Proseminar
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 2
für Lehramtsstudierende
Sommersemester 2014

26. Mai 2014

28) Was ist eine *Bilinearform* auf einem reellen Vektorraum? Was ist die *Matrix einer Bilinearform* bezüglich einer gewählten Basis? Zeigen Sie, dass die Funktion

$$b : \mathbb{R}^{2\times 2} \times \mathbb{R}^{2\times 2} \longrightarrow \mathbb{R}\,,\ (A,B) \longmapsto Spur(A^T \cdot B)\,,$$

eine Bilinearform auf $\mathbb{R}^{2\times 2}$ ist. Berechnen Sie ihre Matrizen bezüglich der Basen

$$(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix})$$

und

$$(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix})\,.$$

Ist b symmetrisch?

29) Wann sind zwei Matrizen *kongruent*? Erläutern Sie, wie man eine zu einer gegebenen reellen symmetrischen Matrix kongruente Diagonalmatrix mit Einträgen 1, 0 oder -1 berechnet. Es sei

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & -3 \\ 2 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & -2 \\ -3 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}\,.$$

Berechnen Sie eine invertierbare 4×4-Matrix P so, daß $P^T \cdot A \cdot P$ eine Diagonalmatrix mit Einträgen 1, 0 oder -1 ist.

30) Was ist die *Signatur* einer reellen symmetrischen Matrix bzw. einer reellen symmetrischen Bilinearform? Berechnen Sie die Signaturen der folgenden zwei reellen symmetrischen Matrizen:

$$\begin{pmatrix} 20 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -5 \\ 3 & -5 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$