

Proseminar
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 2
für Lehramtsstudierende
Sommersemester 2012

28. März 2012

- 10) Was ist eine *affine Funktion*? Beschreiben Sie alle affinen Funktionen von \mathbb{R} nach \mathbb{R} , von \mathbb{R} nach \mathbb{R}^2 und von \mathbb{R}^2 nach \mathbb{R} . Welche geometrischen Eigenschaften haben die Graphen dieser Funktionen? Berechnen Sie den linearen Anteil und den Translationsanteil der Hintereinanderausführungen $a \circ b$ und $b \circ a$ der affinen Funktionen

$$a : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2, (x, y) \longmapsto (3x + 2y - 1, x + 2y + 2)$$

und

$$b : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2, (x, y) \longmapsto (5x - y, 3x + y + 4).$$

- 11) Was ist ein *System linearer Gleichungen in koordinatenfreier Form*? Erklären Sie, welche Annahmen getroffen werden müssen, damit die folgende Aufgabe (aus einem Buch für die erste Klasse einer HTL) ein System linearer Gleichungen ist und wie man sie löst.

Aus: Sidlo, E. et al.: Mathematik 1. Hölder Pichler Tempsky Verlag, Wien 2008.

Aufgabe 7.94: Drei Bagger B1, B2 und B3 werden eingesetzt, um drei gleich große Baugruben auszuheben. Bagger B1 und Bagger B2 brauchen 4 Tage, um die erste Baugrube auszuheben. Bei der zweiten Baugrube wird Bagger B2 zwei Tage allein und weitere vier Tage gemeinsam mit Bagger B3 eingesetzt, um die Baugrube auszuheben. Die dritte Baugrube beginnen B1 und B2, nach zwei Tagen werden sie durch B3 ersetzt und dieser hat nach vier weiteren Tagen die Aushubarbeiten beendet.

1) *Wie lange benötigt jeder Bagger für das Ausheben einer Baugrube?*

2) *Wie lang würden alle drei gemeinsam für eine Baugrube brauchen?*

Hinweis: Betrachten Sie die Funktion, die jedem Zahlentripel (t_1, t_2, t_3) die Anzahl der Baugruben (der vorgegebenen Größe) zuordnet, die ausgehoben werden, wenn Bagger B1 t_1 Tage, Bagger B2 t_2 Tage und Bagger B3 t_3 Tage arbeitet.

12) Was ist der *Schwerpunkt* einer Familie von Vektoren? Was ist der *Mittelpunkt der Strecke* zwischen zwei Vektoren?

Es seien u, v, w Elemente eines reellen Vektorraums und a, b, c die Mittelpunkte der Strecken zwischen u und v , v und w , w und u . Zeigen Sie, dass die Schwerpunkte von (u, v, w) und (a, b, c) gleich sind.

Es sei V die affine Hülle von (u, v, w) . Wir nehmen an, dass V zweidimensional ist und betrachten V nach Wahl von u als Nullpunkt als Vektorraum. Zeigen Sie, dass es genau eine affine Funktion von V nach V gibt, die jedem der drei Punkte u, v, w den Mittelpunkt der Strecke zwischen den anderen zwei zuordnet.