Proseminar
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 2 für Lehramtsstudierende Sommersemester 2012

16. Mai 2012

25) Was ist eine *Spiegelung*? Wir betrachten $\mathbb{R}^2$ mit dem Standardskalarprodukt als euklidischen Raum . Zeigen Sie, dass die Funktion
$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$$
$$(c_1, c_2) \longmapsto (\frac{1}{3}c_1 + \frac{2}{3}\sqrt{2}c_2 + 2, \frac{2}{3}\sqrt{2}c_1 - \frac{1}{3}c_2 - 2\sqrt{2})$$
eine Spiegelung ist. Berechnen Sie ihre Fixmenge. Zeigen Sie, dass das Bild bezüglich f von der Lösungsmenge der Gleichung $2x - 3y = 5$ eine Gerade ist und berechnen Sie eine Gleichung dieser Geraden.

26) Wir betrachten das Standardskalarprodukt auf $\mathbb{R}^3$. Berechnen Sie die Matrix der Spiegelung s_U um den von $(1, 1, 0)$ und $(-1, 1, 1)$ erzeugten Untervektorraum U von $\mathbb{R}^3$ bezüglich der Standardbasis. Berechnen Sie eine ON-Basis von $\mathbb{R}^3$, bezüglich der die Matrix von s_U Diagonalgestalt hat. Berechnen Sie das Bild von $(1, 2, 3)$ unter der Spiegelung um den zu U parallelen affinen Unterraum, der den Punkt $(1, 1, 1)$ enthält.

27) Was ist eine *Gleitspiegelung*? Wir betrachten $\mathbb{R}^2$ mit dem Standardskalarprodukt als euklidischen Raum.
Es sei s die Spiegelung in $\mathbb{R}^2$ um die Gerade $(-4, 3) + \mathbb{R}(2, -1)$ und t die Translation mit $t(0, 0) = (2, 2)$.
Berechnen Sie $s(1, 0)$ und $t(1, 0)$.
Zeigen Sie, dass $t \circ s$ eine Gleitspiegelung um eine Gerade G ist. Welches Zahlenpaar wird von dieser Gleitspiegelung auf $(1, 0)$ abgebildet? Berechnen Sie eine lineare Gleichung, deren Lösungsmenge G ist.