

Prüfungsfragen LAAG 2 Lst., Sommersemester 2012

- Was ist eine affine Funktion? Was ist der Graph einer Funktion? Durch welche geometrischen Eigenschaften kann der Graph einer affinen Funktion beschrieben werden?
- Was ist eine lineare Funktion? Wie kann eine lineare Funktion durch eine Matrix beschrieben werden? Was muss man dazu wählen? Wie ändert sich die Matrix, wenn man eine andere Wahl trifft?
- Präzisieren und begründen Sie die Aussage „Die Dimension des Lösungsraums eines Systems linearer Gleichungen ist gleich der Anzahl der Unbekannten minus der Anzahl der linear unabhängigen Gleichungen“.
- Was ist ein System linearer Gleichungen in koordinatenfreier Form? Welcher Zusammenhang besteht zu „Textaufgaben“? Wie löst man Aufgaben wie „Finde alle Polynomfunktionen f mit Grad höchstens 4 so, dass $f(1)=-1$, $f(2)=1$ und $f(3) = 5$ ist?“
- Was ist der Schwerpunkt einer endlichen Menge von Vektoren? Begründen Sie: das Bild des Schwerpunktes einer endlichen Menge bezüglich einer affinen Funktion ist der Schwerpunkt der Bilder der Elemente dieser Menge. Welche Bedeutung hat das für die Berechnung von Symmetriegruppen?
- Was ist ein affiner Raum? Was meint man mit „Richtungsvektor einer Geraden in der Ebene“?
- Was ist eine lineare Ungleichung? Wie kann man deren Lösungsmenge durch endlich viele Daten beschreiben?
- Welche Eigenschaften hat die Lösungsmenge eines Systems von *homogenen* linearen Ungleichungen? Durch welche endlich vielen Daten kann man diese Lösungsmenge beschreiben?
- Was ist ein „lineares Programm“? Wie löst man eine lineare Optimierungsaufgabe mit zwei Unbekannten graphisch?
- Was ist euklidischer Raum? Was ist eine Isometrie eines euklidischen Raums? Welche Bedeutung hat dieser Begriff für die Beschreibung der Bewegungen von starren Körpern in Ebene und Raum?
- Welche Eigenschaften haben Isometrien eines euklidischen Raums? Wie kann man sie durch endlich viele Daten beschreiben?
- Was ist eine orthogonale Funktion? Was ist eine orthogonale Matrix? Welcher Zusammenhang besteht zwischen diesen zwei Begriffen?

- Was ist die Determinante einer linearen Funktion? Was weiß man über die Determinante einer orthogonalen Funktion? Welche Eigenwerte kann eine orthogonale Funktion haben?
- Was ist eine Spiegelung? Wie einfach kann bei geschickter Wahl einer Basis die Matrix einer Spiegelung werden? Wie kann man eine Spiegelung mithilfe einer orthogonalen Projektion beschreiben?
- Was ist eine Gleitspiegelung? Wie stellt man fest, ob eine affine Funktion, deren linearer Anteil eine Spiegelung ist, eine Gleitspiegelung ist? Was ist diese affine Funktion, wenn sie keine Gleitspiegelung ist?
- Was muss in einem Vektorraum vorgegeben sein, dass man von orientierten Winkeln reden kann? Wie kann man diese Daten in der Ebene (nach Wahl eines Nullpunkts) vorgeben? Wie ist ein orientierter Winkel definiert?
- Was ist eine Drehung um den Nullpunkt? Was ist eine Drehmatrix? Wie hängen diese zwei Begriffe zusammen?
- Wie kann man die Isometrien der Ebene durch die Eigenschaften „Fixmenge“ und „orientierungserhaltend/orientierungsumkehrend“ beschreiben?
- Was ist eine komplexe Zahl? Was ist ihre Polardarstellung? Wie kann man die Multiplikation komplexer Zahlen verwenden, um Drehungen zu beschreiben?
- Durch welche Funktion wird eine harmonische Schwingung mit Kreisfrequenz ω , Amplitude a und Anfangsphase b beschrieben? Zeigen Sie, dass die Überlagerung zweier gleichfrequenter harmonischer Schwingungen wieder eine solche ist.
- Was ist die Symmetriegruppe einer Teilmenge eines euklidischen Raumes? Wie kann man diese ermitteln?
- Was ist eine multilineare Funktion? Durch welche endlich vielen Daten kann diese beschrieben werden? Was ist eine alternierende Funktion? Welche Beispiele multilinearer Funktionen sind im Schulunterricht von Bedeutung?
- Beschreiben Sie das Kreuzprodukt in einem dreidimensionalen orientierten euklidischen Raum als alternierende Funktion. Welche Rechenregeln für das Kreuzprodukt folgen daraus?
- Was bedeutet es, eine Determinante nach einer Zeile oder Spalte zu entwickeln? Was ist die zu einer quadratischen Matrix adjungierte Matrix? Wie hängt diese mit der zu einer quadratischen Matrix inversen Matrix zusammen?
- Was ist die Cramersche Regel? Beweisen Sie diese.
- Was ist eine symmetrische Bilinearform? Was ist die Matrix einer symmetrischen Bilinearform? Wie ändert sich diese bei Basiswechsel?

- Was sind Kongruenzumformungen von symmetrischen Matrizen? Beschreiben Sie bis auf Kongruenz alle symmetrischen reellen Matrizen.
- Wie überprüft man, ob eine symmetrische Matrix positiv definit ist? Was ist eine Gram'sche Matrix eines Skalarproduktes? Wie überprüft man, ob eine quadratische Matrix eine Gram'sche Matrix eines Skalarproduktes sein kann?
- Was ist eine quadratische Form? Was ist eine quadratische Funktion? Wie heißen die Nullstellenmengen von quadratischen Funktionen? Wie kann man diese darstellen? Wie ist die Matrix einer quadratischen Form definiert? Wie bedeutet es für diese quadratische Form, wenn man ihre Matrix kongruent umformt? Was ist eine affine Normalform einer quadratischen Funktion?
- Was ist eine Ellipse, eine Hyperbel, eine Parabel? Was ist eine Tangente an eine Ellipse oder eine Parabel? Welche Eigenschaft haben diese in Bezug auf die Brennpunkte / den Brennpunkt?
- Was ist eine affine Normalform einer quadratischen Funktion? Wie kann man diese berechnen? Welche Normalformen gibt es für eine auf einem 2-dimensionalen reellen Vektorraum definierte quadratische Form?