Proseminar
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 2 für Lehramtsstudierende
Sommersemester 2013

13. und 14. März 2013

1) Wie kann man nach Wahl eines Nullpunktes die Zeichenebene in natürlicher Weise als Vektorraum betrachten? Sei E dieser Vektorraum. Welche Untervektorräume von E gibt es? Skizzieren Sie diese Untervektorräume. Beschreiben Sie geometrisch die Bedingungen dafür, dass ein n-Tupel von Punkten linear unabhängig ist, dass ein n-Tupel von Punkten den Vektorraum E erzeugt und dass ein n-Tupel von Punkten eine Basis von E ist! Wählen Sie drei vom Nullpunkt verschiedene Punkte A, B, C und zeichnen Sie $2A$, $-A$, $A-B$, $(A+B)+C$ und $A+(B+C)$! Was muss man wählen, um die Zeichenebene als Vektorraum $\mathbb{R}^2$ betrachten zu können?

2) Wie kann man (ähnlich wie in Aufgabe 1) nach Wahl eines Nullpunktes den „Anschauungsraum" in natürlicher Weise als Vektorraum betrachten? Sei V dieser Vektorraum. Welche Untervektorräume von V gibt es? Skizzieren sie diese Untervektorräume. Beschreiben Sie geometrisch die Bedingungen dafür, dass ein n-Tupel von Punkten linear unabhängig ist, dass ein n-Tupel von Punkten den Vektorraum V erzeugt und dass ein n-Tupel von Punkten eine Basis von V ist! Was muss man wählen, um den Anschauungsraum als Vektorraum $\mathbb{R}^3$ betrachten zu können?

3) Erläutern Sie, wie man die Zeichenebene als affinen Raum betrachten kann. Erklären Sie dann, wie man die folgende Aufgabe löst.

   Aus: Taschner, R.: Mathematik. Übungs- und Lehrbuch für die 5. Klasse Oldenbourg Verlag, Wien 1998.
   Aufgabe 418: Es seien O, P, Q drei Punkte und p, q zwei Skalare mit $p + q \neq 0$. Es ist zu beweisen, dass der Punkt $M = O + \frac{1}{p+q}(p\vec{OP} + q\vec{OQ})$ unabhängig von der Wahl des Punktes O erhalten wird.
   Wo befindet sich der Punkt M in den Spezialfällen …
   c) $p = q = 1$?