Proseminar
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 2
für Lehramtsstudierende
Sommersemester 2012

14. März 2012

4) Was ist der *Graph* einer Funktion? Welche Eigenschaft haben Graphen von linearen Funktionen? Wir betrachten die Zeichenebene nach Wahl eines Nullpunkts und einer Basis als Vektorraum $\mathbb{R}^2$. (Also: ein Punkt „ist“ ein Paar von reellen Zahlen). Welche Geraden durch den Nullpunkt sind Graphen von linearen Funktionen von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$? Zeigen Sie: Wenn f eine solche Funktion ist, dann ist ihr Graph die Lösungsmenge einer Gleichung in zwei Unbekannten. Geben Sie eine solche Gleichung mit Hilfe der Zahl $f(1)$ an.
   Kann man auch die Graphen von linearen Funktionen von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}^2$, von $\mathbb{R}^2$ nach $\mathbb{R}$ und von $\mathbb{R}^2$ nach $\mathbb{R}^2$ geometrisch interpretieren? Beschreiben Sie diese Graphen als Lösungsmengen von Systemen linearer Gleichungen.

5) Wie verändert sich die Matrix einer linearen Funktion, wenn anstatt der Basen $\underline{v}$ im Definitionsbereich und $\underline{w}$ im Bildbereich die Basen $\underline{v}S$ und $\underline{w}T$ (S, T invertierbar) gewählt werden?
   Es seien $d : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $(a, b) \longmapsto (-b, a)$, $\underline{e}$ die Standardbasis von $\mathbb{R}^2$ und $\underline{v} := \underline{e}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Zeigen Sie, dass d linear und bijektiv ist und dass $\underline{v}$ eine Basis von $\mathbb{R}^2$ ist. Skizzieren Sie den Graphen von d durch einige Pfeile in der Ebene. Berechnen Sie die Matrizen $M(d, \underline{e})$ und $M(d, \underline{v})$ von d.

6) Es sei $s : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $(a, b) \longmapsto (b, a)$, $\underline{e}$ die Standardbasis von $\mathbb{R}^2$ und $\underline{v} := \underline{e}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. Zeigen Sie, dass s linear und bijektiv ist und dass $\underline{v}$ eine Basis von $\mathbb{R}^2$ ist. Skizzieren Sie den Graphen von s durch einige Pfeile in der Ebene. Berechnen Sie die Matrizen $M(s, \underline{e})$ und $M(s, \underline{v})$ von s.