Proseminar
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 2
für Lehramtsstudierende
Sommersemester 2014

24. März 2014

7) Was ist eine *affine Funktion*? Berechnen Sie den linearen Anteil und den Translationsanteil der Hintereinanderausführungen $a \circ b$ und $b \circ a$ der affinen Funktionen

$$a : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2 \,,\ (x, y) \longmapsto (2x + 3y - 4, 5x + 6y + 7)$$

und

$$b : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2 \,,\ (x, y) \longmapsto (6x - 5y + 4, 3x - 2y - 1)\,.$$

Zeigen Sie: Es gibt genau eine affine Funktion $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f((1, 0)) = 1,\ f((0, 1)) = -1,\ f((1, 1)) = 2\,.$$

8) Beschreiben Sie alle affinen Funktionen von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$, von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}^2$ und von $\mathbb{R}^2$ nach $\mathbb{R}$. Welche geometrischen Eigenschaften haben die Graphen dieser Funktionen?
Zeigen Sie: Ist g eine affine Funktion und G eine Gerade, dann ist $g(G)$ (das Bild von G bezüglich g) eine Gerade oder ein Punkt.

9) Was ist eine *Isometrie* eines euklidischen Raums? Welche Beziehung besteht zwischen Isometrien und orthogonalen Funktionen? Beschreiben Sie alle orthogonalen Funktionen und alle Isometrien von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$.
Zeigen Sie: Die Funktion

$$a : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2 \,,\ (x, y) \longmapsto (-y + 1, x + 2)$$

ist eine Isometrie.