Proseminar
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 2
für Lehramtsstudierende
Sommersemester 2014

16. Juni 2014

34) Was ist eine *quadratische Form* auf einem endlich-dimensionalen reellen Vektorraum? Wie berechnet man ihre Normalform ? Es seien $V := \{a \in \mathbb{R}^3 \mid a_1+a_2+a_3 = 0\}$, $\underline{v} := ((1,-1,0),(1,0,-1))$, $\underline{X}$ die zu $\underline{v}$ duale Basis und $q := X_1^2 - X_2^2 + X_1X_2$.
Berechnen Sie eine lineare Funktion g von V nach V so, dass $q \circ g$ eine quadratische Form in Normalform ist. Beschreiben Sie die Menge der Nullstellen von q.

35) Was ist eine *quadratische Funktion* auf einem reellen endlich-dimensionalen Vektorraum? Was ist eine *Quadrik*? Es sei V ein zweidimensionaler reeller Vektorraum, (v_1, v_2) eine Basis von V und (X_1, X_2) die dazu duale Basis.Es seien

$$\begin{aligned} f_1 : &= 2X_1^2 - 2X_1 + 8X_2^2 + 12X_2 + 4 \\ f_2 : &= 8X_1X_2 + 6X_1 - 4X_2 - 4 \end{aligned}$$

quadratische Funktionen auf V. Berechnen Sie bijektive affine Funktionen g_i von V nach V so, dass die Funktionen

$$f_i \circ g_i,\ i = 1, 2,$$

quadratische Funkionen in affiner Normalform (bezüglich (v_1, v_2)) sind. Berechnen Sie je fünf Nullstellen von f_1 und f_2.

36) Welche Dimension hat der Vektorraum der quadratischen Formen auf einem zweidimensionalen reellen Vektorraum V? Zeigen Sie, dass die Vereinigung der Menge der quadratischen Funktionen mit der Menge der affinen Funktionen von V nach $\mathbb{R}$ ein Untervektorraum des Vektorraums aller Funktionen von V nach $\mathbb{R}$ ist. Welche Dimension hat dieser Vektorraum?
M sei eine Teilmenge von V mit höchstens 5 Elementen. Zeigen Sie: Es gibt eine quadratische oder affine Funktion auf V, die nicht die Nullfunktion ist und deren Nullstellenmenge M enthält.