $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ reelle Zahlen sind.